



И.А. АЛЕШКОВСКИЙ

ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ НА ПРОЦЕНТЫ И ДОЛИ

**ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ
НА ПРОЦЕНТЫ И ДОЛИ**

**Москва
МАКС Пресс
2006**

АБИТУРИЕНТУ МГУ



И.А. Алешковский

МАТЕМАТИКА В ЭКОНОМИКЕ
ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ
НА ПРОЦЕНТЫ И ДОЛИ

*Пособие для поступающих
на экономический факультет МГУ*

Издание третье



МОСКВА – 2006

УДК 33
ББК 65я721
А49

Рецензенты:

ст. преп. *А.Д. Вурос*

(кафедра математических методов анализа экономики
экономического факультета МГУ)

к.э.н., доцент *С.Е. Казаринова*

(кафедра статистики экономического факультета МГУ)

к.э.н., доцент *В.И. Черняк*

(кафедра математических методов анализа экономики
экономического факультета МГУ)

*Ad Olga,
amabile mia aeternaliter
et in saecula saeculorum,
magna cum gratia pro omnis.*

I.A.

Алешковский И.А.

А49 **Математика в экономике: Экономико-математические задачи на проценты и доли:** Пособие для поступающих на экономический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова. – 3-е изд., испр., перераб. – М.: МАКС Пресс, 2006. – 80 с. (Серия «Абитуриенту МГУ»)

ISBN 5-317-01563-4

В настоящем пособии рассматриваются методы решения экономико-математических задач, основанных на использовании процентов, долей и коэффициентов. Подробно разобраны решения типовых заданий вступительного экзамена на проценты и доли. К каждой главе предлагается большое количество задач и тестовых заданий для самостоятельной работы.

Пособие предназначено для абитуриентов экономического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова и других экономических вузов и призвано помочь успешно подготовиться к сдаче вступительного экзамена по обществознанию. Пособие может быть также использовано для подготовки к вступительному экзамену по математике, а также при разъяснении ряда разделов школьных курсов математики и экономики.

УДК 33
ББК 65я721

ISBN 5-317-01563-4

© Алешковский И.А., 2005
© Алешковский И.А., 2006, с изменениями

ПРЕДИСЛОВИЕ

*Математику уже затем следует
учить, что она ум в порядок приводит.*

Михаил Ломоносов

*В каждой науке заключено столько собственно науки,
сколько в ней заключено математики.*

Иммануил Кант

В современной экономике математические методы (часто далеко не элементарные) выступают в качестве необходимого инструмента.

Соответственно, закономерным представляется то, что ежегодно во вступительный экзамен по обществознанию на экономическом факультете МГУ им. М.В. Ломоносова включается около 20–25 экономико-математических задач (т.е. 25–30% всех заданий), которые в сумме могут принести около 120–140 баллов (из максимально возможных 380 баллов) в «копилку» абитуриента¹. При этом решение большинства экономических задач вступительного экзамена основано на использовании процентов. Так, в 2005 году 19 заданий вступительного экзамена по обществознанию составили экономико-математические задачи, которые в сумме могли принести абитуриенту до 124 баллов (33% от максимально возможного числа баллов), а для решения 12 из них необходимо было применить проценты.

Таким образом, для того чтобы заработать «четверку», а тем более «пятерку» на вступительном экзамене абитуриенту необходимо блестяще владеть методами решения задач на проценты и доли. Однако, к сожалению, как показывает шестилетний опыт проведения экзамена по обществознанию, большинство абитуриентов не умеют правильно и, что не менее важно в условиях ограниченности времени вступительного испытания, *рационально* решать экономико-математические задачи. Часто абитуриенты начинают решать задачу «в лоб», не задумываясь о поиске оптимального пути. В результате после мучительных поисков, потравив на решение одного задания множество драгоценных минут абитуриент получает ответ, который можно было бы получить значительно быстрее, или, что встречается не менее часто, вообще не получает правильного ответа.

¹ Вступительный экзамен на экономический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова проводится в форме теста (всего 80 закрытых вопросов). Вопросы делятся на два типа: «простые» (один правильный ответ, всего 5 вариантов ответа) и «усложненные», которые, в свою очередь, бывают двух видов: а) выбор правильного ответа из 6 предложенных вариантов или б) установление взаимнооднозначного соответствия (составление пяти пар) между двумя наборами (к примеру, между именами философов и их высказываниями). «Вес» вопросов в итоговой оценке разный: за правильный ответ на «простой» вопрос начисляется 4 балла, за неправильный ответ (или неверно заполненный бланк ответов) вычитается 1 балл, отсутствие ответа — 0 баллов; за правильный ответ на «усложненный» вопрос начисляется 8 баллов, за неправильный ответ (или неверно заполненный бланк ответов) вычитается 2 балла, отсутствие ответа — 0 баллов. Итоговая оценка (по пятибалльной шкале) зависит от суммы набранных баллов. Ее критерии устанавливаются после проверки всех работ.

Настоящее пособие призвано научить абитуриентов рационально решать экономико-математические задачи на проценты и доли и помочь им эффективно подготовиться к письменным вступительным испытаниям в ведущие профильные вузы. В пособии подробно и структурировано рассматриваются методы решения экономико-математических задач на проценты и доли.

Пособие разделено на четыре темы: «Основные принципы решения экономико-математических задач на проценты и доли», «Средние величины в экономике», «Задачи, основанные на использовании банковских процентов» и «Номинальные и реальные величины». В каждой теме, помимо чисто теоретических сведений, приводятся решения типовых заданий вступительного экзамена по обществознанию. После каждой главы предлагаются задачи и тесты для самостоятельного решения, предназначенные для закрепления пройденного материала. Всего в пособии подробно разобрано свыше 20 примеров, а также предлагается более 150 задач и около 100 тестовых заданий для самостоятельной работы. **Не начинайте решать их, не разобрав самостоятельно решения всех заданий, рассмотренных в данной главе.**

В конце пособия (стр. 78) приведен список *рекомендуемой литературы*. В нем перечислены учебники и учебные пособия по экономике, в которых можно найти *дополнительную информацию* к рассмотренным темам. Учебники и учебные пособия, выделенные жирным шрифтом, могут быть рекомендованы для подготовки к вступительному экзамену по обществознанию на экономический факультет МГУ и в другие экономические вузы.

При подготовке пособия я получил значительную помощь от коллег по экономическому факультету МГУ и Открытому Лицею «Всероссийская заочная многопредметная школа». Прежде всего, мне бы хотелось поблагодарить Владимир Ильича Черняка, без советов и участия которого данное пособие вряд ли бы вышло в свет. Я также считаю своим приятным долгом выразить глубокую благодарность А.Д. Вурос, С.Е. Казариновой, Ф.С. Картаеву, И.А. Кострикину, А.В. Кочергину, Н.А. Курош, Ж.М. Работу, Е.А. Тумановой, Ю.Н. Черемных и Н.Л. Шагас, идеи и советы которых способствовали значительному улучшению пособия. Я также искренне признателен своим сегодняшним и бывшим слушателям, неподдельный интерес которых к курсу «Математика в экономике» постоянно подталкивает меня к совершенствованию пособия². В заключение я еще раз подтверждаю свою глубокую признательность Ольге Горелкиной, творческие и духовные таланты которой всегда вдохновляют меня на дальнейшую работу.

Автор с благодарностью примет критические замечания и рекомендации по совершенствованию содержания и структуры пособия, предложенные читателями. Прошу направлять их по электронной почте aleshkovski@yandex.ru.

Желаю успеха в подготовке к вступительному экзамену!

² В третьем издании, по сравнению со вторым, значительно переработаны введение, первая и вторая главы пособия, а также внесены существенные изменения в задания и тесты, предлагаемые для самостоятельной работы.

ВВЕДЕНИЕ. ОСНОВНЫЕ ВИДЫ ЭКОНОМИКО-СТАТИСТИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ³

Экономическим агентам для выбора наилучшей альтернативы из множества имеющихся, принятия оптимального решения и анализа последствий их действий необходимо проведение комплексного экономико-статистического анализа. Такой анализ обычно проводят с помощью *экономико-статистических показателей*, которые позволяют количественно оценить те или иные свойства экономических явлений, адекватно охарактеризовать отображаемые явления в конкретных условиях времени и места.

Получаемые в процессе статистического наблюдения данные о значениях тех или иных экономических показателей характеризуют каждую единицу исследуемой совокупности (например, уровень потребительских расходов одной семьи или объем продаж какого-либо магазина). Для характеристики совокупности в целом (например, величины потребительских расходов населения страны или объема продаж новых компьютеров в компьютерных салонах) данные по отдельным единицам совокупности сводят и получают *обобщающие статистические показатели*. Обобщающие показатели могут быть представлены *абсолютными, относительными и средними величинами*. Каждый вид имеет определенное значение и занимает различное место в процессе анализа экономических явлений.

Путем непосредственного суммирования первичных данных получают обобщающие *абсолютные показатели*, которые характеризуют объем (размер) изучаемого экономического явления в конкретных границах времени и пространства. Например, численность безработных в России на конец января 2006 года составила 5,6 млн. человек, валовой внутренний продукт в России в 2005 году составил 21,67 трлн. рублей. Первый из приведенных показателей характеризует значение экономического показателя (численности безработных) *на определенный момент времени* (так называемый *показатель запаса*), получают такие абсолютные величины суммированием *данных единовременного наблюдения*. Второй из приведенных показателей характеризует размер явления (объем произведенных в стране конечных товаров и услуг за год) *за определенный период времени* (так называемый *показатель потока*⁴), он получен путем суммирования данных наблюдений в течение всего года.

Абсолютные показатели всегда имеют единицу измерения (например, тысяч рублей, человек). *Натуральные единицы* измерения (к примеру, тонны, кубические метры) применяются для анализа отдельных экономических пока-

³ При написании был использован материал учебников Ефимова М.Р., Петрова Е.В., Румянцев В.Н. *Общая теория статистики: Учебник*. М.: ИНФРА-М, 2001; *Теория статистики / Под ред. Г.Л. Громыко*. М.: ИНФРА-М, 2005.

⁴ *Показатель запаса* характеризует состояние какого-либо экономического показателя на определенный момент времени, тогда как *показатель потока* — изменение величины (суть запаса) какого-либо показателя за определенный промежуток времени. Таким образом, потоки представляют собой изменение запасов.

зателей и используются в тех случаях, когда единица измерения соответствует потребительским свойствам продукта. Например, производство автомобилей оценивается в штуках, ввод в строй нового жилья — в квадратных метрах и т.д.

При анализе экономических процессов на уровне предприятий, а тем более на уровне отраслей и экономики страны в целом используются *стоимостные (денежные) единицы измерения* (рубли, доллары и т.д.), которые позволяют сравнить в денежной форме величины, несоизмеримые в натуральных показателях (например, автомобили и газонокосилки). Для получения стоимостного значения совокупного показателя необходимо умножить количество каждой составляющей его единицы на цену этой единицы и просуммировать полученные результаты. Так, например, для определения выручки магазина требуется умножить количество проданной продукции каждого вида на цену этого вида, а затем просуммировать полученные произведения по всем видам.

Недостаток абсолютных показателей заключается в том, что они часто не могут быть использованы для анализа динамики экономических показателей, а также не могут быть напрямую сопоставлены для разных совокупностей (например, для разных индивидов, фирм, стран).

Приведем следующий пример. Допустим, что мы хотим проанализировать ситуацию на рынке труда России и Германии в 2001–2002 годах. В нашем распоряжении имеются данные о численности экономически активного населения, занятых и безработных обеих стран в 2001–2002 годах (см. таблицу 1)⁵.

Таблица 1

	Россия		Германия	
	2001 г.	2002 г.	2001 г.	2002 г.
Среднегодовая численность экономически активного населения, тыс. человек	70968	71919	39966	40022
Среднегодовая численность занятых, тыс. человек	64664	65766	36816	36536
Среднегодовая численность безработных, тыс. человек	6304	6153	3150	3486

Источник: Россия и страны-члены Европейского Союза 2003: Стат.сб. / Госкомстат России. М., 2003; Группа восьми в цифрах 2004: Стат.сб. / Госкомстат России. М., 2004.

Можно ли ответить на вопрос: «Какая из двух рассматриваемых стран имела более благоприятную ситуацию на рынке труда в 2001 году? в 2002 году?», используя лишь абсолютные показатели? Если принимать во внимание только абсолютные показатели, мы приходим к выводу, что безработица в России была выше, чем в Германии и в 2001 (6304 > 3150), и в 2002 (6153 > 3486) году. Из таблицы 1 также видно, что число безработных в России несколько сократилось в 2002 году по сравнению с 2001 годом, тогда как в Германии — выросло. Однако численности экономически активного населения этих стран не равны, поэтому проведенное сравнение является некорректным.

⁵ *Экономически активное население (рабочая сила)* — лица в возрасте, установленном для измерения экономической активности населения, которые в рассматриваемый период считаются занятыми или безработными.

Найти выход из сложившейся ситуации помогают **обобщающие относительные величины**, которые позволяют проводить сопоставление одноименных показателей, относящихся к различным временным периодам или территориям. Относительные показатели являются, как правило, безразмерными величинами.

Можно выделить два основных вида относительных величин: *относительные величины структуры* и *относительные величины динамики*.

Относительные величины структуры характеризуют состав изучаемой совокупности и показывают, какой удельный вес (какую долю) в общем объеме составляет каждая ее часть (к примеру, объем продаж каждого отдела магазина в общем объеме продаж магазина). Их получают в результате деления значения каждой части рассматриваемой совокупности на общий итог, принятый за *базу сравнения*. Сумма относительных величин структуры изучаемого экономического явления всегда равна 100% (или единице).

Относительные величины структуры дают возможность установить структурные сдвиги, изменения изучаемого явления, которые происходят за определенный период времени, а также их направление и тенденцию.

Относительные величины структуры могут быть выражены в *долях* (все явление берется за единицу) или в *процентах* (все явление — 100%).

Слово «**процент**» происходит от латинских слов *pro centum*, что в дословном переводе означает «за сто». В настоящее время **процентом принято называть сотую часть (долю) какой-то величины** (принимая за *базу сравнения*), для обозначения процентов используется символ %⁶.

$$\frac{1}{100} = 1\%.$$

Для расчета величины процентов бывает удобно воспользоваться пропорциями⁷. Так, если нам требуется определить 19% от 3 тысяч рублей, то можно составить следующую пропорцию:

$$\frac{19\%}{100\%} = \frac{x}{3} \Leftrightarrow x = 3 \cdot \frac{19\%}{100\%} = \frac{57}{100} = 0,57,$$

где x — искомая нами величина.

Таким образом, 19% от 3 тысяч рублей составляют 0,57 тысячи рублей, или 570 рублей.

При использовании термина «процент» обязательно явным или неявным образом указывать, от какой величины исчисляются проценты, какая величина выступает базой сравнения. В противном случае фраза станет бессмысленной. Так, к примеру, в выражении «бракованные изделия составили 15% от всего объема производства фабрики в третьем квартале» *база сравнения указана явно*, тогда как в выражении «валовой внутренний продукт России за 2005 год вырос на 6,4%» *база вычисления этих процентов обозначается неявно*

⁶ Символ «%» происходит, как полагают, от итальянского слова *cento* (сто), которое в расчетах писалось просто *cto*. Для скорости буква *t* записывалась в виде наклонной черты: *c/o*, откуда и произошел современный символ для обозначения процента.

⁷ Подробнее об основных принципах решения задач на проценты и доли смотри в первой главе настоящего пособия.

— величина ВВП России в 2004 году. Выражение «Объем золотовалютных резервов России равен 15%» не имеет смысла, так как абсолютно непонятно, от какой базы считаются эти проценты: от объема золотовалютных резервов США, от объема мировых золотовалютных резервов, от внешнего долга России или от какой-то другой величины. Соответственно, **при решении задач на проценты всегда нужно учитывать, от какой величины исчисляются проценты.** Нередко в тексте одного задания в качестве базовой выступают разные экономические величины. Так, например, в задании говорится о доле безработных в экономически активном населении (то есть об уровне безработицы), а в вопросе спрашивается о доле занятого населения в общем населении страны⁸.

Вернемся к рассмотренному выше примеру про безработицу в России и Германии. Проанализируем вместо абсолютных показателей безработицы и занятости (т.е. среднегодовой численности безработных и занятых) относительные (т.е. уровни безработицы и занятости). Таким образом, базой исчисления процентов (100%) будет среднегодовая численность экономически активного населения (см. табл. 2).

Таблица 2

в % от численности экономически активного населения	Россия		Германия	
	2001 г.	2002 г.	2001 г.	2002 г.
Уровень занятости, %	91,1	91,4	92,1	91,3
Уровень безработицы, %	8,9	8,6	7,9	8,7

Источник: Рассчитано автором по данным таблицы 1.

Использование относительных величин позволяет сравнить нам показатели рынков труда России и Германии. Как видно из табл. 2, в 2001 году уровень безработицы в России был выше, чем в Германии, тогда как в 2002 году — ниже. При этом в 2002 году уровень безработицы в России снизился на 0,3 процентных пункта по сравнению с 2001 годом, тогда как в Германии — вырос на 0,8 *процентных пункта*. Таким образом, в 2001 году более благоприятная ситуация на рынке труда была в Германии, а в 2002 году — в России.

Хотим обратить внимание, что **нельзя путать** понятия «**процентный пункт**» и «**процент**». Первое употребляется только для характеристики *абсолютного изменения величины, выраженной в процентах*. Например, в нашем случае уровень безработицы в России снизился с 8,9% до 8,6%, т.е. на 0,3 процентных пункта. Тогда как второе всегда показывает относительное изменение какой-либо величины. Так, в нашем примере уровень безработицы снизился в России примерно на 3,4% ($\frac{8,6\%}{8,9\%} \cdot 100\% = 96,6\%$).

Относительные величины динамики характеризуют изменение экономических величин во времени и показывают, *во сколько раз (на сколько процентов)* увеличилось (уменьшилось) значение величины по сравнению с каким-

⁸ **Уровень безработицы** определяется как удельный вес (доля) численности безработных в численности экономически активного населения, рассчитанный в процентах; **уровень занятости** определяется как удельный вес (доля) численности занятых в численности экономически активного населения, рассчитанный в процентах.

либо предшествующим периодом. Для расчета относительной величины динамики определяют отношение уровней, характеризующих изучаемое явление в разные периоды времени, при этом *в числителе стоит величина, которую сравнивают*, тогда как *в знаменателе, — с которой сравнивают*. Последняя и выступает в качестве *базы сравнения* (или *основания сравнения*).

Выбор базы сравнения нередко имеет существенное значение. Так, в ряде случаев в качестве базы сравнения принимаются годы, являющиеся исторически обусловленной границей отдельных периодов экономического развития страны. К примеру, при анализе динамики экономических показателей России в 1990-е годы за базу сравнения, как правило, берется 1989 год (год начала экономического спада в России) или 1991 год (год распада Советского Союза).

Полученная относительная величина может быть выражена в виде *коэффициента*, который показывает, во сколько раз сравниваемый абсолютный показатель больше (меньше) базисного. Например, сопоставляя прибыль фирмы в 2003 (120 тысяч рублей) и 2004 (150 тысяч рублей) годах, получим коэффициент 1,25, который показывает, что прибыль фирмы в 2004 году была в 1,25 раза выше, чем в 2003 году. Относительная величина динамики может быть также выражена *в процентах* (для этого надо полученный коэффициент умножить на 100%): $1,25 * 100\% = 125\%$. Полученная относительная величина позволяет сделать вывод о том, что прибыль фирмы в 2004 году составила 125% от ее прибыли в 2003 году, т.е. увеличилась на 25% по сравнению с 2003 годом.

Обратите внимание на различие терминов «рост» и «прирост». Под *ростом* понимается то, во сколько раз увеличилась рассматриваемая величина за некоторый период. *Прирост* показывает разницу между некоторой величиной в отчетном периоде и в базисном. Так, если мы рассматривали рост в процентах, то величина прироста получается вычитанием 100% из величины роста (или вычитанием единицы, если мы рассматривали рост в коэффициентах). Так, например, на 1 января 2005 года золотовалютные резервы России составляли 124,5 млрд. долларов, а на 1 января 2006 года — 182,24 млрд. долларов. Значит за 2005 год рост величины золотовалютных резервов составил 146,4%, а прирост — 46,4%.

Еще раз рассмотрим пример про безработицу в России и Германии. Проанализируем динамику показателей рынка труда в России и Германии в 2001–2002 годах. То есть базой исчисления процентов (100%) буду выступать значения соответствующих показателей рынка труда в 2001 году (см. табл. 3).

Таблица 3

	Россия		Германия	
	2001 г.	2002 г.	2001 г.	2002 г.
Динамика среднегодовой численности экономически активного населения, %	100	101,3	100	100,1
Динамика среднегодовой численности занятых, %	100	101,7	100	99,2
Динамика среднегодовой численности безработных, %	100	97,6	100	110,7

Источник: Рассчитано автором по данным таблицы 1.

Как видно из табл. 3, в 2002 году численность безработных в России снизилась на 2,4% по сравнению с 2001 годом, тогда как в Германии — выросла на 10,7%. Укажем, что использование только относительных величин динамики не дает ответа на вопрос «Какая из двух рассматриваемых стран имела более благоприятную ситуацию на рынке труда в 2001 году? в 2002 году?». С помощью этих величин мы можем лишь проанализировать, как развивалась ситуация в течение рассматриваемого периода. То есть применительно к нашему примеру, мы можем сделать следующий вывод: ситуация на рынке труда в России улучшилась в 2002 году по сравнению в 2001 годом, тогда как в Германии — ухудшилась.

Среди обобщающих статистических показателей, характеризующих экономические явления, большое значение имеют *средние величины*.

Рассмотрим какую-либо однородную совокупность экономических показателей (например, уровень пенсий в Москве)⁹. Индивидуальные значения экономического показателя (размер пенсии) формируются под влиянием двух групп причин. В первую группу *общих* для всех единиц совокупности *причин* относятся причины, определяющие состояние данного экономического явления (в нашем примере такой причиной является, в частности, минимальный уровень пенсии в России). Они формируют типичный уровень для единиц данной однородной совокупности и связаны с сущностью изучаемого явления. Вторая группа (*индивидуальных*) причин учитывает специфические особенности каждой единицы совокупности (например, стаж работы, наличие инвалидности, наличие звания «ветеран труда» у пенсионера). Эти причины, как правило, не связаны с природой изучаемого явления, их называют *случайными*.

При исчислении средней величины по всей совокупности влияние случайных причин взаимопогашается, и средняя представляет одним значением всю совокупность, отражает то общее, что присуще всем ее единицам.

Практическое применение средних статистических показателей в анализе экономических явлений и процессов чрезвычайно велико. Так, в рассмотренном выше примере про рынок труда России и Германии речь идет о *средней* численности экономически активного населения, занятых и безработных в течение года.

В экономических исследованиях используются различные виды средних величин. Наиболее часто применяются средняя арифметическая и средняя геометрическая. Выбор того или иного вида средней зависит от анализируемого экономического процесса, а также от конкретных данных, по которым ее придется вычислять, и целей анализа¹⁰.

В заключение заметим, что для полной характеристики изучаемого экономического явления в процессе экономико-статистического анализа необходимо использовать все виды обобщающих статистических показателей.

⁹ Необходимым условием для применения средних величин в экономическом анализе является *однородность рассматриваемой совокупности*. Так, к примеру, если заработная плата трех сотрудников ООО «Точка росы» составляет 5 000, 11 000 и 164 000 рублей в месяц, то использовать величину 60 000 рублей как уровень средней заработной платы на фирме для целей анализа представляется некорректным. По уровню своей заработной платы сотрудники фирмы относятся к разным категориям работников.

¹⁰ Основные способы расчета средних величин и примеры задач на их нахождение рассмотрены во второй главе («Средние величины в экономике») настоящего пособия.

ГЛАВА 1. ОСНОВНЫЕ ПРИНЦИПЫ РЕШЕНИЯ ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ НА ПРОЦЕНТЫ И ДОЛИ¹¹

Правило первое¹².

Фактор времени на любом экзамене играет весьма важную роль. Особенно велика его роль на вступительном экзамене по обществознанию: в среднем для ответа на один вопрос у абитуриента имеется 2–2,25 минуты (без учета времени на проверку полученных ответов и заполнение бланка ответов). Мало кто из поступающих досрочно заканчивает работу, большинству не хватает времени для решения всех заданий теста. Следовательно, необходимо как можно более экономно и рационально расходовать имеющееся время. Однако часто вместо экономии получается противоположный результат. **Никогда не начинайте решать вариант вступительного экзамена с экономико-математических заданий, даже если Вы «с ходу» знаете, как именно нужно решать то или иное задание.** Прочитайте и попытайтесь сначала ответить на остальные вопросы. Математика «затягивает», и часто абитуриенты не замечают, как отведенное на экзамен время закончилось.

Правило второе.

Не нужно спешить и лихорадочно решать задачи. Постарайтесь, как можно меньше считать в уме, записывайте все промежуточные вычисления на бумаге¹³! Как правило, экзаменационные задания не решаются в одно действие, и, допустив арифметическую ошибку в процессе решения, Вы можете обнаружить в конце, что полученного результата нет среди вариантов ответов. А если Вы решали тест «в уме», то на поиск и исправление ошибки у Вас уйдет гораздо больше времени, чем на проверку пошаговых вычислений. И поверьте: не надо бояться того, что члены приемной или экзаменационной комиссии отнесутся к Вам иначе, если найдут на полях, к примеру, произведение трех на восемнадцать, тест проверяет беспристрастный компьютер! Согласитесь, гораздо обиднее будет, получив в уме, к примеру, 56, остаться потом «у разбитого корыта», недобрав несколько баллов (из 380 баллов) до границы так нужной Вам оценки.

Правило третье.

Заметную экономию времени и, соответственно, преимущество перед конкурентами на экзамене дает умение рационально решать задачи. Иногда задачу за счет использования удачного приема можно решить в три – четыре раза быстрее. Поэтому прежде чем приступить к решению теста **внимательно прочитайте условие и осмыслите, что именно Вам требуется найти.**

¹¹ В ходе написания главы был использован материал пособий: Общеобразовательный тест: Пособие для поступающих. М.: Экономический факультет МГУ, ТЕИС, 1997. С. 180–181; Абчук В.А. Экономико-математические методы: Элементарная математика и логика. Методы исследования операций. СПб: Союз, 1999. С. 31–40.

¹² Первые три правила являются «универсальными» для решения всех типов экономико-математических задач вступительного экзамена по обществознанию.

¹³ На вступительном экзамене по обществознанию Вам выдадут бумагу для решения заданий экзамена в необходимом Вам количестве. Помимо этого в качестве черновика Вы также можете использовать сам экзаменационный вариант (кроме бланка ответов).

Практически во всех заданиях проведение промежуточных вычислений является нерациональным. Оптимальным оказывается первоначальное нахождение итоговой формы для расчета искомой величины и лишь затем проведение арифметических расчетов: сокращения, деления, умножения и т.д.

Пример. В апреле работники цеха должны были изготовить по плану 124 тысячи этажерок. За первую декаду апреля цех выполнил 40% месячного плана производства на апрель, а за вторую декаду — 25% от оставшегося плана. Сколько этажерок необходимо изготовить работникам цеха в третьей декаде апреля, чтобы полностью выполнить план производства на апрель?

Решение:

Способ 1.

Рассчитаем, сколько этажерок было изготовлено за первую декаду апреля:

$$124000 \cdot \frac{40}{100} = 1240 \cdot 40 \Leftrightarrow \begin{array}{r} 1240 \\ \times 40 \\ \hline 49600 \end{array}$$

Таким образом, на вторую и третью декады апреля цеху остается еще изготовить 74,4 тысячи этажерок ($120 - 49,6 = 74,4$).

Поскольку за вторую декаду выполнили 25% от оставшегося плана на апрель, то за вторую декаду было изготовлено 18600 этажерок:

$$74400 \cdot \frac{25}{100} = 744 \cdot 25 \Leftrightarrow \begin{array}{r} 744 \\ \times 25 \\ \hline 18600 \end{array}$$

Отсюда имеем, что для выполнения месячного плана работникам необходимо изготовить за третью декаду апреля 55800 этажерок ($74,4 - 18,6 = 55,8$).

Способ 2.

Решим данную задачу так называемым методом от «остатка».

Поскольку за первую декаду было изготовлено 40% месячного плана, то за вторую и третью декады осталось изготовить 60% плана ($100\% - 40\%$). Учитывая, что за вторую декаду изготовили 25% от оставшегося плана (то есть от 60% всего апрельского плана), имеем, что для выполнения месячного плана работникам необходимо изготовить за третью декаду 75% ($100\% - 25\%$) от остатка, то есть 45% начального плана на апрель:

$$(1 - 0,40) \cdot (1 - 0,25) = 0,6 \cdot 0,75 = 0,45.$$

Отсюда мы легко получаем, сколько этажерок необходимо изготовить работникам цеха в третьей декаде апреля, чтобы полностью выполнить план:

$$124000 \cdot 0,45 = 1240 \cdot 45 \Leftrightarrow \begin{array}{r} 1240 \\ \times 45 \\ \hline 55800 \end{array}$$

Как и следовало ожидать, мы получили тот же результат, что и в первом случае, однако снизили вероятность появления арифметической ошибки.

Ответ: для полного выполнения месячного плана в третьей декаде апреля работникам цеха необходимо изготовить 55800 этажерок.

Комментарий. При решении большинства задач на проценты и доли приходится приводить дроби к общему знаменателю, а также производить их сокращение. Напомним несколько простых приемов работы с дробями.

1. Необходимо помнить, что величина дроби *не изменится*, если *числитель и знаменатель дроби умножить или разделить на одно и то же число*:

$$\frac{x}{y} = \frac{x \cdot A}{y \cdot A} = \frac{x/A}{y/A}$$

2. Для того чтобы *сложить или вычесть дроби*, необходимо привести их к общему знаменателю, а затем сложить или вычесть числители:

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot d} \pm \frac{c \cdot b}{d \cdot b} = \frac{a \cdot d \pm c \cdot b}{b \cdot d}$$

3. *Умножение дробей* сводится к умножению числителя на числитель и знаменателя на знаменатель:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

4. *Деление дробей* сводится к умножению числителя первой дроби на знаменатель второй, а знаменателя первой на числитель второй дроби, или к умножению первой дроби на перевернутую вторую:

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

Правило четвертое.

При решении задач на проценты **символ % используйте только при выборе правильного варианта ответа** из предложенных. **В ходе непосредственного решения задачи пользуйтесь только долями и коэффициентами.**

Пример. Согласно данным социологического обследования, 60% преподавателей экономического факультета МГУ имеют ученую степень кандидата наук, а 28% — доктора наук. Определите, сколько кандидатов и докторов наук было опрошено в ходе социологического обследования, если в опросе приняло участие 110 преподавателей факультета¹⁴.

Решение:

Пусть x (человек) — число кандидатов наук, а y (человек) — число докторов наук, опрошенных социологами. Выразив 28 процентов в долях от единицы, получим коэффициент 0,28, а 60 процентов — коэффициент 0,60.

Откуда имеем:

$$x = 110 \cdot 0,6 = 66 \text{ (человек)} \text{ и } y = 110 \cdot 0,28 = 30,8 \text{ (человек)}$$

Поскольку количество человек всегда является целой величиной, получим, что 66 кандидатов и 31 доктор наук были опрошены в ходе социологического обследования.

Ответ: 66 кандидатов и 31 доктор наук были опрошены в ходе социологического обследования.

¹⁴ Задание составлено по данным брошюры: Лапшева О.И., Ходжаев А.Ш. Социологический портрет преподавателя экономического факультета МГУ. М.: Экономический факультет МГУ, ТЕИС, 2003. С. 3.

Правило пятое.

При решении задач на анализ динамики экономических показателей всегда *устанавливайте взаимнооднозначное соответствие между процентами и коэффициентами.* Выражение «*величина А увеличилась (уменьшилась) на x процентов*» нужно воспринимать в виде «*величина А домножилась на коэффициент k*» и наоборот.

В общем виде соответствие между количеством процентов x , на которое изменилось исходное значение экономического показателя, и коэффициентом, на который он домножается, можно представить в виде:

$$\text{увеличился на } x\% \Leftrightarrow \text{домножился на коэффициент } k = 1 + \frac{x}{100}$$

$$\text{уменьшился на } x\% \Leftrightarrow \text{домножился на коэффициент } k = 1 - \frac{x}{100}$$

Например:

$$\text{увеличилась на } 20\% \Leftrightarrow k = 1 + \frac{20}{100} \Leftrightarrow \text{домножилась на коэффициент } 1,2$$

$$\text{уменьшилась на } 57\% \Leftrightarrow k = 1 - \frac{57}{100} \Leftrightarrow \text{домножилась на коэффициент } 0,43$$

Аналогичным образом, зная значение коэффициента k , можно однозначно определить величину изменения экономического показателя в процентах x :

$$\text{домножился на коэффициент } k \Leftrightarrow \text{увеличился на } x = 100(k - 1)\% \text{ при } x > 0$$

$$\text{домножился на коэффициент } k \Leftrightarrow \text{уменьшился на } x = 100(k - 1)\% \text{ при } x < 0$$

Иными словами, в этом случае нам нужно определить, насколько коэффициент k отличается от единицы, и это отличие мы превращаем в проценты.

Например:

$$\text{домножился на коэффициент } 1,2 \Leftrightarrow \text{увеличился на } 20\% = 100(1,2 - 1)\%$$

$$\text{домножился на коэффициент } 0,78 \Leftrightarrow \text{уменьшился на } 22\% = 100(0,78 - 1)\%$$

Правило шестое.

При решении задач на проценты всегда обращайтесь внимание, **что берется за величину (базу) сравнения.** Нередко каждое упоминание о процентах относится к разным базам их исчисления или база сравнения изменяется численно.

Пример. Мэрия города Сочи собирается приобрести партию ананасов. Взвешивание, которое производилось перед погрузкой в Сан-Паулу (Бразилия), показало массу 100 тонн, при этом было определено, что процентное содержание жидкости в товаре составляет 99%. При разгрузке в порту города Сочи выяснилось, что доля жидкости уменьшилась до 96% за счет усушки при транспортировке. Каков вес закупаемой партии после разгрузки?

Решение:

Вначале рассчитаем, какой процент и вес так называемого сухого остатка (под которым понимают вещество, вес которого не изменяется при усушке / утруске) был в приобретаемой партии перед погрузкой. Поскольку при первом

взвешивании жидкость составляла 99% (по весу), то сухой остаток составлял 1% от массы «свежих» ананасов и весил 1 тонну ($0,01 \cdot 100 \text{ т.} = 1 \text{ т.}$).

При втором взвешивании (после разгрузки) вес сухого остатка, по определению, не изменился и составил 1 тонну, но его удельный вес (доля) в весе «усушенных» ананасов, по условию, увеличился до 4%.

Теперь можно найти вес всей партии ($x \text{ т.}$) после разгрузки:

$$\begin{array}{r} 4\% \quad - \quad 1 \text{ т.} \\ 100\% \quad - \quad x \text{ т.} \end{array} \Rightarrow x = 25 \text{ т.}$$

Ответ: 25 тонн.

Комментарий. Неверное решение этой задачи, как правило, связано с тем, что поступающие забывают об изменении *общей массы* товара при усушке. В результате, несмотря на то, что и в первом, и во втором случае за базу берется общая масса партии, база сравнения изменяется (100 тонн в первом случае и 25 тонн во втором). Задачи, основанные на изменении процентного содержания жидкости, следует решать **только** через сухой вес.

Правило седьмое.

Помните, что выражение «**величина A больше (меньше) величины B на x процентов**» **НЕ эквивалентно** (НЕ синонимично) выражению «**величина B меньше (больше) величины A на x процентов**»:

$$A \left(1 \pm \frac{x}{100} \right) = B \neq B \left(1 \pm \frac{x}{100} \right) = A.$$

Пример. Зарботная плата инженера на 20% ниже зарботной платы прораба. На сколько процентов оплата труда прораба выше оплаты труда инженера?

Решение:

Как правило, большинство абитуриентов, впервые столкнувшись с этим заданием, отвечают «на 20%». Покажем, что этот результат неверен.

Пусть $ЗИ$ (рублей) — зарботная плата инженера, а $ЗП$ (рублей) — зарботная плата прораба. Тогда, по условию, $ЗИ = 0,8 \cdot ЗП$ (за базу сравнения взята зарботная плата прораба).

Нам требуется найти, на сколько процентов оплата труда прораба выше оплаты труда инженера. То есть теперь *базой сравнения* будет зарботная плата инженера. Таким образом, нам требуется найти отношение:

$$\frac{ЗП}{ЗИ} = \frac{ЗП}{0,8 \cdot ЗП} = \frac{ЗП}{\frac{4}{5} \cdot ЗП} = \frac{5}{4} = 1,25.$$

Перейдя от процентов к коэффициентам (см. *правило пять*), получим: оплата прораба выше оплаты труда инженера на 25% ($(1,25 - 1) \cdot 100\%$).

Ответ: оплата прораба выше оплаты труда инженера на 25%.

Комментарий 1. Незнание данного правила часто приводит к ошибке при решении текстовых задач. Пусть, к примеру, в магазине имеется три секции. Если известно, что в мае объем продаж третьей секции (S_3) был на 20% меньше суммарного объема продаж первой и второй секции ($S_1 + S_2$), тогда верно состав-

ленное уравнение имеет вид: $S_3 = 0,8 \cdot (S_1 + S_2)$. Тогда как многие абитуриенты записывают его в следующем виде: $1,2S_3 = (S_1 + S_2)$.

Комментарий 2. Хотим обратить внимание читателя на то, что **экзаменаторы прекрасно осведомлены о «слабых» сторонах поступающих**. Поэтому, как правило, остальные четыре (или пять) вариантов ответа в тесте, являющиеся неверными, представляют собой «ловушки», составленные с учетом типичных ошибок абитуриентов.

Правило восьмое.

При **последовательных изменениях** какой-либо величины каждый раз **проценты берутся от ее последнего значения** (если в условии не оговорено другое), и на соответствующий коэффициент домножается последнее значение величины.

Пример. Прежде чем попасть на прилавок магазинчика в деревне Большие Утоги Свердловской области жевательная резинка проходит через трех поставщиков: оптовую компанию ООО «Бабл Гум» (Москва), региональную оптовую компанию ООО «Жувастик» (Екатеринбург), ларек ПБЮЛ «В.К. Тарханов» на оптовом рынке «Бодрость» (Екатеринбург). На каждом этапе цена жевательной резинки увеличивается на определенное количество процентов по отношению к предыдущему этапу: на первом этапе — на 20%, на втором этапе — на 25%, на третьем этапе — на 10%. Наценка владельца магазинчика И.Г. Вайсмана составляет одну треть от цены жевательной резинки в ПБЮЛ «В.К. Тарханов». На сколько процентов больше в результате придется заплатить жительнице деревни Большие Утоги Маше Орловой по сравнению с отпускной ценой компании-производителя в Москве?

Решение:

Пусть A_0 (рублей) — отпускная цена жевательной резинки у компании-производителя в Москве, а A_1 (рублей) — стоимость жевательной резинки в магазинчике в деревне Большие Утоги. Следовательно, нам требуется найти отношение $(A_1 - A_0) / A_0$.

Выразив 20%, 25%, 10% в долях от единицы, получим, соответственно, коэффициенты 0,2, 0,25, 0,1. Последнее повышение уже в условие дано в виде доли (1/3).

Откуда имеем:

$$A_1 = A_0 \cdot (1 + 0,2) \cdot (1 + 0,25) \cdot (1 + 0,1) \cdot \left(1 + \frac{1}{3} \right) \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_0} = 2,2 \text{ (раза).}$$

Зная коэффициент 2,2, мы легко можем получить искомую величину процентов: $(2,2 - 1) \cdot 100\% = 120\%$.

Ответ: Маше Орловой придется заплатить на 120% больше по сравнению с отпускной ценой компании-производителя в Москве.

Комментарий:

Мы сознательно при решении этой задачи опустили процесс вычисления изменения цены жевательной резинки, чтобы читатель еще раз убедился в том, что использование промежуточных вычислений бывает нецелесообразным (см. *правило 3*). Последовательно умножение коэффициента 1,2 на коэффициент

1,25 ($1,2 \cdot 1,25 = 1,5$), затем коэффициента 1,5 на коэффициент 1,1 ($1,5 \cdot 1,1 = 1,65$) и, наконец, коэффициента 1,65 на коэффициент $\frac{4}{3}$ ($1,65 \cdot \frac{4}{3} = 2,2$) отнимет у абитуриента значительное время. В то время как вычисление выражения $\frac{5}{4} \cdot \frac{6}{5} \cdot \frac{11}{10} \cdot \frac{4}{3}$ не составляет особого труда: $\frac{5}{4} \cdot \frac{6}{5} \cdot \frac{11}{10} \cdot \frac{4}{3} = \frac{\cancel{5} \cdot \cancel{6} \cdot 2 \cdot 11 \cdot \cancel{4}}{\cancel{4} \cdot \cancel{5} \cdot 2 \cdot 5 \cdot 3} = \frac{11}{5}$.

Правило девятое.

Вопрос «**На сколько процентов величина A больше величины B ?**» равносильен вопросу «**Во сколько раз величина A больше величины B ?**», а вопрос «**Какой процент величина A составляет от величины B ?**» — вопросу «**Какую часть величина A составляет от величины B ?**».

Пример. Прибыль компании A на 30% меньше прибыли компании B . Прибыль компании B на 10% меньше прибыли компании D . Прибыль компании D в три раза больше прибыли компании B . Какой процент от прибыли компании B составляет прибыль компании A ?

Решение:

Обозначим прибыли компании A, B, B, D (ден. единиц) через A, B, B, D , соответственно. Тогда из условия имеем: $A=0,7B, B=0,9D, D=3B$. Откуда получим: $B = 0,9 \cdot (3B) = 2,7B$.

Поскольку требуется определить, какой процент от прибыли компании B составляет прибыль компании A , то за базу сравнения берется прибыль компании B . То есть нам требуется определить, во сколько раз A больше B :

$$\frac{A}{B} = \frac{0,7B}{2,7B} \approx 0,26.$$

Таким образом, прибыль компании A составляет примерно 26% от прибыли компании B .

Ответ: прибыль компании A составляет примерно 26% от прибыли компании B .

Комментарий:

Существует еще один способ ответить на вопрос «на сколько процентов показатель A больше (меньше) показателя B ». Он состоит в том, чтобы выяснить, на какой коэффициент домножается величина B в процессе превращения в величину A .

Правило десятое.

Если требуется разделить экономическую величину на несколько неравных частей (например, в пропорции $m : n$), то необходимо сначала определить, **на сколько всего частей нужно разделить** эту величину, затем рассчитать, **сколько единиц делимой величины приходится на одну часть**, и наконец найти, **сколько единиц приходится на n и m частей**, соответственно.

Пример. При учреждении фирмы Семен Каменский и Борис Каминский договорились делить все прибыли и убытки в отношении 3 : 4. Как, учитывая их договоренность, предприниматели должны разделить 210 тысяч рублей, заработанные компанией в текущем году?

Решение:

Из условия задачи мы можем заключить, что прибыль фирмы требуется разделить всего на 7 частей (3+4). Поскольку фирма заработала всего 210 тысяч рублей, то на каждую часть приходится $\frac{210}{7} = 30$ тысяч рублей. Следовательно,

на 3 части будет приходиться 90 тысяч рублей, а на 4 части — 120 тысяч рублей.

Таким образом, Семен должен получить 90 тысяч рублей, а Борис — 120 тысяч рублей.

Ответ: Семен должен получить 90 тысяч рублей, Борис — 120 тысяч рублей.

Комментарий:

У абитуриентов часто возникает сложность с трактовкой выражения «в отношении (пропорции) $m : n$ ». Иначе говоря, можно сказать так: на каждые три рубля, полученные Семеном, должно приходиться 4 рубля, полученные Борисом.

На основе решения этой задачи мы можем сформулировать нехитрый алгоритм, с помощью которого Вы сможете решать аналогичные задачи, не прибегая к использованию пропорций и решению уравнений.

Алгоритм деления на 2 части:

Пусть нам требуется разделить какую-то экономическую величину, равную a единиц, между двумя экономическими агентами¹⁵ в отношении $m : n$, и определить, сколько единиц рассматриваемой величины приходится на каждого экономического агента.

Решение:

Поскольку рассматриваемую величину нам требуется разделить всего на $m + n$ частей, значит на одну часть будет приходиться $\frac{a}{m + n}$ единиц,

на m частей — $\frac{m \cdot a}{m + n}$ единиц, а на n частей — $\frac{n \cdot a}{m + n}$ единиц.

Ответ: на первого экономического агента приходится $\frac{m \cdot a}{m + n}$ единиц, на вто-

рого — $\frac{n \cdot a}{m + n}$ единиц.

Алгоритм деления на n частей:

Пусть нам требуется разделить какую-то экономическую величину, равную a единиц, между n экономическими агентами в отношении $x_1 : x_2 : \dots : x_n$. Определить, сколько единиц рассматриваемой величины приходится на каждого экономического агента. Аналогично, можно получить, что на первого эконо-

мического агента приходится $\frac{x_1 \cdot a}{x_1 + x_2 + \dots + x_n}$ единиц, на второго — $\frac{x_2 \cdot a}{x_1 + x_2 + \dots + x_n}$ единиц, ..., на n -ного — $\frac{x_n \cdot a}{x_1 + x_2 + \dots + x_n}$ единиц.

¹⁵ **Экономические агенты** — субъекты экономических отношений, участвующие в производстве, распределении, обмене и потреблении экономических благ. Основными экономическими агентами являются индивиды (домашние хозяйства), фирмы, государство и иностранный сектор.

Задания для самостоятельной работы

- 1.1. Найдите: (1) 4% от 75 рублей; (2) 25% от 340 евро; (3) $18\frac{1}{3}\%$ от 330 франков; (4) 15% от 84 долларов; (5) 32% от 12,5 марок.
- 1.2. Найдите сумму, лежащую на счете в банке, если её: (1) 8% равны 24 рублям; (2) 140% равны 182 рублям; (3) 45% равны 225 рублям; (4) 750% равны 450 рублям; (5) 7% равны 182 рублям.
- 1.3. Найдите выручку компании, если известно, что её: (1) 5% составляют 23% от 15,5 тысяч рублей; (2) 4% составляют 31% от 16,4 млн. рублей; (3) 16% составляют 8% от 84 тысячи рублей; (4) 6% составляют 3% от 1,5 млн. рублей; (5) 18% составляют 45% от 225 тысяч рублей.
- 1.4. (1) Ваш капитал вырос в 5 раз. На сколько процентов вы стали богаче? (2) Ваш капитал уменьшился в 5 раз. На сколько процентов вы стали беднее? (3) Ваш капитал вырос на 50%. Во сколько раз вы стали богаче? (4) Ваш капитал уменьшился на 50%. Во сколько раз вы стали беднее?
- 1.5. На сколько увеличилась выручка нефтяной компании, если цена тонны нефти увеличилась на 30%, а объем продаж вырос на 20%?
- 1.6. На сколько уменьшилась прибыль авиакомпании, если прибыль на единицу продукции сократилась на 50%, а объем продаж упал на 25%?
- 1.7. Как изменились затраты компании, если себестоимость единицы продукции снизилась на 20%, а объем продаж вырос на 50%?
- 1.8. Как изменилась выручка компании, если цена единицы продукции снизилась на 30%, а объем продаж вырос на 30%?
- 1.9. Как изменились издержки компании в расчете на единицу продукции, если общие издержки снизились на 20%, а выпуск вырос на 60%?
- 1.10. Как изменилась цена продукции, если выручка снизилась на 20%, а объем продаж упал на 36%?
- 1.11. Известно, что из 143 тысяч тонн нефти нефтезавод получает 78 тысяч тонн бензина марки А98. Сколько бензина будет получено нефтезаводом в ходе переработки партии в 11 тысяч тонн нефти?
- 1.12. На фирме работают 250 человек, из которых 120 не имеют высшего образования. Каков на фирме процент сотрудников, имеющих высшее образование?
- 1.13. Новый мебельный гарнитур с доставкой обошелся семье Ивановых в 39 тысяч рублей. Какой процентов от общих затрат на покупку гарнитура (включая доставку) составляют расходы по перевозке, если стоимость гарнитура равна 35,1 тысячи рублей.
- 1.14. Постройка загородного дома стоила 9,8 млн. рублей, из них 65% заплатили за материалы, а остальное — за работу. Сколько заплатили за работу?
- 1.15. Два завода должны были за месяц произвести 360 станков. Однако первый завод выполнил план на 110%, а второй завод перевыполнил план на 12%. В итоге было произведено 400 станков. Сколько станков сверхплана выпустил второй завод?
- 1.16. На сколько процентов следует понизить за один раз цену товара, чтобы новая цена была равна цене товара после двух последовательных понижений на 10%?

- 1.17. Фонды оплаты труда четырех отделов компании соотносятся друг с другом как 2 : 3 : 5 : 6. Определите величину фондов оплаты труда каждого отдела, если суммарный фонд оплаты труда компании равен 128 млн. рублей.
- 1.18. Разделите наследство в 1,5 млн. рублей между тремя братьями так, чтобы на каждые 16 рублей, полученных старшим братом, приходилось семь рублей, полученных средним, и один рубль, полученный младшим.
- 1.19. Автоцентр сделал заказ автозаводу на изготовление запасных частей для легковых автомобилей. В частности, была заказана партия комплексных деталей, включающая передние полуоси, диски колес и колесные гайки, общим количеством 52 тысячи единиц. Соотношение названных деталей составляет 2 : 4 : 20? Сколько и какой процент деталей каждого вида было заказано?
- 1.20. В банке общая сумма кредитов, выданных населению, составляет 25% от суммы кредитов, выданных предприятиям. Какой процент от общего объема кредитования в этом банке приходится на долю предприятий?
- 1.21. Летом численность приезжающих в приморский поселок туристов составляет 150% от численности коренного населения поселка. Определите, каков удельный вес туристов в общей численности населения поселка летом.
- 1.22. На овощной базе имелся крыжовник, влажность которого составляла 99%. За время хранения его влажность уменьшилась и стала равна 98%. На сколько процентов уменьшилась масса хранившегося на базе крыжовника?
- 1.23. В августе овощная база закупила 10 тонн овощей по цене 25 рублей за килограмм, содержащие 99% воды по весу. В январе овощи были реализованы по цене 60 рублей за килограмм, при этом за время хранения часть воды испарилась, в результате чего в овощах осталось 98% воды. Определите прибыль овощной базы от продажи закупленной партии овощей.
- 1.24. Фирме, выпускающей соки, предлагают приобрести 100 тонн ананасов по цене 30 тысяч рублей за тонну. Взвешивание товара производилось месяц назад, и тогда же было определено процентное содержание жидкости, которое равнялось 98% (по весу). По требованию покупателя на день покупки производится повторный замер содержания жидкости в фруктах, который показал, что жидкости осталось только 90% (по весу). Сколько денег должна заплатить фирма за ананасы, учитывая изменение веса партии?
- 1.25. Компания «Вопанза» приобрела 200 тонн бананов в Эквадоре по цене 5 тысяч рублей за тонну. Перед погрузкой в порту г. Гуаякиль было произведено контрольное взвешивание партии и тогда же было определено процентное содержание жидкости, которое равнялось 96% (по весу). После разгрузки в порту г. Санкт-Петербурга был произведен повторный замер содержания жидкости, который показал, что жидкости осталось только 90% (по весу), после чего доставленная партия была продана фирме «Тампико» по цене 20 тысяч рублей за тонну. Определите прибыль компании «Вопанза» от этой операции, если транспортные расходы составили 400 тысяч рублей, а других издержек компания не имеет.
- 1.26. В траве вода составляет 70% от общей массы, а в сене — 40%. Сколько нужно скосить травы, чтобы получить 5 т сена?

- 1.27. Яблоки при сушке теряют 85% своей массы. Сколько надо взять свежих яблок, чтобы приготовить 10,5 кг сушеных?
- 1.28. Цена на товар была повышена на 25%. На сколько процентов следует снизить новую цену, чтобы получить первоначальную цену?
- 1.29. Пока болел директор объем продаж фирмы снизился на 20%. На сколько процентов он должен теперь повыситься, чтобы достичь прежнего уровня?
- 1.30. Услуги частного брокера Иванова на 60% дешевле, чем услуги брокерской компании «Петров и партнеры». Если гражданин Сидоров предпочтет воспользоваться услугами компании «Петров и партнеры», на сколько процентов больше он заплатит (чем в случае обращения к брокеру Иванову)?
- 1.31. В начале года в гипермаркете телевизор «Прогресс» стоил 250 евро. В течение года его стоимость увеличилась на 10%, однако перед новогодними праздниками руководство гипермаркете снизило цены на всю электронику на 10%. Сколько заплатила семья Ивановых за новых телевизор, купленный на новогодней распродаже?
- 1.32. Из-за надвигающегося тропического шторма объем добычи нефти в Мексиканском заливе был снижен на 80%. На сколько процентов нужно его увеличить, чтобы достигнуть прежнего уровня добычи?
- 1.33. В начале 2004 года себестоимость производства одной пары валенок равнялась 50 рублей. В 2004–2005 годах на предприятии проводилась реструктуризация. В течение первого года реструктуризации себестоимость производства повысилась на некоторое число процентов, а в течение второго снизилась на такое же число процентов (по отношению к повышенной себестоимости). В результате в конце 2005 года себестоимость одной пары валенок стала равна 48 рублям. Определите процент повышения и снижения себестоимости производства пары валенок в 2004 и 2005 годах.
- 1.34. Сразу после окончания экономического факультета МГУ Ольга Горелкина устроилась работать в инвестиционную компанию. За первый год работы ее месячная зарплата выросла на 50%, за второй — еще на 70%. Из-за сокращения количества заказов на третьем году работы ее зарплата снизилась на 20%. Но на следующий год доходы инвестиционной компании возросли, и за четвертый год зарплата Ольги выросла на 25%. На сколько процентов выросла зарплата Ольги за четыре года, прошедшие с момента окончания МГУ?
- 1.35. В 2002 году прибыли компаний «Сибирские самоцветы», «Уральские самоцветы» и «Якутские самоцветы», входящих в финансово-промышленную группу «Русские самоцветы», рассчитанные в млн. рублей, соотносились как 2 : 5 : 4. В 2003 году прибыль каждой компании из группы «Русские самоцветы» выросла на 5 млн. рублей. Какая из трех компаний по итогам 2003 года сообщила о наибольшем темпе роста прибыли?
- 1.36. В 2003 году затраты компаний «Сибирские самоцветы», «Уральские самоцветы» и «Якутские самоцветы», входящих в финансово-промышленную группу «Русские самоцветы», рассчитанные в млн. рублей, соотносились как 3 : 6 : 5. В 2004 году затраты каждой компании из группы «Русские самоцветы» снизились на 7%. Какая из трех компаний группы «Русские самоцветы» по итогам 2004 года сообщила о наибольшей экономии денежных средств?

- 1.37. Про опытных аналитиков Ивана и Давида известно, что ошибка их экономических прогнозов не превышает, соответственно, 5% и 10% от выданного прогноза. В каких пределах следует ожидать цену на бензин марки А95 в следующем году, если прогноз Ивана составил 16 рублей, а прогноз Давида составил 18 рубля за литр. Предполагается, что опытные аналитики ошиблись не более чем обычно.
- 1.38. В поселке Солнечный на берегу Черного моря 9% коренного населения в зимний период заняты народным промыслом. Летом 36% коренного населения уезжает из города, однако общая численность населения поселка за счет приезжающих туристов составляет 80% от численности в зимний период. Определите, какая часть от общей численности населения в летний период занята народным промыслом, если среди коренного населения доля занятых народным промыслом осталась такой же, как и в зимний период.
- 1.39. В рамках денежной реформы Центральный банк страны решил провести замену старых денежных купюр на новые с улучшенной системой защиты. По оценкам специалистов ЦБ, в начале года в обращении находилось 2 млн. купюр различного достоинства. В первом квартале была осуществлена замена 40% имеющихся в обращении купюр на новые, во втором — 300 тысяч купюр, а в третьем — 10% от остающихся в обращении старых купюр. Сколько купюр требуется заменить Центральному банку в четвертом квартале, если он намерен полностью завершить обмен к концу года?
- 1.40. В течение декабря ОАО «ТМП» перевело с расчетного счета в банке «Огни Первопрестольной» (Москва, Россия) на счет в банке «Libertados Mercosur» (Санто-Доминго, Доминиканская республика), 50% от имевшихся на счету денежных средств, затем еще 10 млн. долларов, затем еще 5% от оставшихся на счету денег. При этом сумма денег на расчетном счету предприятия в банке «Libertados Mercosur» увеличилась на 31%. Сколько денег было на расчетном счету ОАО «ТМП» в банке «Огни Первопрестольной» в начале декабря, если на расчетном счету предприятия в банке «Libertados Mercosur» изначально было 200 млн. долларов.
- 1.41. Банк «Светлый» продал банку «Золотой» пакет акции ОАО «Красный пролетарий», чтобы уравнивать их доли в капитале этого акционерного общества. Если бы, наоборот, банк «Золотой» продал банку «Светлый» такой же пакет акций, то доля банка «Светлый» в акционерном капитале ОАО «Красный пролетарий» оказалась бы в пять раз больше, чем у банка «Золотой». Определите, во сколько раз пакет акций, которым обладал банк «Светлый» до сделки, больше, чем пакет, которым обладал банк «Золотой» до сделки.
- 1.42. С расчетного счета в банке А предприятие в апреле перевело некоторую сумму на свой расчетный счет в банк Б, после чего на расчетном счету в банке А было в три раза больше денег, чем в банке Б. В мае предприятие перевело аналогичную сумму из банка А в банк Б, после чего на расчетном счету в банке Б денег стало всего в два раза меньше, чем в банке А. Во сколько раз сумма денег на расчетном счету предприятия в банке А была больше суммы денег на расчетном счету в банке Б изначально?

- 1.43. Если запланированный биржей объем торгов на август увеличить втрое, то суммарный объем торгов в июле и августе возрастет вдвое. Во сколько раз надо увеличить план на июль, оставив неизменным (т.е. на первоначальном уровне) план на август, чтобы суммарный объем торгов возрос втрое?
- 1.44. Фирма совершала сделки по покупке и продаже автомобилей одной марки, покупая один автомобиль по 7000 у.е. и продавая по 9000 у.е. Всего по этим сделкам за день прошли 32 автомобиля. Какую часть от общего числа сделок составили сделки по продаже автомобилей, если по итогам дня у фирмы образовался нулевой баланс?
- 1.45. Брокерская фирма выставила на торги пакет акций, состоящий из акций двух компаний: нефтяной компании (по 100 долларов за акцию) и газовой компании (по 65 долларов 60 центов за акцию). Всего было выставлено 200 акций. Все акции газовой компании были проданы, а часть акций нефтяной компании осталась непроданной. Общая сумма выручки оказалась равной 13120 долларов. Определите процент акций газовой компании в выставленном на продажу пакете и найдите сумму выручки, полученной за акции газовой компании.
- 1.46. Мебельная фабрика закупает картон двух сортов: первого и второго. Объем поставок за последний месяц составил: первого сорта — на 1,2 млн. рублей, второго — на 1,5 млн. рублей. Определите, на сколько процентов картон второго сорта дешевле картона первого сорта, если картона второго сорта было закуплено на 10 т. больше и он был на 20 руб. /кг дешевле первого.
- 1.47. В целях стимулирования продаж магазин установил 10% скидку на каждую пятую продаваемую газонокосилку и 25% на каждую тринадцатую продаваемую газонокосилку. В случае если на одну газонокосилку выпадают обе скидки, то применяется большая из них. Всего в ходе рекламной акции было продано 1000 газонокосилок. Определите выручку магазина от продажи партии газонокосилок, если цена одной газонокосилки составляет 1000 рублей.
- 1.48. Партия валюты была доставлена в банк двумя инкассаторскими машинами, в каждой из которых было 60 мешков валюты, при этом в 21 мешке были доллары, а в остальных — евро. Сколько мешков с долларами было в каждой машине, если известно, что в первой машине на один мешок с долларами приходилось в три раза больше мешков с евро, чем во второй.
- 1.49. Отец предполагал распределить некоторую сумму денег между своими тремя сыновьями (старшим, средним и младшим) в отношении 7 : 6 : 5. Затем он изменил свое решение и эту же сумму разделил в отношении 6 : 5 : 4. Известно, что в результате второго деления старший сын получил на 12 тысяч рублей больше, чем получил бы по первому делению. Какую сумму получил в результате каждый брат в качестве наследства?
- 1.50. В начале предвыборной гонки предпочтения избирателей распределялись по трем кандидатам на должность мэра, как 1 : 2 : 1, а в конце — как 5 : 5 : 6, из-за отката от голосования 40% избирателей. Сколько процентов сторонников каждого кандидата отказалось от голосования, если пришедшие на выборы избиратели своего первоначального мнения не меняли (кроме того недействительных бюллетеней и голосов, поданных «против всех», не было)?
- 1.1. Сколько денег лежит на расчетном счете предприятия в банке, если 7% от этой суммы равно 15% от 140 тысяч рублей (в тысячах рублей):
 (1) 80
 (2) 280
 (3) 65
 (4) 300
 (5) 220
- 1.2. Семен Каминский планировал израсходовать на поездку в Германию 1400 евро. Сколько денег осталось в распоряжении господина Каминского, если сумма, которую он потратил в Германии, составляет 150% от оставшихся после поездки денежных средств (выберите наиболее точный вариант).
 (1) 840 евро
 (2) 930 евро
 (3) 700 евро
 (4) 560 евро
 (5) 620 евро
- 1.3. Богатый дядюшка оставил четверым своим племянникам 272 млн. долларов, причем они были разделены на четыре части так, что вторая составляет 15% первой, третья — 60% второй, тогда как четвертая — 50% от величины второй и третьей вместе взятых. Чему равна меньшая часть наследства?
 (1) 24 млн. евро
 (2) 18 млн. евро
 (3) 36 млн. евро
 (4) 15 млн. евро
 (5) 28 млн. евро
- 1.4. Предположим, что правительство Мальты установило следующие таможенные пошлины на импорт бананов: 25% от стоимости партии, но не менее \$50 за тонну. Фирма «Banana inc.» заключила контракт на поставку 100 тонн бананов для гостиниц Ла-Валетты (столица Мальты). Если цена бананов составляет \$300 долларов за тонну, то в этом случае фирме придется заплатить:
 (1) \$75 за каждый кг
 (2) \$5000 за весь контракт
 (3) \$7500 за весь контракт
 (4) \$50 за каждую тонну
 (5) \$125 за каждую тонну

¹⁶ Здесь и далее ряд тестовых заданий взят из вариантов вступительных экзаменов «Общественно-образовательный тест» (за 1994–1998 гг.) и «Обществознание» (за 2000–2005 гг.) экономического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова (Общественно-образовательный тест: Пособие для поступающих. М.: Экономический факультет МГУ, 1997; Общеобразовательный тест – 97 / Под ред. А.В. Кочергина. М.: Экономический факультет, 1998; Тест по обществознанию. Варианты экзамена с 2000 по 2005 год. Учебное пособие / Под ред. А.Г. Худокормова. М.: Экономический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова, ТЕИС, 2005).

1.5. В 2005 году фирма “Eldorado”, зарегистрированная в свободной экономической зоне, получила прибыль в размере \$40 000. Согласно законодательству, с полученных 4% прибыли нужно уплатить налог в размере 5%. Какую часть от всей полученной прибыли нужно выплатить фирме в качестве налога?

- (1) 1%
- (2) 0,8%
- (3) 2%
- (4) 1,25, %
- (5) 0,2%

1.6. В университетском буфете шоколадка стоит на 40% дороже мороженого, а мороженое, в свою очередь, на 15% дешевле бутылки минеральной воды. Как в университетском буфете соотносятся цены на минеральную воду и шоколад?

- (1) бутылка минеральной воды примерно на 49% дешевле шоколадки
- (2) шоколадка примерно на 19% дороже бутылки минеральной воды
- (3) шоколадка примерно на 45% дороже бутылки минеральной воды
- (4) шоколадка примерно на 40% дороже бутылки минеральной воды
- (5) бутылка минеральной воды примерно на 29% дешевле шоколадки

1.7. В компании работает 4 копировальных аппарата, которые вместе за 20 минут работы снимают 480 копий. Руководство компании, в связи с увеличением спроса на услуги фирмы, увеличило количество эксплуатируемых аппаратов на 75%. Тогда после введения в строй новых аппаратов за 15 минут работы компания сможет сделать:

- (1) 630 копий
- (2) 210 копий
- (3) 315 копий
- (4) 1050 копий
- (5) 840 копий

1.8. В склад завезли 25 тонн картофеля. Из-за нарушения условий хранения 5 тонн сгнили. На сколько процентов нужно увеличить цену одного кг картофеля, чтобы получить прежнюю выручку? Укажите наиболее точный результат.

- (1) на 15%
- (2) на 25%
- (3) на 20%
- (4) на 5%
- (5) зависит от стоимости картофеля

1.9. Про каждого из аналитиков P и C известно, что ошибка их прогноза цены на нефть не превышает соответственно 5% и 10% от выданного прогноза. В каких пределах следует ожидать цену на нефть, если прогноз P составил 22 доллара, а прогноз C составил 24 доллара за баррель. Предполагается, что аналитики ошиблись не более, чем обычно.

- (1) от 21,9 до 25,4 долларов за баррель
- (2) от 21,6 до 23,1 долларов за баррель
- (3) от 21,6 до 27,3 долларов за баррель
- (4) от 20,9 до 26,4 долларов за баррель
- (5) от 24,7 до 26,4 долларов за баррель

1.10. В банке сумма кредитов, выданных населению, составляет 40% от суммы депозитов, привлеченных от населения, а сумма кредитов, выданных предприятиям, — 25% от суммы кредитов, выданных населению. Какую часть от привлеченных депозитов банк выдает в качестве кредитов?

- (1) 45%
- (2) 50%
- (3) 60%
- (4) 65%
- (5) 85%

1.11. Из прибыли в 5 млн. рублей фирма отчисляет 28% в строительный фонд, причем 7% из них для строительства базы отдыха. Сколько денег из прибыли выделяет фирма для строительства базы отдыха?

- (1) 10800 рублей
- (2) 108000 рублей
- (3) 98000 рублей
- (4) 980000 рублей
- (5) 180000 рублей

1.12. В Донецкой области в августе 2005 году стоимость литра бензина подскочила на 300%. Возмущенные водители перекрыли дороги и потребовали вернуть цены к прежнему уровню. На сколько правительство должно уменьшить цены?

- (1) 300%
- (2) 200%
- (3) 150%
- (4) 75%
- (5) 50%

1.13. В ноябре 2005 года (после заявления Президента о необходимости ужесточения контроля за выдачей водительских прав цены на нелегальном рынке водительских прав) выросли на 150%, а в декабре того же года после (после перехода к новому порядку выдачи водительских прав с 1.01.2006 г.) цены выросли еще на 50%. Насколько выросла цена прав на подпольном рынке прав за ноябрь — декабрь 2005 года?

- (1) 200%
- (2) 275%
- (3) 375%
- (4) 650%
- (5) 750%

1.14. Цену товара первоначально снизили на 20%, затем новую цену снизили еще на 30%, наконец, в третий раз товар уценили на 50%. Определите, на сколько процентов всего подешевел товар в результате трех уценок:

- (1) 100%
- (2) 97%
- (3) 92,5%
- (4) 75%
- (5) 72%

1.15. В сушеных грушах 10% воды, а в свежих — 82%. На сколько процентов уменьшается масса груш при сушке?

- (1) 72%
- (2) 76%
- (3) 80%
- (4) 84%
- (5) 88%

1.16. В винограде 90% воды, а в изюме — 15%. На сколько процентов масса винограда больше массы полученного из него изюма?

- (1) 750%
- (2) 500%
- (3) 240%
- (4) 75%
- (5) 50%

1.17. Фирма закупила у лесников партию грибов весом 250 килограмм. Сколько выручит фирма от продажи этой же партии, но в сушеном виде, если свежие грибы содержат 90% воды, а сухие — 12%, а стоимость одного килограмма сухих грибов составляет 125 рублей (выберите наиболее точный вариант):

- (1) 1330 рублей
- (2) 3340 рублей
- (3) 3550 рублей
- (4) 3760 рублей
- (5) 6870 рублей

1.18. За 1991 год цена автомобиля «ВАЗ-2110» выросла на 50%, а за 1992 год — еще на 700%. В результате за два года цена автомобиля «ВАЗ-2110» выросла на:

- (1) 1100%
- (2) 1200%
- (3) 3500%
- (4) 750%
- (5) 2450%

1.19. За первый год цена книги выросла на 800%, а за второй — на 600%. В результате за два года цена книги увеличилась на:

- (1) 4700%
- (2) 6300%
- (3) 4800%
- (4) 1400%
- (5) 6200%

1.20. За вторую половину XX века в результате научно-технического прогресса цены на компьютеры снизились в 32 раза. Это эквивалентно уменьшению (укажите наиболее точный вариант):

- (1) на 103%
- (2) на 3100%
- (3) на 3%
- (4) на 97%
- (5) на 68%

1.21. В комиссионном магазине вещь уценили сначала на 20%, а затем еще на 15%. На сколько процентов была уценена вещь за два раза?

- (1) 28%
- (2) 30%
- (3) 32%
- (4) 35%
- (5) 38%

1.22. На первой линии вырабатывается 350 пачек макарон за 15 минут, а на второй — 480 пачек за 18 минут. Какой процент составляет объем продукции первой линии, произведенной за 7 часов 36 минут непрерывной работы, от объема продукции, произведенной на второй линии за то же время? Укажите наиболее точный ответ.

- (1) 87,5%
- (2) 102,1%
- (3) 133%
- (4) 76,4%
- (5) 114,2%

1.23. Первый продавец реализует 4 квартиры за 5 часов, а второй — 5 квартир за 6 часов. Какой процент составляет объем продаж первого продавца за 8 часов 30 мин. от объема продаж второго продавца за то же время? Выберите наиболее точный вариант:

- (1) 89,3%
- (2) 96%
- (3) 104,2%
- (4) 107,5%
- (5) 112%

1.24. Объемы валового внутреннего продукта стран *A*, *B* и *C*, рассчитанные в долларах США, в 1998 г. относились как 1 : 3 : 2. В 1999 г. объем валового внутреннего продукта в каждой из стран вырос на 5 млрд. долл. В какой из стран были наибольшие темпы экономического роста?

- (1) в стране *C*
- (2) в стране *A*
- (3) темпы экономического роста во всех странах одинаковые
- (4) для ответа на вопрос недостаточно данных
- (5) в стране *B*

1.25. В 2004 году объемы производства корпорации Меххо inc. в Азербайджане, Германии, России, США и Франции, рассчитанные в млн долларов США, соотносились как 18 : 150 : 115 : 240 : 140. В 2005 году объем выпуска компании в каждой из этих стран вырос на 2,5 млн. долларов США. В какой из этих стран корпорацией Меххо были достигнуты наименьшие темпы роста производства?

- (1) в Азербайджане
- (2) в Германии
- (3) в России
- (4) в США
- (5) во Франции

1.26. Бюджет программы «Улучшение демографической ситуации в России» на текущий год составляет 798 млн. рублей. В первом полугодии было израсходовано $\frac{5}{8}$ выделенных денежных средств, в третьем квартале $\frac{5}{9}$ от оставшегося объема, а в октябре — $\frac{1}{7}$ остатка. Определите величину денежных средств, оставшуюся на ноябрь–декабрь текущего года?

- (1) 102 млн. рублей
- (2) 114 млн. рублей
- (3) 98 млн. рублей
- (4) 121 млн. рублей
- (5) 108 млн. рублей

1.27. Из запланированных на год 828 млн. руб. инвестиций в I квартале было израсходовано $\frac{4}{7}$ от общего объема, во II квартале было истрчено $\frac{5}{9}$ оставшегося, а в III-ем израсходовали $\frac{1}{8}$ того, что осталось на второе полугодие. Какая сумма (в млн. руб.) осталась на четвертый квартал?

- (1) 141
- (2) 132
- (3) 138
- (4) 144
- (5) 135

1.28. В первой партии предприятие поставило заказчику 25% от общего количества заказанных изделий, во второй — 45% от оставшейся части заказа, в третьей — 20% от оставшегося после первых двух поставок долга, а в четвертой — 5280 изделий, полностью выполнив договор. Определите общий объем заказа:

- (1) 16000 изделий
- (2) 25200 изделий
- (3) 32000 изделий
- (4) 43600 изделий
- (5) 52800 изделий

1.29. В первой партии предприятие поставило заказчику 35% от общего количества заказанных изделий, во второй — 25% от оставшейся части заказа, в третьей — 20% от оставшегося после первых двух поставок долга, а в четвертой — 4680 изделий, полностью выполнив договор. Определите общий объем заказа:

- (1) 23400 изделий
- (2) 20600 изделий
- (3) 18000 изделий
- (4) 14800 изделий
- (5) 12000 изделий

1.30. В 1993 году объем добычи угля на шахте *A* составлял 60% от объема добычи угля на шахте *B*. В 1994 году объем добычи на шахте *A* вырос на 16%, а суммарная добыча угля на двух шахтах уменьшилась на 9%. На сколько процентов уменьшилась добыча угля на шахте *B*?

- (1) 26%
- (2) 28%
- (3) 30%
- (4) 32%
- (5) 24%

1.31. Вкладчик снял с текущих счетов в банках *A* и *B* одинаковые суммы, после чего величина вклада в банке *A* стала в три раза больше, чем величина вклада в банке *B*. После того, как в следующем месяце он снял с обоих счетов такую же сумму сумма денег, лежащая во банке *B*, стала меньше суммы, лежащей на счету в банке *A*, в четыре раза. На сколько была изначально больше величина вклада в банке *A* по сравнению с величиной вклада в банке *B*:

- (1) на 250%
- (2) на 150%
- (3) на 50%
- (4) на 200%
- (5) на 100%

1.32. В июле 2005 года в Московской области установилась необычайно теплая погода. В связи с увеличением спроса на кондиционеры фирма, специализирующаяся на их продаже, повысила цены на них на 20%. В июле, после снижения температуры фирма для стимулирования продаж решила снизить цены на кондиционеры на 15%. Как в итоге изменилась цена кондиционера по отношению к первоначальной?

- (1) увеличилась на 5%
- (2) снизилась на 3%
- (3) осталась неизменной
- (4) понизилась на 4%
- (5) повысилась на 2%

1.33. Транспортный караван компании “Intermarket” проследовал из Камбоджи в Мьянму, проехав транзитом через территорию Таиланда. В Камбодже была уплачена 2% экспортная пошлина, в Таиланде компания заплатила 8% транзитную пошлину, а в Мьянме — 15% импортную пошлину. Какова была первоначальная стоимость груза, если после уплаты указанных пошлин она составила \$405 тысяч, а пошлины рассчитывались в процентах от первоначальной стоимости груза (укажите наиболее точный вариант):

- (1) \$250 тысяч
- (2) \$270 тысяч
- (3) \$290 тысяч
- (4) \$300 тысяч
- (5) \$320 тысяч

1.34. На новых станках при меньших на 28% затратах электроэнергии можно изготовить на 50% больше деталей, чем на старых станках. На сколько процентов уменьшился расход электроэнергии на одну деталь в станках новой конструкции?

- (1) 78
- (2) 64
- (3) 72
- (4) 52
- (5) 48

1.35. После реконструкции цеха количество рабочих в нем сократилось на 10%, производительность их труда возросла на 75%, а потребление цехом электроэнергии увеличилось на 26%. На сколько процентов уменьшились затраты электроэнергии в расчете на единицу продукции?

- (1) 30%
- (2) 25%
- (3) 15%
- (4) 20%
- (5) 39%

1.36. В начале совещания в комнате было P человек. В течение первого часа из комнаты вышло Q человек, и за тот же час в комнату вошло R человек. Какое выражение дает процент числа участников совещания, не присутствующих в комнате хотя бы некоторое время в течение первого часа, к числу принимавших участие в совещании в течение всего часа? (Никто из вышедших обратно не вернулся.)

- (1) $\frac{100 \cdot (Q + R)}{P - Q + R}$
- (2) $\frac{100 \cdot (P + Q)}{P - Q + R}$
- (3) $\frac{100 \cdot P}{P - Q}$
- (4) $\frac{100 \cdot (Q + R)}{P - Q}$
- (5) $\frac{100 \cdot (Q + R)}{P - R + Q}$

1.37. В начале года на фирме было N сотрудников. В течение года M человек было уволено или перешло на другие работы по собственному желанию, а K человек были зачислены в штат. Какое выражение дает процент числа сотрудников фирмы в конце года по отношению к числу сотрудников фирмы, работавших на данной фирме лишь часть времени в течение этого года? (Никто из покинувших фирму обратно не восстанавливался.)

- (1) $\frac{100 \cdot (N - M + K)}{N - K}$
- (2) $\frac{100 \cdot (N - M + K)}{N - M}$
- (3) $\frac{100 \cdot (N - M + K)}{M + K}$
- (4) $\frac{100 \cdot (M - N)}{K + M}$
- (5) $\frac{100 \cdot N}{M + K}$

1.38. Два мастера производят одинаковые изделия. Первый делает 9 изделий за 5 часов, второй делает 7 изделия за 3 часа. Каждый из них расходует 16 кВт. / ч электроэнергии в час, оплачивая ее из расчета 1 руб. 48 коп. за 1 кВт. / ч. Какой процент составляют затраты на электроэнергию в расчете на одно изделие, произведенное первым мастером, от аналогичного показателя для второго мастера, если они работали 5 дней по 8 часов 24 минут в день? Выберите наиболее точный ответ.

- (1) 77%
- (2) 80%
- (3) 97%
- (4) 117%
- (5) 130%
- (6) 140%

1.39. Два землекопа вспахали поле. Производительность первого землекопа на $p\%$ больше, чем второго, но он работал в k раз меньше. Какую часть поля вспахал второй землекоп?

- (1) $\frac{100 \cdot k}{100 + p}$
- (2) $\frac{100 - p}{100(k + 1) - p}$
- (3) $\frac{100k}{100(k + 1) + p}$
- (4) $\frac{100 + p}{100k + p}$
- (5) $\frac{100k - pk}{100}$
- (6) $\frac{100k - pk}{100(k + 1) - pk}$

1.40. В фирме имеется три подразделения A , B и B . В 2004 г. их фонды оплаты труда относились как 8 : 13 : 11, а в 2005 г. как 6 : 11 : 13. Какие из перечисленных ниже утверждений обязательно верны, если известно, что суммарный объем фонда оплаты труда фирма в 2005 г. не изменился по сравнению с 2004 г.? Выберите правильный и полный вариант. 1. Фонд оплаты в A уменьшился на 20%; 2. Абсолютное уменьшение фонда оплаты в A меньше абсолютного уменьшения фонда оплаты в B ; 3. Доля B в общем фонде оплаты труда фирмы в 2005 г. упала по сравнению с 2004 г.

- (1) 1, 2
- (2) 2, 3
- (3) 1, 3
- (4) 3
- (5) все утверждения верны
- (6) 1

ГЛАВА 2. СРЕДНИЕ ВЕЛИЧИНЫ В ЭКОНОМИКЕ

Роль средних величин в экономических исследованиях чрезвычайно велика. В этой главе мы рассмотрим два основных вида средних величин, наиболее широко используемых в экономике, — среднюю арифметическую и среднюю геометрическую.

Указанные средние величины могут быть вычислены либо когда каждое значение в исследуемой совокупности *встречается только один раз*, при этом средняя называется *простой* или *невзвешенной*, либо когда значения *повторяются различное число раз*, при этом число повторений называется *частотой* или *весом*, а средняя, вычисленная с учетом весов, — *средней взвешенной*.

Исследуемая экономическая совокупность (или, как говорят статистики, ряд распределения) может состоять из различных элементов. Это могут быть люди, предприятия, регионы и т.д. При этом в роли элементов могут выступать как отдельные единицы (например, одна семья или одно предприятие), так и группы однородных объектов (например, развивающиеся и развитые страны). Каждый из элементов характеризуется каким-то *качественным* (например, форма собственности предприятия: частное или государственное предприятие) или *количественным* (например, величина заработной платы) экономическим показателем, среднее значение которого и анализируется в задании.

Самый распространенный (и наиболее простой) вид средней величины — **средняя арифметическая**, под которой понимается такое значение анализируемого показателя, которое имел бы каждый элемент исследуемой совокупности, если бы общий итог значений показателя был равномерно распределен между всеми элементами совокупности, иначе говоря, если бы значения всех элементов совокупности были бы равны. Так, например, если мы хотим определить среднюю заработную плату на предприятии, то мы можем ее найти, сложив все заработные платы работников (то есть определив общий фонд оплаты труда) и разделив полученную сумму на общее количество работников.

Отметим, что *если в задании не указывается вид искомой средней величины, то, как правило, подразумевается средняя арифметическая*.

Средняя арифметическая простая рассчитывается по формуле:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n},$$

где \bar{x} — значение средней величины, n — количество элементов в исследуемой совокупности, i — номер элемента исследуемой совокупности (i принимает значения от 1 до n), x_i — значение элемента совокупности с номером i .

Операцию суммирования принято обозначать с помощью символа $\sum_{i=1}^n$, при этом нижний индекс означает номер первого элемента, с которого нужно начать суммирование (если $i = 1$, то это первый элемент совокупности), а верхний

— последнего элемента. К примеру, символ $\sum_{i=5}^9 x_i$ означает, что следует просуммировать значения элементов x_5, x_6, x_7, x_8 и x_9 .

Пример. В семье Ивановых, состоящей из 4 человек, расходы на сотовую связь в прошедшем месяце составили 1450 рублей у главы семейства, Петра Иванова, 1200 рублей у Светланы Ивановой, 870 рублей у дочери Марии и 200 рублей у сына Николая. Определите величину среднемесячных расходов членов семьи Ивановых на сотовую связь.

Решение:

Поскольку каждое значение анализируемой экономической величины (т.е. величина расходов на сотовую связь) встречается только один раз, то следует использовать формулу простой средней арифметической:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^4 x_i}{4} = \frac{1450 + 1200 + 870 + 200}{4} = 930 \text{ (рублей)}.$$

Таким образом, среднемесячные расходы членов семьи Ивановых на сотовую связь равны 930 рублей.

Ответ: 930 рублей в месяц.

Средняя арифметическая взвешенная рассчитывается по формуле:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{j=1}^m n_j x_j}{n} = \sum_{j=1}^m \frac{n_j}{n} x_j,$$

где \bar{x} — значение средней величины, n — количество элементов в исследуемой совокупности, m — количество различных значений элементов, n_j — количество элементов в j группе (j принимает значения от 1 до m), x_j — значение элемента в j группе. Иначе говоря, n_j — числа, показывающие сколько раз встречается в исследуемой совокупности данное значение (веса или частоты), а n_j/n — частоты¹⁷. При этом $\sum_{j=1}^m n_j = n$, а $\sum_{j=1}^m \frac{n_j}{n} = 1$.

Легко заметить, что формула для расчета средней арифметической взвешенной не имеет принципиальных отличий от формулы для расчета простой средней арифметической, просто суммирование n_j раз одного и того же значения признака заменено умножением значения признака на n_j . При этом величина средней зависит уже не только от величины индивидуальных значений признака (как при расчете простой средней арифметической), но и от соотношения их весов. Чем большие веса имеют малые значения, тем меньше величина средней и наоборот.

¹⁷ **Частота** — количество (абсолютное число) случаев, элементов, принимающих данное значение; **частость** — доля каждой частоты в общей сумме частот, отношение числа элементов совокупности, имеющих данное значение, к общему числу элементов совокупности.

Пример. В Интернет-магазине «Книга на дом» работает четыре категории работников: директор (зарплата — 45 тыс. рублей), бухгалтер (зарплата — 35 тыс. рублей), 5 менеджеров по приему заказов (зарплата — 20 тыс. рублей) и 25 курьеров по доставке заказов (зарплата — 12 тыс. рублей). Определите среднемесячную заработную плату сотрудника фирмы.

Решение:

Исходя из условия задачи, при решении следует использовать формулу взвешенной средней арифметической. Для удобства решения можно составить следующую таблицу:

номер группы	средняя заработная плата по j группе (x_j)	количество работников в j группе (n_j)	фонд заработной платы в j группе ($n_j x_j$)
1	45000	1	45000
2	35000	1	35000
3	20000	5	100000
4	12000	25	300000
Итого	?	32	480000

Примечание: значение «?» в графе «Итого» представляет собой искомую среднемесячную заработную плату работников предприятия.

Таким образом, величина среднемесячной заработной платы на фирме может быть рассчитана по формуле:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{j=1}^4 m_j x_j}{\sum_{j=1}^4 m_j} = \frac{1 \cdot 45000 + 1 \cdot 35000 + 5 \cdot 20000 + 25 \cdot 12000}{32} = \frac{480000}{32} = 15000,$$

то есть среднемесячная заработная плата равна 15 тысячам рублей.

Ответ: 15000 рублей в месяц.

Комментарий:

Средняя арифметическая взвешенная применяется также при вычислении общей средней для всей исследуемой совокупности из частных (групповых) средних, при этом в качестве значений рассматриваемого показателя выступают групповые средние, а весами служат численности каждой группы.

Как правило, в заданиях вступительного экзамена на средние величины рассматриваются только две группы (например, две категории работников). В этом случае формула *средней арифметической взвешенной* принимает вид:

$$\bar{x} = \frac{n_1 \cdot x_1 + n_2 \cdot x_2}{n_1 + n_2} = \frac{n_1}{n_1 + n_2} x_1 + \frac{n_2}{n_1 + n_2} x_2 = \frac{n_1}{n} x_1 + \frac{n_2}{n} x_2,$$

где \bar{x} — значение средней величины, n_1 и n_2 — количество элементов в первой и во второй группе соответственно, x_1 и x_2 — среднее значение анализируемого показателя для каждого элемента первой и второй группы соответственно, $\frac{n_1}{n}$ и

$\frac{n_2}{n}$ — доля (вес) первой и второй группы в общей совокупности соответственно.

Таким образом, при решении задач вступительного экзамена на средние величины абитуриенту, в первую очередь, нужно определить, *что выступает в задании в роли анализируемого показателя* (иначе говоря, среднее значения какого показателя нужно найти), а *что* — в роли *весов*.

Пример. Молокозавод закупает молоко на двух молочных фермах: 40% на первой, а остальную часть — на второй. Стоимость одной тонны молока на первой ферме составляет 12 тысяч рублей, тогда как на второй — 10 тысяч рублей. Определите среднюю стоимость тонны молока, поставляемой на молокозавод.

Решение:

В данной задаче в роли анализируемого показателя (x) выступает стоимость тонны молока, тогда как весами выступают объемы поставок молока первой и второй фермами на молокозавод. Отсюда имеем: $x_1 = 12$ (тыс. рублей),

$$x_2 = 10 \text{ (тыс. рублей)}, \quad \frac{n_1}{n_1 + n_2} = 0,4, \quad \frac{n_2}{n_1 + n_2} = 0,6.$$

Используя формулу средней арифметической взвешенной, получим:

$$\bar{x} = \frac{4}{10} \cdot 12 + \frac{6}{10} \cdot 10 = 4,8 + 6 = 10,8.$$

Таким образом, средняя стоимость тонны молока, поставляемой на молокозавод, равна 10,8 тысяч рублей.

Ответ: 10,8 тысяч за тонну.

Комментарий:

Важно понимать, что средняя величина, по определению, всегда находится между известными значениями элементов совокупности. Так, для случая двух групп $x_1 < \bar{x} < x_2$ (при $x_1 < x_2$). Соответственно, в нашем примере средняя стоимость тонны закупаемого молока должна быть заведомо больше 10 тысяч рублей и меньше 12 тысяч рублей за тонну. Последнее свойство средней величины полезно использовать для контроля полученного результата.

Если в задании просят определить долю отдельной группы в общем объеме совокупности, то формулу средней арифметической взвешенной можно преобразовать следующим образом:

$$\bar{x} = \frac{n_1}{n_1 + n_2} x_1 + \frac{n_2}{n_1 + n_2} x_2 = \frac{n_1}{n_1 + n_2} x_1 + \left(1 - \frac{n_1}{n_1 + n_2}\right) x_2 = \alpha \cdot x_1 + (1 - \alpha) \cdot x_2.$$

где α — доля первой группы, $(1 - \alpha)$ — доля второй группы.

Пример. Средняя заработная плата преподавателей вузов города Энска в 2005 году составляла 26 тысяч рублей в месяц, а остальных преподавателей — 16 тысяч рублей. Определите, какую долю от числа всех преподавателей города Энска составляют преподаватели вузов, если в 2005 году средняя заработная плата преподавателя в Энске равнялась 22 тысячи рублей.

Решение:

Обозначим за α — долю преподавателей вузов среди всех преподавателей города Энска, тогда доля остальных преподавателей вузов равна $(1 - \alpha)$.

Используя преобразованную формулу средней арифметической взвешенной, получим:

$$\bar{x} = \alpha \cdot x_1 + (1 - \alpha) \cdot x_2 \Rightarrow 22 = \alpha \cdot 26 + (1 - \alpha) \cdot 16.$$

Решая полученное уравнение, найдем, что $\alpha = 0,6$, то есть 60% всех преподавателей в городе Энке составляют преподаватели вузов.

Ответ: доля преподавателей вузов среди всех преподавателей равна 60%.

Одним из наиболее распространенных видов экономико-математических заданий на вступительном экзамене по обществознанию являются задачи на сопоставление средних величин для двух совокупностей (к примеру, стран) или же анализ изменения какой-либо средней величины во времени.

В первом случае типовым является вопрос «Как соотносятся средние величины в совокупностях *A* и *B*?». Для ответа на него нужно определить значение средней величины для совокупности *A* (\bar{x}_A) и для совокупности *B* (\bar{x}_B) и сравнить полученные значения между собой, т.е. найти значение отношения $\frac{\bar{x}_A}{\bar{x}_B}$.

Если $\frac{\bar{x}_A}{\bar{x}_B} > 1$, то среднее значение исследуемого показателя для совокупности *A* больше среднего значения исследуемого показателя для совокупности *B*, и наоборот. Если $\frac{\bar{x}_A}{\bar{x}_B} = 1$, то средние значения для двух совокупностей равны.

Пример. Фирмы «Люкс» и «Автомир» специализируются на продаже автомобилей Škoda. В текущем месяце фирма «Люкс» реализовала 10 автомобилей Škoda Octavia и 40 Škoda Fabia, тогда как фирма «Автомир» — 35 автомобилей Škoda Octavia и 5 Škoda Fabia. Определите, как соотносятся средние доходы фирм от продажи одного автомобиля, если цена автомобиля Škoda Octavia на 40% выше цены Škoda Fabia.

Решение:

Обозначим за x цену автомобиля Škoda Fabia. Тогда цена автомобиля Škoda Octavia — $1,4x$.

Можно рассчитать, что средний доход фирмы «Люкс» от продажи одного автомобиля в текущем месяце составил:

$$\bar{x}_{\text{Люкс}} = \frac{10 \cdot 1,4x + 40 \cdot x}{10 + 40} = \frac{54}{50}x.$$

А средний доход фирмы «Автомир» от продажи одного автомобиля в текущем месяце составил:

$$\bar{x}_{\text{Автомир}} = \frac{35 \cdot 1,4x + 5 \cdot x}{35 + 5} = \frac{54}{40}x.$$

Сравнивая средние доходы фирм от продажи одного автомобиля в текущем месяце, получим, что

$$\frac{\bar{x}_{\text{Автомир}}}{\bar{x}_{\text{Люкс}}} = \frac{\frac{54}{40}x}{\frac{54}{50}x} = \frac{50}{40} = 1,25.$$

Ответ: у фирмы «Автомир» на 25% больше.

Во втором случае типовым является вопрос «Как изменился за прошедший период средний уровень экономического показателя?». При ответе на него нужно определить среднее значение анализируемого показателя в базовом (\bar{x}_0) и в текущем (\bar{x}_1) периодах, и сравнить полученные значения между собой, т.е.

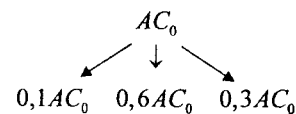
найти отношение $\frac{\bar{x}_1}{\bar{x}_0}$. Если $\frac{\bar{x}_1}{\bar{x}_0} > 1$, то среднее значение исследуемого показателя

увеличилось, если $\frac{\bar{x}_1}{\bar{x}_0} < 1$, то снизилось, если $\frac{\bar{x}_1}{\bar{x}_0} = 1$, то не изменилось.

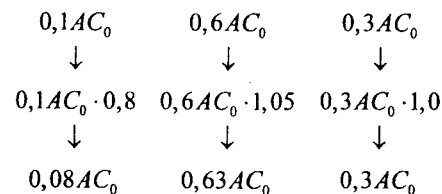
Пример. Компания «Винтик и Шпунтик» производит шурупы. В 2004 году 10% затрат на производство шурупов составляли расходы на электроэнергию, 60% уходило на закупку необходимого металла, а 30% — на все остальное. В 2005 году металл подорожал на 5%, тогда как тарифы на электроэнергию сократились на 20%. Определите, как изменилась себестоимость производства одного шурупа, если остальные затраты и выпуск шурупов остались на прежнем уровне.

Решение:

Пусть себестоимость шурупа в базовом периоде равнялась AC_0 (денежных единиц, д.е.). Поскольку затраты на выпуск одного шурупа пропорциональны всем затратам на производство шурупов, то в 2004 году затраты на металл, на энергию и прочие затраты в себестоимости шурупа составляли, соответственно, $0,6 AC_0$, $0,1 AC_0$ и $0,3 AC_0$:



Обозначим себестоимость шурупа в текущем периоде через AC_1 (денежных единиц). Поскольку в текущем периоде металл подорожал на 5%, тарифы на электроэнергию сократились на 20%, то в себестоимости производства одного шурупа в 2005 году затраты на металл будут составлять $0,63 AC_0$ д.е., затраты на электроэнергию — $0,08 AC_0$, остальные затраты — $0,3 AC_0$:



Таким образом, себестоимость производства одного шурупа в текущем периоде (2005 году) составила $AC_1 = 0,08AC_0 + 0,63AC_0 + 0,3AC_0 = 1,01AC_0$ (денежных единиц), то есть по сравнению с базовым периодом (2004 годом) она увеличилась на 1% ($AC_1 / AC_0 = 1,01$).

Ответ: себестоимость производства шурупа возросла на 1%.

Средняя геометрическая используется, в основном, для анализа темпов изменения экономических величин во времени.

Средняя геометрическая простая рассчитывается по формуле:

$$\bar{x}_{\text{геом.}} = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n},$$

где n — количество элементов в исследуемой совокупности.

Средняя геометрическая взвешенная рассчитывается по формуле:

$$\bar{x}_{\text{геом.}} = \sqrt[n]{x_1^{n_1} \cdot x_2^{n_2} \cdot \dots \cdot x_m^{n_m}} \quad \left(\sum_{j=1}^m n_j = n \right),$$

где m — количество различных значений элементов, n_j — количество элементов в j группе ($j=1, 2, \dots, m$), x_j — значение элемента в j группе.

Так, по формуле средней геометрической рассчитывается **средний коэффициент роста**, под которым понимается такой постоянный темп роста рассматриваемого показателя, который за n промежутков времени дает такое же изменение первоначальной величины, которое она получает в действительности, при неравных поэтапных изменениях. В этом случае индивидуальные значения признака представляют собой относительные величины динамики, построенные как отношения каждого уровня ряда к предыдущему уровню (см. *введение*).

Пусть имеется ряд наблюдений какого-то экономического показателя за $n+1$ последовательных периодов: y_0, y_1, \dots, y_n . Коэффициенты роста k_i для каждого периода составляют, соответственно: $k_1 = \frac{y_1}{y_0}, k_2 = \frac{y_2}{y_1}, \dots, k_n = \frac{y_n}{y_{n-1}}$. В этом

случае **средний коэффициент роста** можно рассчитать по следующей формуле:

$$\bar{k} = \sqrt[n]{\frac{y_1}{y_0} \cdot \frac{y_2}{y_1} \cdot \dots \cdot \frac{y_n}{y_{n-1}}} = \sqrt[n]{k_1 \cdot k_2 \cdot \dots \cdot k_n} = \sqrt[n]{\frac{y_n}{y_0}}$$

Как видно из приведенных формул, средний коэффициент роста зависит от значений крайних уровней ряда, поэтому одинаковый темп роста можно получить для рядов с совершенно различным характером изменения в течение анализируемого периода. Так, к примеру, пусть на одном предприятии объем производства в течение трех последних лет ежегодно увеличивался на 11%, тогда как на втором в течение первого года вырос на 60%, а затем упал на 5% и 10%, соответственно. Несмотря на качественно разную динамику объема производства в рассматриваемый период, средний коэффициент роста на обоих предприятиях равен примерно 1,11 (поскольку $\sqrt[3]{1,6 \cdot 0,9 \cdot 0,95} \approx 1,11$).

Зная средний коэффициент роста, можно найти **средний процент прироста**:

$$\bar{q} = (\bar{k} - 1) \cdot 100\%.$$

Средний процент прироста можно рассчитать напрямую, если изначально нам были даны ежегодные изменения анализируемого показателя *в процентах*:

$$\bar{q} = \left(\sqrt[n]{\left(1 \pm \frac{q_1}{100}\right) \cdot \left(1 \pm \frac{q_2}{100}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 \pm \frac{q_n}{100}\right)} - 1 \right) \cdot 100\%,$$

где q_i — процентное изменение анализируемого показателя в i периоде ($i=1, \dots, n$).

Важно понимать, что средний темп (процент) прироста за n лет **не равен** среднему арифметическому темпов (процентов) прироста в течение этих n лет. Это наиболее распространенная ошибка, которую допускают абитуриенты при решении подобных задач.

Пример. В таблице приведены данные о количестве негосударственных высших учебных заведений в 1991–1995 годах:

	1991	1992	1993	1994	1995
Число негосударственных вузов	5	10	50	120	180

Определите среднегодовой коэффициент роста количества негосударственных высших учебных заведений в 1992–1995 годах.

Решение:

Рассчитаем годовые коэффициенты роста в 1992–1995 годах: $k_{1992} = 10/5 = 2$, $k_{1993} = 50/10 = 5$, $k_{1994} = 120/50 = 2,4$, $k_{1995} = 180/120 = 1,5$. Найдем среднегодовой коэффициент роста количества негосударственных высших учебных заведений:

$$\bar{k}_{1995/1992} = \sqrt[4]{k_{1992} \cdot k_{1993} \cdot k_{1994} \cdot k_{1995}} = \sqrt[4]{2 \cdot 5 \cdot 2,4 \cdot 1,5} = \sqrt[4]{6} \approx 2,45.$$

Отметим, что среднегодовой коэффициент роста можно было рассчитать «напрямую» по формуле: $\bar{k}_{1995/1992} = \sqrt[4]{y_{1995} / y_{1991}} = \sqrt[4]{180/5} = \sqrt[4]{6} \approx 2,45$.

Ответ: примерно 2,45 раза.

При решении экономико-математических задач часто полезным оказывается использование правила мажорантности средних, в соответствии с которым для данной совокупности **средняя геометрическая всегда не больше средней арифметической** $\bar{x}_{\text{геом.}} \leq \bar{x}_{\text{ариф.}}$. Из этого соотношения можно, в частности, получить, что для любых a и b (при $a \geq 0, b \geq 0$) $a + b \geq 2\sqrt{ab}$ (*).

Пример¹⁸. Общие издержки (в долларах) предприятия по производству офисных кресел описываются функцией $TC(Q) = Q^2 + 20Q + 100$, где Q — выпуск кресел (штук). Определите минимальную себестоимость производства одного кресла.

Решение:

Себестоимость одного офисного кресла равна величине средних издержек предприятия, т.е. нам требуется найти минимум функции средних издержек.

Поскольку общие издержки предприятия описываются функцией $TC(Q) = Q^2 + 20Q + 100$, то функция средних издержек предприятия имеет вид

$$AC(Q) = \frac{TC(Q)}{Q} = Q + 20 + \frac{100}{Q}.$$

Из правила мажорантности средних и соотношения (*), получим, что $AC(Q) = Q + 20 + \frac{100}{Q} \geq 2\sqrt{Q \cdot \frac{100}{Q}} + 20 \geq 40$, то есть минимальная себестоимость производства одного офисного кресла составляет 40 долларов.

Ответ: 40 долларов.

¹⁸ Подробнее экономические задачи на анализ издержек фирмы рассмотрены в пособии [3].

Задачи для самостоятельного решения

- 2.1. Книжный магазин «Книголюб» открыт 7 дней в неделю. Выручка магазина в марте составила 275,59 тысяч рублей. Определите среднюю ежедневную выручку магазина в этом месяце.
- 2.2. За одну неделю конференции стран-участниц ОПЕК в Вене члены российской делегации (всего 6 человек) потратили, соответственно, 12570, 12230, 12920, 12840, 12465 и 12515 евро. Рассчитайте, сколько налогоплательщикам в среднем стоила поездка одного представителя России на конференцию.
- 2.3. В областном центре выходит пять ежедневных газет, стоимость размещения одного рекламного объявления в которых составляет 200, 220, 180, 250 и 230 рублей. Алексей Андреев разместил платное объявление о продаже рояля во всех пяти изданиях. Сколько рублей в среднем стоила одна публикация?
- 2.4. На выходных семья Ивановых решила посетить на машине усадьбу Ясная Поляна. Определите транспортные издержки на поездку, если до поездки на спидометре было 28562 км, после поездки стало 29242 км, на 100 километров автомобиль расходует в среднем 6 литров бензина, а литр бензина стоит 15 рублей.
- 2.5. В ООО «Сотовик», общая численность работников которого составляет 25 человек, представлены пять категорий персонала: генеральный директор, бухгалтера (2 человека), менеджеры (6 человек), операторы по приему заказов (7 человек), курьеры (9 человек). Определите среднюю заработную плату сотрудника ООО «Сотовик», если известно, что оклад генерального директора составляет 17,8 тысяч рублей, бухгалтера — 15,1 тысяч рублей, менеджера — 12,5 тысячи рублей, оператора по приему заказов — 8,5 тысяч рублей, курьера — 5 тысяч рублей.
- 2.6. Обследование по уровню механизированности 100 сельскохозяйственных предприятий Краснодарского края выявило, что в 43 предприятиях имеется два трактора, в 32 предприятиях — три трактора, в 15 предприятиях — четыре трактора, на одном предприятии — восемь тракторов, а в 9 предприятиях тракторов нет. Каково среднее количество тракторов в обследованных сельскохозяйственных предприятиях?
- 2.7. Производственная деятельность компании «Остар» в январе–апреле 2005 года характеризовалась следующими показателями: в январе выпуск составил 200 единиц при себестоимости каждого изделия в \$14, в феврале — 230 единиц при себестоимости изделия \$9, в марте выпустили 150 изделий, затратив на каждое по \$10. В апреле общие затраты составили \$560, при этом было выпущено всего 80 изделий. Определите средние затраты на изготовление одного изделия за рассматриваемый период (январь — апрель 2005 года).
- 2.8. Из 100 сотрудников фирмы 30 человек — женщины, 70 человек — мужчины. При этом среди сотрудников фирмы 90% женщин и только 60% мужчин имеют высшее образование. Какой процент всех сотрудников фирмы имеет высшее образование?
- 2.9. В компании 30% всех сотрудников составляют женщины. Определите долю сотрудниц с высшим образованием, если доля сотрудников с высшим образованием мужского пола равна $1/7$, а среди всех сотрудников — $1/5$.
- 2.10. Цех в целом увеличил за год выпуск продукции на 34%, причем пятая часть рабочих цеха увеличила выпуск продукции на 50%. На сколько процентов увеличили выпуск продукции остальные рабочие цеха?
- 2.11. У Ольги Горелкиной открыты два вклада (срочный и текущий). Сумма второго вклада на 3 тысячи рублей больше, чем первого. Ставка процента по первому вкладу равна — 10% годовых, по второму — 40% годовых. Определите, сколько всего денег разместила в банке Ольга Горелкина, если средний процент по двум вкладам равен 30%.
- 2.12. Фирма, занимающаяся записью фильмов на DVD-диски, закупает «болванки» у двух поставщиков: 20% у первого, а остальную часть — у второго. При этом в среднем 10% болванок, получаемых от первого поставщика, являются бракованными, тогда как у второго брак составляет только 5%. Служба технологического контроля может выявить брак только после записи фильма на DVD-диск. Каков в среднем процент дефектной продукции во всей продукции фирмы?
- 2.13. В поселке «Новый путь» проживает 210 человек, 40% из которых являются мужчинами. Известно, что 56 жителей поселка мужского пола имеют доходы выше прожиточного минимума, а процент лиц с доходами ниже прожиточного минимума не зависит от пола. Определите, сколько жительниц поселка имеет доходы ниже прожиточного минимума.
- 2.14. В ноябре в банке «Первый федеральный» счета открыли 1500 новых вкладчиков на общую сумму в 7 млн. 800 тыс. руб., при этом средний размер вклада, составлявший до этого 6 тыс. руб., уменьшился на 10%. Определите, сколько вкладчиков было в банке на начало октября при условии, что никто из старых вкладчиков не закрыл свой вклад в банке в течение ноября.
- 2.15. Из общего количества товара $a\%$ его было продано с прибылью в $p\%$, из оставшейся части $b\%$ его было продано с прибылью в $q\%$. С какой прибылью следует продавать оставшуюся часть товара, чтобы общий процент прибыли составлял $r\%$?
- 2.16. В начале 1995 года численность работников ОАО «Звезда» составляла 40% от численности сотрудников ГУП «Звездный». К началу 1996 года руководство ГУП «Звездный» сократило 50% персонала, тогда как общая численность персонала на двух предприятиях сократилась на 10%. Определите, как изменилась численность работников компании «Звезда».
- 2.17. Затраты малого предприятия «Иванов и партнеры» в 2004 году состояли из расходов на сырье и на оплату труда в пропорции 3 : 4. В конце 2004 года на предприятии была проведена модернизация, в результате которой в 2005 году при прежней себестоимости сырья с внедрением новой технологии расходы на сырье уменьшились на 20%, а оплата одного часа рабочего времени возросла на 15%. Как изменились расходы предприятия на изготовление одной единицы продукции в 2005 году по сравнению с 2004 годом?
- 2.18. Услугами компании сотовой связи пользуются два типа абонентов — «контрактники» и pre-paid абоненты. Число pre-paid абонентов на 150% больше, а средний показатель дохода с одного абонента ($ARPU$) на 70% меньше чем у «контрактников». Определите, на сколько процентов $ARPU$ pre-paid абонентов ниже, чем $ARPU$ всех клиентов компании в целом.

- 2.19. Фирмы «УМЦ» и «ОТЦ» эксплуатируют два вида копировальных аппаратов: Canon и Minolta. На фирме «УМЦ» работают четыре копировальных аппарата Canon и два копировальных аппарата Minolta. На фирме «ОТЦ» — один копировальный аппарат Canon и два копировальных аппарата Minolta. Средняя производительность копировального аппарата на фирме «УМЦ» на 20% меньше средней производительности на фирме «ОТЦ». На сколько процентов производительность копировального аппарата Canon ниже производительности копировального аппарата Minolta?
- 2.20. По данным социологического опроса жителей города Урюпинска, 47,7% всех жителей считают, что их благосостояние в текущем году улучшилось, 15,1% — ухудшилось, а оставшиеся — что не изменилось. Аналогичная статистика для жителей города мужского пола такова: 33%, 20% и 47%. Какой процент жительниц города Урюпинска полагает, что их благосостояние в текущем году ухудшилось, если 63% из них считают, что их благосостояние в текущем году выросло?
- 2.21. В городской думе города Бобруйска 60% всех депутатов считают секвестр полезной мерой для экономики, 30% — вредной, а остальные стесняются произносить это слово вслух. В то же время остальные взрослые жители города Бобруйска (не являющиеся депутатами) имеют другое мнение: лишь 10% из них считают секвестр полезной мерой для экономики, 20% — вредной, а остальные думают, что секвестр — это садовые ножницы. Какой процент всех взрослых бобруйчан считает секвестр полезной мерой для экономики города, если вредным его считают 20,01% из них?
- 2.22. На предприятии работают специалисты трех категорий: инженеры, управленцы и рабочие. На каждых трех рабочих приходится два инженера, а на каждых трех инженеров приходится четыре управленца. Средняя зарплата управленца составляет 13,2 тыс. рублей, рабочего — 7,5 тыс. рублей, а средняя зарплата на предприятии — 8,7 тыс. рублей. Какова средняя зарплата инженера?
- 2.23. Компания владеет двумя обувными фабриками. Первая выпускает 25% обуви со знаком качества, вторая — 55%. Известно, что обувь со знаком качества составляет 40,6% от их общей продукции. Определите, сколько пар обуви в день выпускает вторая фабрика, если первая выпускает в день 12000 пар.
- 2.24. Из молока, жирность которого 5%, молокозавод производит творог жирностью 15,5%, при этом остается сыворотка жирностью 0,5%. Определите, прибыль молокозавода от переработки одной тонны молока, если тонна молока обходится в 8000 рублей, а творог реализуется по 39 рублей за килограмм.
- 2.25. Брокерская фирма приобрела два пакета акций, а затем их продала на общую сумму 1 миллион 680 тысяч рублей, получив при этом 28% прибыли. За какую сумму фирма приобрела каждый из пакетов акций, если при продаже первого пакета прибыль составила 40%, а при продаже второго — 20%?
- 2.26. Антикварный магазин приобрел два предмета, а затем продал их на общую сумму 39900 рублей, при этом прибыль магазина составила 40%. За сколько магазин купил каждый предмет, если при продаже первого прибыль составила 30%, а при продаже второго — 55%?

- 2.27. В магазине одежды проводилась распродажа. Костюмы продавались со скидкой 20%, плащи — со скидкой 40%. Покупатель купил костюм и плащ за 9180 рублей, заплатив на 32% меньше их суммарной первоначальной цены. Найдите первоначальные цены костюма и плаща.
- 2.28. Вследствие неблагоприятных погодных условий план сбора свеклы на первом поле был невыполнен на 20%, а на втором — на 15%. При этом общий урожай с двух полей составил 328 тонн свеклы, что составляет 82% общего плана. Определите первоначальный план сбора свеклы с каждого поля.
- 2.29. Средний процент прибыли от продажи партии чайников в трех магазинах составил 25,4%. Известно, что через первый магазин было продано 40% партии, через второй — 60% от оставшейся части партии. С какой прибылью были проданы чайники через третий магазин, если прибыль от продажи в первом магазине составила 35%, а во втором магазине — 25%.
- 2.30. Фабрика, выпускающая евровагонку, получает древесину от двух леспромпхозов: Верхнего и Нижнего. В 2003 году объемы, получаемой от них древесины, соотносились как 3 : 2, а цена одного кубометра древесины у Верхнего леспромпхоза была на 20% выше, чем у Нижнего. В 2004 году каждый леспромпхоз поднял отпускные цены на 20%, но по разным причинам соотношение закупок стало 5 : 1. Как изменилась средняя стоимость одного кубометра древесины, закупаемого фабрикой, в 2004 году по сравнению с 2003 годом, если общий объем закупок древесины фабрикой вырос на 30%?
- 2.31. На факультете дополнительного образования функционируют две программы повышения квалификации: «профессиональный управленец» и «антикризисный менеджер». В 2003 году численности обучающихся на этих программах соотносились как 2 : 3, соответственно, при этом цена обучения на программе «профессиональный управленец» составляла \$1500, тогда как на программе «антикризисный менеджер» — \$2000. В 2004 году факультет поднял цену обучения на каждой программе на \$500, при этом число слушателей программы «антикризисный менеджер» сравнялось с числом слушателей программы «профессиональный управленец». Как изменилась средняя стоимость обучения на факультете дополнительного образования в 2004 году по сравнению с 2003 годом, если общая численность учащихся по разным причинам снизилась на 15%.
- 2.32. В 2004 году объем производства на молокозаводе увеличился на 20%, а в 2005 году вырос еще на 87,5%. Определите среднегодовой процент прироста выпуска на молокозаводе в 2004–2005 годах.
- 2.33. Объем производства на предприятии за первый год вырос на 8%, а за второй — еще на 47%. Чему равен средний годовой прирост продукции за два года?
- 2.34. Выработка продукции за год работы предприятия возросла на 5%, а на следующий год увеличилась еще на 20%. Определите средний ежегодный прирост выпуска продукции за этот период.
- 2.35. Эффективная маркетинговая политика позволила фирме за два года работы добиться девятикратного увеличения товарооборота, причем ежегодный процент прироста товарооборота оставался одним и тем же. Определите, на сколько процентов увеличивались продажи в каждый из прошедших лет?

Тесты для самостоятельного решения

2.1. В 2000 году затраты компании на производство состояли из постоянных и переменных издержек в пропорции 2 : 7. В 2001 году рост постоянных расходов составил 26%, а переменных — 53%. На сколько процентов увеличились затраты компании на производство продукции?

- (1) 38
- (2) 43
- (3) 47
- (4) 51
- (5) 56

2.2. В 2001 году объемы производства на двух заводах компании распределялись в соотношении 3 : 5 между первым и вторым заводом. В 2002 году объем на первом заводе вырос на 30%, тогда как объем производства на втором заводе сократился на 10%. На сколько процентов изменился объем производства в компании в целом?

- (1) 8
- (2) 12
- (3) 10
- (4) 20
- (5) 5

2.3. В мае затраты на производство состояли из расходов на сырье и на оплату труда в пропорции 7 : 4. В июне при прежней технологии расходы на одну тонну сырья выросли на 43%, а оплата одного часа рабочего времени уменьшилась на 12%. На сколько процентов увеличились затраты на изготовление одной единицы продукции?

- (1) 17
- (2) 19
- (3) 21
- (4) 23
- (5) 25

2.4. Инвестиционная компания управляет двумя паевыми инвестиционными фондами: «Илья Муромец» и «Алеша Попович». В 2003 году активы, находящиеся под управлением фонда «Алеша Попович», составляли 60% от всех активов, находящихся под управлением компании. В 2004 году величина активов фонда «Илья Муромец» увеличилась на 13%, а всех активов, находящихся под управлением компании, — на 19%. На сколько процентов увеличилась величина активов, находящихся под управлением фонда «Алеша Попович»?

- (1) 23
- (2) 25
- (3) 27
- (4) 29
- (5) 31

2.5. На автобазе $\frac{2}{3}$ машин — легковые, а остальные — грузовые. Доля исправных машин на автобазе равна $\frac{3}{4}$, а доля исправных машин среди грузовых равна $\frac{1}{2}$. Тогда доля исправных машин среди легковых составляет:

- (1) $\frac{7}{12}$
- (2) $\frac{7}{8}$
- (3) $\frac{1}{2}$
- (4) $\frac{3}{8}$
- (5) $\frac{5}{6}$

2.6. Среди работников компании «IC» по образованию $\frac{5}{8}$ — экономисты, а остальные — программисты. Доля кандидатов наук среди программистов равна $\frac{2}{3}$, а среди всех работников — равна $\frac{3}{4}$. Тогда доля кандидатов наук среди экономистов равна:

- (1) $\frac{3}{4}$
- (2) $\frac{4}{5}$
- (3) $\frac{5}{8}$
- (4) $\frac{1}{2}$
- (5) $\frac{2}{3}$

2.7. В марте выручка магазина складывалась из выручек двух секций в соотношении 4 : 1. В апреле выручка первой секции выросла на 20%, а выручка второй секции выросла на 40%. На сколько процентов выросла выручка магазина?

- (1) 30
- (2) 28
- (3) 26
- (4) 24
- (5) 22

2.8. Средняя зарплата преподавателей вузов города Эмска месяц равнялась 7300 рублей, а остальных преподавателей — 5300 рублей. Средняя зарплата всех преподавателей города составляла 5980 рублей. Какой процент от числа всех преподавателей города составляли преподаватели вузов?

- (1) 72
- (2) 66
- (3) 42
- (4) 54
- (5) 34

2.9. Средняя зарплата учителей лицей города Эмска за месяц равнялась 5100 рублей, а остальных учителей — 4600 рублей. Средняя зарплата всех учителей города составляла 4760 рублей. Какой процент от числа всех учителей города составляли учителя лицеев?

- (1) 65
- (2) 52
- (3) 48
- (4) 40
- (5) 32

2.10. Компания застраховала перевозимый опасный груз на различные суммы в двух страховых обществах, плата за страховку (страховая премия) в которых составила 4% и 5% от страховой суммы соответственно. Суммарная страховая сумма составила 1 млн. долл., а суммарная плата за страховку — 46000 долл. На какую сумму застрахован груз в обществе со страховой премией в 5%?

- (1) 400 тыс. долл.
- (2) 460 тыс. долл.
- (3) 600 тыс. долл.
- (4) 46 тыс. долл.
- (5) нельзя определить

2.11. На предприятии работают специалисты трех категорий: инженеры, управленцы и рабочие. На каждых четырех рабочих приходится три инженера, а на каждых двух инженеров приходится три управленца. Средняя зарплата управленца составляет 4,2 млн. рублей, рабочего — 3,1 млн. рублей, а средняя зарплата на предприятии — 3,4 млн. рублей. Какова средняя зарплата инженера (в млн. рублей):

- (1) 2,1
- (2) 2,3
- (3) 2,6
- (4) 2,9
- (5) 3,2

2.12. Фирмы «УМЦ» и «Мария» эксплуатируют два вида копировальных аппаратов: Canon и Minolta. На фирме «УМЦ» работают четыре копировальных аппарата Canon и один копировальный аппарат Minolta. На фирме «Мария» — один копировальный аппарат Canon и три копировальных аппарата Minolta. Производительность копировального аппарата Canon на 40% ниже производительности копировального аппарата Minolta. На сколько процентов средняя производительность копировального аппарата на фирме «УМЦ» меньше, чем средняя производительность на фирме «Мария» (выберите наиболее точный вариант).

- (1) 25
- (2) 21
- (3) 15
- (4) 11
- (5) 6

2.13. В цеху имеются две поточные линии. На первой суммарно за июнь и июль было изготовлено такое же количество изделий, что и на второй. При этом выработка на первой линии в июне была на 36% больше, чем на второй. В июле выработкой на первой линии сократилась на 25% по сравнению с июнем. Как изменилась в июле выработка второй линии по сравнению с июнем:

- (1) увеличилась на 47%
- (2) уменьшилась на 16%
- (3) уменьшилась на 20%
- (4) невозможно определить
- (5) увеличилась на 38%

2.14. В начале 1998 г. ежемесячный доход семьи студентов МГУ складывался из стипендии и оплаты труда в свободное от учебы время, при этом стипендия обеспечивала 20% дохода семьи. В конце 1998 г. в результате кризиса доход семьи уменьшился на 60% при том же абсолютном размере стипендии. На сколько процентов уменьшилась оплата труда и как изменился ее удельный вес в доходе семьи, если студенты не имели других источников дохода?

- (1) оплата труда уменьшилась на 75%, ее удельный вес в доходе уменьшился на 60%
- (2) оплата труда уменьшилась на 60%, ее удельный вес в доходе уменьшился на 60%
- (3) оплата труда уменьшилась на 60%, ее удельный вес в доходе не изменился
- (4) оплата труда уменьшилась на 75%, ее удельный вес в доходе уменьшился на 37,5%
- (5) оплата труда уменьшилась на 60%, ее удельный вес в доходе уменьшился на 37,5%

2.15. В 1999 г. доход семьи студентов МГУ был полностью истрачен на потребительские расходы: обязательные и произвольные. При этом обязательные расходы составляли 75% от дохода семьи. В 2000 г. доход семьи должен увеличиться на 20% при сохранении абсолютного размера обязательных расходов. На сколько процентов увеличатся произвольные расходы и как изменится их удельный вес в расходах семьи, если студенты предполагают по-прежнему тратить весь свой доход только на потребительские расходы?

- (1) произвольные расходы возрастут на 20%, их удельный вес не изменится
- (2) произвольные расходы возрастут на 20%, их удельный вес возрастет на 20%
- (3) произвольные расходы возрастут на 20%, их удельный вес возрастет на 50%
- (4) произвольные расходы возрастут на 80%, их удельный вес возрастет на 50%
- (5) произвольные расходы возрастут на 80%, их удельный вес возрастет на 20%

2.16. В 2000 году налоги с физических лиц составили восьмую часть налоговых поступлений в бюджет города. Предполагается, что после реформы 2001 года сумма налога с физических лиц возрастет и составит пятую часть налоговых поступлений. На сколько процентов должна увеличиться общая сумма налога с физических лиц, если сумма других налоговых поступлений останется без изменения?

- (1) 100%
- (2) 75%
- (3) 160%
- (4) 175%
- (5) 60%

2.17. В состав портфеля ценных бумаг господина Гаврикова входит пакет акций завода «Рассвет». В начале 2000 г. стоимость этого пакета составляла 25% от стоимости всего портфеля. К концу 2003 г. стоимость всего портфеля выросла на 140%. На сколько процентов за это время выросла стоимость пакета акций завода «Рассвет», если стоимость остальных ценных бумаг выросла в среднем на 20%?

- (1) 500
- (2) 40
- (3) 50
- (4) 60
- (5) 600

2.18. В 2004 году студенты, обучавшиеся в институте, распределялись по направлениям «Экономика» и «Менеджмент» в отношении 3 : 5. В 2005 г. число студентов на направлении «Экономика» выросло на 30%, а число студентов на направлении «Менеджмент» уменьшилось на 10%. На сколько процентов увеличилось общее число студентов, обучающихся в институте?

- (1) 5
- (2) 8
- (3) 10
- (4) 12
- (5) 20

2.19. В январе 2004 года инвестор приобрел паи в инвестиционных фондах «Федеральный», «Региональный» и «Муниципальный» на сумму x , y и z рублей. По итогам 2004 года доходность вложений в инвестиционные фонды составила, соответственно, 20%, 40% и 60%. Какое соотношение должно быть обязательно выполнено, если известно, что средняя доходность инвестиций в указанные три фонда составила 45%?

- (1) $\frac{x}{2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{6} = \frac{x+y+z}{4,5}$
- (2) $\frac{1,2}{x} + \frac{1,4}{y} + \frac{1,6}{z} = \frac{1,45}{x+y+z}$
- (3) $2x + 4y + 6z = 4,5(x + y + z)$
- (4) $2x + 4y + 6z = 4,5$
- (5) $\frac{1,2}{x} + \frac{1,4}{y} + \frac{1,6}{z} = 1,45$

2.20. На фирме работают три категории сотрудников, количество k , l и m человек соответственно. В 2005 году средняя заработная плата сотрудников каждой из трех категорий составляла 23 тысяч, 15 тысяч и 18 тысяч рублей в месяц соответственно. Какое соотношение должно быть обязательно выполнено, если известно, что средняя заработная плата одного сотрудника фирмы в целом равна 21 тысяче рублей:

- (1) $\frac{23}{k} + \frac{15}{l} + \frac{18}{m} = \frac{21}{k+l+m}$
- (2) $\frac{k}{23} + \frac{l}{15} + \frac{m}{18} = \frac{k+l+m}{21}$
- (3) $\frac{23}{k} + \frac{15}{l} + \frac{18}{m} = \frac{k+l+m}{21}$
- (4) $23k + 15l + 18m = 21$
- (5) $23k + 15l + 18m = 21(k + l + m)$

2.21. В Лесном районе 25% городских жителей и 75% сельских, а в Приморском — наоборот, 75% городских и 25% сельских. Средний месячный доход городского жителя в Приморском районе вдвое выше, чем сельского. Средний месячный доход городского жителя Лесного района на 20%, а сельского — на 10% выше, чем в Приморском. Как соотносятся средние (по району в целом) месячные доходы жителей двух районов?

- (1) в Лесном примерно на 12% ниже
- (2) в Лесном примерно на 12,5% выше
- (3) в Лесном примерно на 18,5% ниже
- (4) в Лесном примерно на 15% ниже
- (5) в Лесном примерно на 17,5% выше
- (6) в Лесном примерно на 15% выше

2.22. В ОКБ-1 работают 80% инженеров и 20% рабочих, а ОКБ-2 — наоборот, 20% инженеров и 80% рабочих. Средняя зарплата инженера ОКБ — 1 на 22% ниже, чем в ОКБ-2, а средняя зарплата по ОКБ-1 на 16% выше средней зарплаты по ОКБ-2. Как соотносятся средние зарплаты рабочих в ОКБ-1 и ОКБ-2, если в ОКБ-2 средняя зарплата инженера вдвое выше, чем рабочего? (Считается, что каждый работающий — либо инженер, либо рабочий.)

- (1) в ОКБ-1 на 38% выше, чем в ОКБ-2
- (2) в ОКБ-1 на 28% ниже, чем в ОКБ-2
- (3) в ОКБ-1 на 18% выше, чем ОКБ-2
- (4) в ОКБ-1 на 18% ниже, чем ОКБ-2
- (5) в ОКБ-1 на 12% ниже, чем ОКБ-2
- (6) в ОКБ-1 на 6% выше, чем ОКБ-2

2.23. В автохозяйстве две автоколонны. Число автомобилей в первой из них на 90% больше, а средняя грузоподъемность одного автомобиля первой автоколонны на 20% меньше, чем во второй. На сколько процентов средняя грузоподъемность автомобилей в первой автоколонне меньше, чем во второй автоколонне в целом? Выберите наиболее точный ответ:

- (1) 9%
- (2) 8%
- (3) 7%
- (4) 6%
- (5) 5%
- (6) 4%

2.24. Господин Сидоров вложил 45% своих средств в акции компании А, которые принесли прибыль 26% годовых, 25% в акции компании В, которые принесли 80 рублей прибыли на каждую тысячу вложенных рублей за год, а оставшиеся — в акции компании С с 11% годовой прибылью. Какой процент прибыли получил за год господин Сидоров с вложенных средств?

- (1) 11%
- (2) 13%
- (3) 15%
- (4) 17%
- (5) 19%
- (6) 21%

2.25. На металлургический комбинат завозят уголь с двух месторождений: Западного и Восточного. В 1999 г. объемы угля, завозимого с них, относились как 2 : 5, а цена одной тонны с Западного месторождения на 20% ниже, чем с Восточного. В 2000 г. цены на уголь с каждого из месторождений повысились на 10%, но по разным причинам соотношение объемов стало 5 : 2. Как изменилась средняя цена шестидесятитонного вагона завозимого на комбинат угля в 2000 г. по сравнению с 1999 г., если потребление угля на комбинате уменьшилось на 50%? Выберите наиболее точный ответ:

- (1) снизилась почти на 10%
- (2) снизилась почти на 6%
- (3) практически не изменилась
- (4) повысилась почти на 10%
- (5) повысилась примерно на 5%
- (6) для ответа недостаточно данных

2.26. Акционерное общество «Русская звезда» производит цемент на головном предприятии и филиалах. В 2000 году филиалами было произведено продукции вчетверо больше и по себестоимости в среднем на 30% за тонну дешевле, чем головным предприятием. В 2001 году на головном предприятии были введены новые мощности, в результате оно стало выпускать в 5 раз больше цемента, чем прежде, производительность филиалов осталась прежней. Себестоимость единицы продукции сократилась на каждом предприятии на 5% процентов по сравнению с прошлогодним для этого предприятия уровнем. Как изменилась средняя по акционерному обществу себестоимость одной тонны цемента?

- (1) для ответа недостаточно данных
- (2) выросла примерно на 8%
- (3) выросла примерно на 4%
- (4) практически не изменилась
- (5) сократилась примерно на 8%
- (6) сократилась примерно на 4%

2.27. В стране Анчурии среди работающих на каждых трех коренных жителей приходится два иммигранта, а в Бачурии на каждые девять коренных жителей приходится один иммигрант. Средняя зарплата коренного жителя Анчурии в среднем в 2,5 раза выше зарплаты иммигранта. В Бачурии средняя зарплата коренного жителя в среднем на 5%, а средняя зарплата иммигранта на 10% ниже, чем в Анчурии у соответствующей категории работающих. Как соотносятся средние зарплаты в Анчурии и Бачурии? Выберите наиболее точный ответ.

- (1) в Бачурии на 10% выше
- (2) в Бачурии на 17% выше
- (3) в Бачурии на 7% выше
- (4) в Бачурии на 7% ниже
- (5) в Бачурии на 18% ниже
- (6) невозможно определить

2.28. Компания состоит из головного офиса и филиала. В 2000 году численность работающих в филиале была втрое меньше, а средняя зарплата на 30% ниже, чем в головном офисе. В 2001 году в результате расширения численность персонала филиала выросла в 4 раза, а в головном офисе осталась той же. При этом средняя зарплата сотрудников головного офиса выросла на 10%, а в филиале на 5%. Как изменилась средняя зарплата в компании в целом?

- (1) для ответа недостаточно данных
- (2) выросла примерно на 6%
- (3) выросла примерно на 4%
- (4) практически не изменилась
- (5) сократилась примерно на 6%
- (6) сократилась примерно на 4%

2.29. Компания состоит из головного офиса и филиала. В 2003 году численность работающих в головном офисе была вдвое больше, а средняя зарплата на 50% выше, чем в филиале. В 2004 году в результате расширения численность персонала филиала выросла в 500%, а в головном офисе выросла на 50%. При этом средняя зарплата сотрудников головного офиса выросла на 16%, а средняя зарплата по компании в целом снизилась на 2,5%. Как изменилась средняя зарплата в филиале?

- (1) снизилась на 4%
- (2) снизилась на 8%
- (3) снизилась на 10%
- (4) практически не изменилась
- (5) выросла на 8%
- (6) выросла на 10%

2.30. Средняя, минимальная и максимальная зарплаты по институту равны соответственно 5260 рублей, 1260 рублей и 8460 рублей. Какова максимально возможная доля сотрудников с минимальной зарплатой?

- (1) 4/9
- (2) 2/7
- (3) 3/7
- (4) 5/9
- (5) 4/7
- (6) 5/8

2.31. Средняя, минимальная и максимальная зарплаты по институту равны соответственно 14640 рублей, 5040 рублей и 21840 рублей. Какова максимально возможная доля сотрудников с максимальной зарплатой?

- (1) 4/9
- (2) 4/7
- (3) 5/9
- (4) 7/9
- (5) 3/7
- (6) 5/8

ГЛАВА 3. БАНКОВСКИЕ ПРОЦЕНТЫ¹⁹

Вероятно, наиболее широко в реальной экономической деятельности проценты используются в сфере банковских расчетов. При этом, с одной стороны, банки принимают вклады и платят по этим вкладам проценты вкладчикам, а с другой стороны, — выдают кредиты заемщикам и получают, в свою очередь, от них проценты за пользование деньгами. Разность между суммой, которую получает банк от заемщика за предоставленные кредиты, и той, которую он выплачивает по вкладам, и составляет прибыль банка.

Проценты могут рассчитываться по-разному в зависимости от вида, характера и срока вклада (или ссуды)²⁰. Как правило, они определяются в виде некоторой доли от величины вклада, и начисляются один раз за определенный период, называемый *периодом начисления процентов*. Периодом начисления процентов не обязательно является год, в этом качестве может выступать полгода, месяц, день (например, при межбанковском кредитовании) и т.д.

В зависимости от способа начисления процентов (от выбора базы начисления) выделяют два основных вида процентов: *простые* и *сложные*.

Увеличение суммы вклада S_0 по методу **простых процентов** характеризуется тем, что в течение всего срока хранения вклада проценты начисляются только на первоначальную сумму вклада S_0 независимо от срока хранения и количества периодов начисления процентов.

Увеличение суммы вклада S_0 по методу **сложных процентов** характеризуется тем, в течение срока хранения вклада проценты начисляются не только на первоначальную сумму вклада S_0 , но и на сумму начисленных процентов за прошедшие периоды (т.е. начисляются на всю сумму денег на счете вкладчика).

Рассмотрим подробнее эти методы. Введем следующие условные обозначения: S_0 — первоначальная сумма вклада, i — ставка банковского процента (% за период), n — количество периодов начисления процентов, S_n — сумма вклада через n периодов.

Предположим сначала, что банк выплачивает проценты по вкладам, используя метод простых процентов. Пусть вкладчик открыл сберегательный счет и положил на него S_0 рублей, а банк обязуется выплачивать вкладчику в конце каждого года i % от первоначальной суммы вклада. Тогда по истечении первого года сумма начисленных банком процентов составит: $S_0 \cdot \frac{i}{100}$ рублей, а величина

$$\text{вклада станет равной } S_1 = S_0 + S_0 \cdot \frac{i}{100}.$$

Поскольку банк начисляет проценты только на первоначальную сумму вклада (S_0), не учитывая фактическую сумму, лежащую на счете вкладчика (S_1),

¹⁹ В ходе написания главы был использован материал пособий: Симонов А.С. Экономика на уроках математики. М.: Школа-Пресс, 1999; Вигдорчик Е., Нежданова Т. Элементарная математика в экономике и бизнесе. М.: Вита-Пресс, 1995.

²⁰ Далее в этой главе мы будем рассматривать только проценты по банковским вкладам. Механизм начисления процентов по банковским ссудам (кредитам) аналогичен.

то по прошествии второго года на счете вкладчика окажется $S_2 = S_1 + S_0 \cdot \frac{i}{100} = S_0 + 2 \cdot S_0 \cdot \frac{i}{100}$. Таким образом, на величину $S_0 \cdot \frac{i}{100}$ банк никаких начислений не производит (иначе говоря, он бесплатно использует эти деньги).

Аналогично можно показать, что через n периодов сумма начисленных процентов составит $n \cdot \frac{i}{100} \cdot S_0$, а величина средств, лежащих на счете вкладчика, будет равняться:

$$S_n = S_0 + n \cdot \frac{i}{100} \cdot S_0 = S_0 \left(1 + n \cdot \frac{i}{100} \right) \text{ (формула простых процентов).}$$

Как видно, в формуле задействованы четыре переменные (S_0 , i , n и S_n), поэтому можно рассмотреть четыре типа задач, основанных на ее использовании (в каждом из них по трем известным переменным мы можем найти четвертую). Возможные типы задач перечислены в таблице 4.

В первом случае, зная величины начального вклада (S_0), ставки банковского процента (i), количество периодов начисления процентов (n), нам требуется определить сумму вклада к моменту его окончания (S_n). Во втором величина первоначального вклада S_0 определяется по известным значениям i , n , S_n . В третьем — по заданным значениям S_0 , n , S_n находится ставка банковского процента i , а четвертом — из S_0 , i , S_n находится n .

Таблица 4

	S_0	i	n	S_n
(1)	+	+	+	$S_n = S_0 \cdot \left(1 + n \cdot \frac{i}{100} \right)$
(2)	$S_0 = \frac{100 \cdot S_n}{100 + n \cdot i}$	+	+	+
(3)	+	$i = \left(\frac{S_n}{S_0} - 1 \right) \cdot \frac{100}{n}$	+	+
(4)	+	+	$n = \left(\frac{S_n}{S_0} - 1 \right) \cdot \frac{100}{i}$	+

Примечание: символом «+» обозначены известные из условия задачи величины.

Пример. Г-н Петерсон открыл счет в банке “Credit de Lille” и положил на него 15 000 евро сроком на 4 года под простые проценты по ставке 4% годовых. Определите сумму, которую вкладчик получит через 4 года при закрытии вклада.

Решение:

Из условия имеем $S_0=15000$, $i=4\%$ (0,04), $n=4$. Тогда, используя формулу простых процентов, получим:

$$S_n = S_0 \left(1 + n \cdot \frac{i}{100} \right) = 15000 \left(1 + 4 \cdot \frac{4}{100} \right) = 15000 \cdot 1,16 = 17400 \text{ (евро).}$$

Ответ: 17400 евро.

В экономико-математических задачах часто просят найти значение некоторой величины, которая за первый промежуток времени (n_1 лет) изменилась на $i_1\%$,

за второй (n_2 лет) — на $i_2\%$, за m -ый (n_m лет) — на $i_m\%$ (так называемая «плавающая» ставка процента) В этом случае формула простого процента примет вид:

$$S_n = S_0 + n_1 \cdot \frac{i_1}{100} \cdot S_0 + n_2 \cdot \frac{i_2}{100} \cdot S_0 + \dots + n_k \cdot \frac{i_k}{100} \cdot S_0,$$

где n_1, n_2, \dots, n_k — периоды действия ставок i_1, i_2, \dots, i_k , причем $n_1 + n_2 + \dots + n_k = n$.

Таким образом, начисление банком простых процентов — не очень справедливый способ расчета с вкладчиком. Если вкладчик не будет регулярно снимать сумму начисленных процентов со счета, то он оказывается в невыгодном положении, поскольку банк фактически бесплатно пользуется его деньгами, и эта несправедливость будет только возрастать. Так, в примере с господином Петерсоном

банк в течение второго года бесплатно использовал 600 евро ($S_0 \cdot \frac{i}{100}$), в течение

третьего — 1200 евро ($S_0 \cdot \frac{2i}{100}$), четвертого — 1800 евро ($S_0 \cdot \frac{3i}{100}$). В результате

вкладчику оказывается выгодным каждый год снимать сумму начисленных процентов и открывать на эту сумму новый счет!

Пусть теперь банк выплачивает проценты по вкладам по методу сложных процентов. В этом случае, если вкладчик не снимает со счета сумму начисленных процентов, то эта сумма присоединяется к основному вкладу, а в конце следующего периода банк начисляет проценты уже на новую, увеличенную сумму (т.е. проценты начисляются не только на основной вклад S_0 , но и на проценты, которые были начислены за прошедшие периоды).

Выведем формулу для расчета сложных процентов. Допустим, что вкладчик открыл сберегательный вклад на сумму S_0 рублей сроком на n лет, а ставка банковского процента составляет $i\%$ от суммы вклада на текущий период. Тогда по истечении первого года сумма начисленных банком процентов составит

$S_0 \cdot \frac{i}{100}$ рублей и на счете вкладчика будет $S_1 = S_0 + S_0 \cdot \frac{i}{100}$ рублей (*).

По прошествии второго года банк начислит $i\%$ уже на сумму S_1 рублей и поэтому она увеличится на $S_1 \cdot \frac{i}{100}$, а в конце второго года на счете окажется

$$S_2 = S_1 + S_1 \cdot \frac{i}{100} = S_1 \left(1 + \frac{i}{100}\right) \text{ рублей.}$$

На основании равенства (*) получим, что

$$S_2 = S_1 \cdot \left(1 + \frac{i}{100}\right) = \left(S_0 + S_0 \cdot \frac{i}{100}\right) \cdot \left(1 + \frac{i}{100}\right) = S_0 \left(1 + \frac{i}{100}\right)^2 (**).$$

В конце третьего года банк вновь начислит $i\%$ уже на сумму S_2 рублей, а поэтому к концу года на счете вкладчика будет лежать уже $S_3 = S_2 \left(1 + \frac{i}{100}\right)$

рублей, причем с учетом (**) $S_3 = S_0 \left(1 + \frac{i}{100}\right)^3$.

Аналогично можно показать, что по прошествии n лет сумма денег на счете вкладчика достигнет величины

$$S_n = S_0 \left(1 + \frac{i}{100}\right)^n \text{ (формула сложных процентов).}$$

Как видно из этой формулы, рост первоначальной суммы вклада о методу сложных процентов — это процесс, развивающийся по законам геометрической прогрессии, первый член которой равен S_0 , а знаменатель равен $\left(1 + \frac{i}{100}\right)$

Формула сложных процентов связывает между собой четыре характеристики: сумму начального вклада S_0 , ставку банковского процента $i\%$, количество периодов начисления процентов (n) и сумму вклада к моменту его окончания (S_n). Аналогично случаю простых процентов, также можно сформулировать четыре типа задач, позволяющих по трем заданным характеристикам из перечисленных выше найти четвертую (см. таблицу 5).

Таблица 5

	S_0	i	n	S_n
(1)	+	+	+	$S_n = S_0 \cdot \left(1 + \frac{i}{100}\right)^n$
(2)	$S_0 = \frac{S_n}{\left(1 + \frac{i}{100}\right)^n}$	+	+	+
(3)	+	$i = 100 \left(\sqrt[n]{\frac{S_n}{S_0}} - 1\right)$	+	+
(4)	+	+	$n = \frac{\ln \frac{S_n}{S_0}}{\ln \left(1 + \frac{i}{100}\right)} = \log_{1+\frac{i}{100}} \frac{S_n}{S_0}$ (как правило, в этом случае параметр n находится подбором)	+

Примечание: символом «+» обозначены известные из условия задачи величины.

Пример. Г-н Петерсон открыл счет в банке “Credit de Lille” и положил на него 15 000 евро сроком на 4 года по ставке 4% годовых. Определите сумму, которую вкладчик получит через 4 года при закрытии вклада²¹.

Решение:

Из условия имеем: $S_0=15000$, $i=4\%$ (0,04), $n=4$. Тогда, используя формулу сложных процентов, получим:

$$S_n = S_0 \left(1 + \frac{i}{100}\right)^n = 15000 \left(1 + \frac{4}{100}\right)^4 \approx 15000 \cdot 1,1699 = 17548,5 \text{ (евро).}$$

Ответ: 17548,5 евро.

²¹ Если в задании не указано иное, следует считать, что банк начисляет проценты по методу сложных процентов. Этот метод является преобладающим в настоящее время.

Таким образом, использование банком метода сложных процентов позволило господину Петерсону дополнительно получить около 147,88 евро, по сравнению с начислением процентов по методу простых процентов.

Комментарий: Не стоит пугаться того, что при расчетах на длительный срок придется возводить вручную величину $\left(1 + \frac{i}{100}\right)$ в какую-то большую степень. Числа в условиях заданий вступительного экзамена подбираются таким образом, чтобы абитуриентам было по силам посчитать их вручную. А в реальной жизни для этого, во-первых, используются калькуляторы и компьютеры, а во-вторых, разработаны специальные таблицы сложных процентов, в которой уже рассчитаны коэффициенты наращивания (т.е. $\left(1 + \frac{i}{100}\right)^n$) для различных ставок и сроков вклада (см. табл. 6). Чтобы узнать нужный коэффициент наращивания процентов, нужно найти строку, соответствующую количеству периодов начисления процентов (в нашем случае $n=4$), и столбец, соответствующей ставке банковского процента (в нашем случае $i=4$). Число, находящееся на пересечении строки и столбца, и будет множителем наращивания сложных процентов (в нашем случае это 1,1699, т.е. наш вклад за 4 года возрастет в 1,1699 раз).

Пример. Маргарита Зуева открыла счет в банке, положив на него 100 000 рублей по ставке 40% годовых. Она желает накопить не менее 350 000 рублей. Определите, минимальное число лет, при прошествии которых вкладчица сможет снять интересующую ее сумму.

Решение:

Из условия имеем $S_0=100000$, $i=40\%$ (0,4), $S_n \geq 350000$. Тогда, используя формулу сложных процентов, получим $S_n = S_0 \left(1 + \frac{i}{100}\right)^n = 100000 \cdot (1,4)^n$. Откуда имеем $100000 \cdot 1,4^n \geq 350000 \Rightarrow 1,4^n \geq 3,5$. Перебором находим (рассматриваем варианты $n=1$, $n=2$, $n=3$, $n=4$), что минимальное целое число лет, удовлетворяющих этому условию, равно четырем годам ($1,4^4 = 1,96^2 = 3,8416$).

Таким образом, мы смогли решить эту задачу, не прибегая к использованию логарифмов ($n \geq \log_{1,4} 3,5$).

Ответ: 4 года.

Выведенная выше формула сложных процентов предполагает, что ставка процента неизменна на протяжении всего срока вклада. Однако в банковских операциях часто применяются «плавающие» процентные ставки. Если в течение срока вклада ставка банковского процента менялась (n_1 лет составляла $i_1\%$, n_2 лет — $i_2\%$, ..., n_m лет — на $i_m\%$), то формула сложного процента примет вид:

$$S_n = S_0 \left(1 + \frac{i_1}{100}\right)^{n_1} \left(1 + \frac{i_2}{100}\right)^{n_2} \dots \left(1 + \frac{i_m}{100}\right)^{n_m},$$

где n_1, n_2, \dots, n_m — периоды действия ставок i_1, i_2, \dots, i_m , причем $n_1 + n_2 + \dots + n_m = n$.

Таблица 6. Множители наращенния для расчета сложных процентов

Ставка процента, %, <i>i</i>	число периодов начисления процентов, <i>n</i>													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20	30	40	50
1,0	1,01	1,0201	1,0303	1,0406	1,0510	1,0615	1,0721	1,0829	1,0937	1,1046	1,2202	1,3478	1,4889	1,6446
2,0	1,02	1,0404	1,0612	1,0824	1,1041	1,1262	1,1487	1,1717	1,1951	1,2190	1,4859	1,8114	2,2080	2,6916
3,0	1,03	1,0609	1,0927	1,1255	1,1593	1,1941	1,2299	1,2668	1,3048	1,3439	1,8061	2,4273	3,2620	4,3839
4,0	1,04	1,0816	1,1249	1,1699	1,2167	1,2653	1,3159	1,3686	1,4233	1,4802	2,1911	3,2434	4,8010	7,1067
5,0	1,05	1,1025	1,1576	1,2155	1,2763	1,3401	1,4071	1,4775	1,5513	1,6289	2,6533	4,3219	7,0400	11,4674
6,0	1,06	1,1236	1,1910	1,2625	1,3382	1,4185	1,5036	1,5938	1,6895	1,7908	3,2071	5,7435	10,2857	18,4202
7,0	1,07	1,1449	1,2250	1,3108	1,4026	1,5007	1,6058	1,7182	1,8385	1,9672	3,8697	7,6123	14,9745	29,4570
8,0	1,08	1,1664	1,2597	1,3605	1,4693	1,5869	1,7138	1,8509	1,9990	2,1589	4,6610	10,0627	21,7245	46,9016
9,0	1,09	1,1881	1,2950	1,4116	1,5386	1,6771	1,8280	1,9926	2,1719	2,3674	5,6044	13,2677	31,4094	74,3575
11,0	1,11	1,2321	1,3676	1,5181	1,6851	1,8704	2,0762	2,3045	2,5580	2,8394	8,0623	22,8923	65,0009	184,5648
12,0	1,12	1,2544	1,4049	1,5735	1,7623	1,9738	2,2107	2,4760	2,7731	3,1058	9,6463	29,9599	93,0510	289,0022
13,0	1,13	1,2769	1,4429	1,6305	1,8424	2,0820	2,3526	2,6584	3,0040	3,3946	11,5231	39,1159	132,7816	450,7359
14,0	1,14	1,2996	1,4815	1,6890	1,9254	2,1950	2,5023	2,8526	3,2519	3,7072	13,7435	50,9502	188,8835	700,2330
15,0	1,15	1,3225	1,5209	1,7490	2,0114	2,3131	2,6600	3,0590	3,5179	4,0456	16,3665	66,2118	267,8635	1083,6574
16,0	1,16	1,3456	1,5609	1,8106	2,1003	2,4364	2,8262	3,2784	3,8030	4,4114	19,4608	85,8499	378,7212	1670,7038
17,0	1,17	1,3689	1,6016	1,8739	2,1924	2,5652	3,0012	3,5115	4,1084	4,8068	23,1056	111,0647	533,8687	2566,2153
18,0	1,18	1,3924	1,6430	1,9388	2,2878	2,6996	3,1855	3,7589	4,4355	5,2338	27,3930	143,3706	750,3783	3927,3569
19,0	1,19	1,4161	1,6852	2,0053	2,3864	2,8398	3,3793	4,0214	4,7854	5,6947	32,4294	184,6753	1051,6675	5988,9139
20,0	1,20	1,4400	1,7280	2,0736	2,4883	2,9860	3,5832	4,2998	5,1598	6,1917	38,3376	237,3763	1469,7716	9100,4382
21,0	1,21	1,4641	1,7716	2,1436	2,5937	3,1384	3,7975	4,5950	5,5999	6,7275	45,2593	304,4816	2048,4002	13780,6123
22,0	1,22	1,4884	1,8158	2,2153	2,7027	3,2973	4,0227	4,9077	5,9874	7,3046	53,3576	389,7579	2847,0378	20796,5615
23,0	1,23	1,5129	1,8609	2,2889	2,8153	3,4628	4,2593	5,2389	6,4439	7,9259	62,8206	497,9129	3946,4305	31279,1953
24,0	1,24	1,5376	1,9066	2,3642	2,9316	3,6352	4,5077	5,5895	6,9310	8,5944	73,8641	634,8199	5455,9126	46890,4346
25,0	1,25	1,5625	1,9531	2,4414	3,0518	3,8147	4,7684	5,9605	7,4506	9,3132	86,7362	807,7936	7523,1638	70064,9232
30,0	1,30	1,6900	2,1970	2,8561	3,7129	4,8268	6,2749	8,1573	10,6045	13,7858	190,0496	2619,9956	36118,8648	497929,2230
40,0	1,40	1,9600	2,7440	3,8416	5,3782	7,5295	10,5414	14,7579	20,6610	28,9255	836,6826	24201,4324	700037,6966	20,2489*10 ⁹
50,0	1,50	2,2500	3,3750	5,0625	7,5938	11,3906	17,0859	25,6289	38,4434	57,6650	3325,2567	191751,0592	11,0573*10 ⁶	0,6376*10 ⁹
60,0	1,60	2,5600	4,0960	6,5536	10,4858	16,7772	26,8435	42,9497	68,7195	109,9512	12089,2582	1,3292*10 ⁶	146,1502*10 ⁶	16,0694*10 ⁹
70,0	1,70	2,8900	4,9130	8,3521	14,1986	24,1376	41,0339	69,7576	118,5879	201,5994	40642,3141	8,1935*10 ⁶	1651,7977*10 ⁶	3,3300*10 ¹²
80,0	1,80	3,2400	5,8320	10,4976	18,8957	34,0122	61,2220	110,1996	198,3593	357,0467	0,1275*10 ⁶	45,5172*10 ⁶	16,2517*10 ⁹	5,8026*10 ¹²
90,0	1,90	3,6100	6,8590	13,0321	24,7610	47,0459	89,3872	169,8356	322,6877	613,1066	0,3759*10 ⁶	0,2305*10 ⁹	141,3006*10 ⁹	86,6323*10 ¹²
100,0	2,00	4,0000	8,0000	16,0000	32,0000	64,0000	128,0000	256,0000	512,0000	1024,00	1,0486*10 ⁶	1,0737*10 ⁹	1099,5116*10 ⁹	1125,89*10 ¹²

Примечание: коэффициенты наращенния $\left(1 + \frac{i}{100}\right)^n$ приводятся с точностью до 4 знака после запятой.

Задачи для самостоятельного решения

- 3.1. Банк выплачивает своим вкладчикам банковский процент 4% годовых и дает ссуды заемщикам под 10% годовых. Чему равна банковская прибыль за год, если банк привлек 10 млн. рублей средств вкладчиков на год и выдал заемщикам ссуд в 5 млн. рублей на год?
- 3.2. Вы хотите получать годовой доход 30 тысяч рублей при ставке банковского процента 5% годовых. На какую сумму вам необходимо открыть вклад?
- 3.3. Сергей Болысов взял кредит в двух банках под 10% и 15% годовых соответственно. Общая сумма этих кредитов равна 20 тыс. рублей. Через год он выплатил 2250 рублей в виде процентов по взятым кредитам. Определите сумму кредита, полученную господином Болысовом под 10%.
- 3.4. Какую сумму положили в банк под простые проценты по ставке 22%, годовых, если через 5 лет вклад достиг величины $S_5=94500$ рублей?
- 3.5. Сколько лет пролежал в банке вклад 70 000 рублей, если при ставке 19,2% годовых он достиг величины 150 640 рублей (банк начисляет простые проценты)?
- 3.6. Какую годовую ставку простых процентов выплачивает банк, если вклад в размере 12 000 рублей через 3 года достиг величины 14 160 рублей?
- 3.7. Какую сумму положили в банк под простые проценты по ставке 27% годовых, если за 4 года вклад вырос на 167 400 рублей?
- 3.8. Определите годовую процентную ставку (банк начисляет простые проценты), если первоначальный вклад величиной 23 500 рублей за 6 лет увеличился на 38 070 рублей.
- 3.9. Известно, что банк начисляет простые проценты по ставке 25% годовых. Определите минимальное число лет, по истечении которых первоначальный вклад увеличится в 2 раза.
- 3.10²². Иван Солодов открыл счет в банке и положил на него 25 000 рублей на три года. Определите сумму начисленных процентов и общую сумму вклада к моменту его окончания, если ставка банковского процента равна 10%.
- 3.11. В банк внесен вклад 64 000 рублей на три года. Определите ставку процента, если через три года на счете вкладчика оказалось 216 000 рублей.
- 3.12. Известно, что ставка банковского процента равна 25%. Определите, через сколько лет начальный вклад 216 000 рублей возрастет до 421 875 рублей.
- 3.13. Мария Ковалева собирается открыть сберегательный счет в банке «Огни Москвы» на сумму 30 000 рублей сроком на 1 год. Она рассматривает две альтернативы. В первом случае банк начисляет проценты по ставке 15% годовых, во втором — по прошествии каждых 3 месяцев из расчета 12% годовых (т.е. 3% за квартал). В каком случае через год она получит наибольшую сумму?
- 3.14. В.Н. Сидоренко собирается через два года приобрести новый ноутбук Dell стоимостью 1452 евро. Сколько денег ему нужно положить в банке, чтобы накопить за 2 года нужную сумму, если банковская ставка равна 10% годовых.

²² Далее во всех заданиях предполагается, что банк придерживается сложных процентов.

- 3.15. Вклад в размере 5000 рублей положен в банк под 10% годовых. В конце каждого года вкладчик снимает счета по 1000 рублей (при этом ставка процента не меняется). Найдите отношение остатка вклада после изъятия соответствующей ежегодной суммы к первоначальному вкладу через три года.
- 3.16. Сумма вклада в банке увеличивается первого числа каждого месяца на одно и то же количество процентов по отношению к сумме на первое число предыдущего месяца. Первого марта сумма вклада составила S_0 рублей, первого августа она составляла S_5 рублей. Сколько рублей было на счете первого мая? (Указание: ответ выразить через S_0 и S_5).
- 3.17. Вкладчик в начале года часть имевшихся у него денег положил в один банк под 60% годовых, а остальные деньги — в другой банк под 40% годовых. Через два года суммарное количество денег на обоих счетах удвоилось. Какую часть денег вкладчик положил в первый банк?
- 3.18. Петр Иванов открыл вклад «Сюрприз» на три года. Договор предусматривает следующую схему начисления процентов: за первый год — 10%, в каждом следующем году ставка повышается на 2%. Определите, на сколько процентов вырастет вклад Петра за три года.
- 3.19. Семен Кузнецов планировал вложить все свои сбережения на сберегательный счет в банк «Навроде» под 500%, рассчитывая через год забрать A рублей. Однако крах банка «Навроде» изменил его планы, предотвратив необдуманный поступок. В результате часть денег г-н Кузнецов положил в банк «Первый Муниципальный», а остальные — в банку из-под макарон. Через год г-н Кузнецов забрал свой вклад из банка, получив $\frac{1}{6}A$ рублей. Определите, какой процент выплатил банк «Первый Муниципальный», если в банку из-под макарон Семен «вложил» $\frac{1}{18}A$ рублей.
- 3.20. В начале года в сберкассе было положено 1640 руб. и в конце года было взято обратно 882 руб. Еще через год на книжке снова оказалось 882 руб. Сколько процентов начисляет сберкасса в год?
- 3.21. В январе 2000 года ставка по депозитам в банке «Возрождение» составляла r_1 % годовых, тогда как в январе 2001 года — r_2 % годовых, причем известно, что $r_1 + r_2 = 30\%$. В январе 2000 года вкладчик открыл счет в банке «Возрождение», положив на него некоторую сумму. В январе 2001 года, по прошествии года с того момента, вкладчик снял со счета пятую часть этой суммы. Укажите значение r_1 , при котором сумма на счету вкладчика в январе 2002 года станет максимально возможной.
- 3.22. В двух банках в конце года на каждый счет начисляются проценты: в первом банке — 60% к текущей сумме на счете, во втором — 40% к текущей сумме на счете. Вкладчик в начале года часть имеющихся у него денег положил в первый банк, а остальные деньги — во второй банк, с таким расчетом, чтобы через 2 года суммарное количество денег на обоих счетах удвоилось. Какую долю денег вкладчик положил в первый банк?

3.23. Банк выплачивает 20% годовых (проценты начисляются раз в год). Какое минимальное число лет должен пролежать вклад в банке, чтобы внесенная на счет сумма удвоилась?

3.24²³. В банк помещен вклад в размере 3900 рублей под 50% годовых. В конце каждого из первых четырех лет хранения после начисления процентов вкладчик дополнительно вносил на счет одну и ту же фиксированную сумму. К концу пятого года после начисления процентов оказалось, что размер вклада увеличился по сравнению с первоначальным на 725%. Какую сумму вкладчик ежегодно добавлял к вкладу?

3.25. За время хранения вклада в банке проценты по нему начислялись ежемесячно сначала в размере 5% в месяц, затем $11\frac{1}{9}\%$, потом $7\frac{1}{7}\%$ и, наконец, 12% в месяц. Известно, что под действием каждой новой процентной ставки вклад находился целое число месяцев, а по истечении срока хранения первоначальная сумма возросла на 180%. Определите срок хранения вклада.

3.26. Вклад, находящийся в банке с начала года, возрастает к концу года на определенный процент (свой для каждого банка). В начале года $\frac{5}{6}$ некоторой суммы денег положили в первый банк, а оставшуюся часть — во второй банк. К концу года сумма этих вкладов стала равной 670 тысячам рублей, к концу следующего года — 749 тысячам рублей. Если бы первоначально $\frac{5}{6}$ исходной суммы денег положили во второй банк, а оставшуюся часть в первый банк, то по истечении одного года сумма вкладов в эти банки стала бы равной 710 тысячам рублей. В предположении, что исходная сумма денег первоначально целиком была положена в первый банк, определите величину вклада по истечении двух лет.

3.27²⁴. Ежегодный темп инфляции в стране составляет 20%. На сколько процентов вырастут цены за 3 года?

3.28. В течение года стипендию повышали два раза на одно и то же число процентов. Определите, на сколько процентов каждый раз повышали стипендию, если к концу года она выросла на 96%.

3.29. Цена товара после двух последних понижений цен на один и тот же процент уменьшилась со 1250 руб. до 800 руб. На сколько процентов снижалась цена товара каждый раз?

3.30. В течение года завод дважды увеличивал выпуск продукции на одно и то же число процентов. Найдите это число, если известно, что в начале года завод ежемесячно выпускал 600 изделий, а в конце года стал выпускать ежемесячно 726 изделий.

3.31. Прибыль фирмы сокращалась в течение 3 лет на один и тот же процент ежегодно. В итоге она упала с 3000 д.е. в год до 1536 д.е. в год. На какой процент ежегодно падала прибыль?

²³ Задания 3.24–3.26 взяты из вариантов вступительных экзаменов по математике в МГУ им. М.В. Ломоносова. Задания такого уровня сложности не встречаются в экзамене по обществознанию.

²⁴ Задания 3.27–3.50 не относятся напрямую к теме «Банковские проценты», однако их решение основано на использовании формулы сложных процентов.

3.32. Начиная с 1998 года, число участников экономической олимпиады ежегодно увеличивалось на один и тот же процент по отношению к предыдущему году. В 1999 году в олимпиаде приняло участие 240 школьников, в 2000 году — 300 школьников, а в 2001 году в ней участвовало уже 375 человек. Сколько школьников приняло участие в экономической олимпиаде в 1998 году?

3.33. Цена полотна Рубенса на торгах на аукционе Кристи увеличивалась несколько раз (каждый раз на определенное количество процентов по отношению к предыдущему значению): первый покупатель повысил стартовую цену на 25%, второй предложил на 20% больше первого, третий — на 10% больше второго, заявка победителя аукциона четвертого оказалась на 8% выше заявки третьего претендента. Определите, окончательную цену, которая была установлена в ходе торгов, если стартовая цена составляла 500 тысяч фунтов.

3.34. Транснациональная компания “Amoco inc.” решила провести недружественное поглощение компании “First Aluminum Company” (FAC) путем скупки акций миноритарных акционеров. Известно, что Amoco inc. было сделано три предложения владельцам акций FAC, при этом цена покупки одной акции каждый раз повышалась на $\frac{1}{3}$, а общее количество приобретенных Amoco inc. акций поглощаемой компании увеличивалось на 20%. Определите величину третьего предложения и общее количество скупленных акций “First Aluminum Company”, если начальное предложение составило \$27 за одну акцию, а количество акций, выкупленных по второй цене, — 15 тысяч.

3.35. В конце августа 2001 года администрация Приморского края располагала некой суммой денег, которую предполагалось направить на пополнение нефтяных запасов края. Надеясь на изменение конъюнктуры рынка, руководство края, отсрочив закупку нефти, положила эту сумму 1 сентября 2001 года в банк. Далее известно, что сумма вклада в банке увеличивалась первого числа каждого месяца на 26% по отношению к сумме на первое число предыдущего месяца, а цена баррели сырой нефти убывала на 10% ежемесячно. На сколько процентов больше (от первоначального объема закупок) руководство края смогло пополнить нефтяные запасы края, сняв 1 ноября 2001 года всю сумму, полученную из банка вместе с процентами, и направив ее на закупку нефти?

3.36. В первый год разработки месторождения было добыто 100 тысяч тонн руды. В течение нескольких следующих лет годовая добыча увеличивалась на 25% по сравнению с каждым предыдущим годом, а затем на протяжении последующих 3 лет поддерживалась на достигнутом уровне, после этого разработка месторождения прекратилась. Общий объем добытой руды за все время добычи составил 850 тыс. т. Определите, сколько лет разрабатывалось месторождение.

3.37. По оценкам, цена новой модели сотового телефона снижается за первый год на 25%, за второй — на 20%, за третий — на 10%. Сколько будет стоить через три года сотовый телефон, начальная цена которого равнялась 350 евро?

3.38. Пять лет назад компания А получила доход в шесть раз больше, чем компания В. С тех пор доходы компаний росли одинаково — по 100 тысяч у.е. в год, и в этом году оказалось, что доход компании А превышает доход компании В всего в два раза. Какие доходы были у каждой компании пять лет назад? Чему они равны в настоящее время?

- 3.39. Ежегодный прирост населения города составляет 5%. Через сколько лет население города удвоится? (*Указание:* ответ выразите в логарифмах.)
- 3.40. Цена товара изменяется два раза в год: в апреле она повышается на 20%, а в сентябре снижается на 20%. Какова будет цена товара в декабре 2005 г., если в январе 2004 г. она составляла 6250 рублей?
- 3.41. Выработка продукции за первый год работы предприятия возросла на $p\%$, а за следующий год — на 10% больше, чем за первый год. Определить, на сколько процентов увеличилась выработка за первый год, если известно, что за 2 года она увеличилась в общей сложности на 48,59%.
- 3.42. Зарботная плата некоторой категории служащих повышалась два раза, причем процент повышения во второй раз был в два раза больше, чем в первый. Определите, на сколько процентов была повышена зарботная плата в первый раз, если до первого повышения она оставляла 7000 рублей, а после второго она составила 9240 рублей.
- 3.43. В одной стране в обращении находились 1 000 000 долларов, 20% из которых были фальшивыми. Некая криминальная структура стала ввозить в страну по 100 000 долларов в месяц, 10% из которых были фальшивыми. В это же время другая структура стала вывозить из страны 50 000 долларов ежемесячно, из которых 30% оказывались фальшивыми. Через сколько месяцев содержание фальшивых долларов в стране составит 5%?
- 3.44. На оленеводческой ферме поголовье оленей увеличивается в результате естественного прироста и приобретения новых оленей. В начале первого года поголовье оленей составляло 3000 голов, в конце года ферма приобрела 700 голов. Определите процент естественного прироста оленей в стаде, если в конце второго года поголовье оленей на ферме составило 4400 голов (*Указание:* считать, что естественный прирост был неизменным на протяжении рассматриваемых лет).
- 3.45. Для заготовки сена фермер три раза с интервалом в неделю скашивал на заливном лугу одно и то же количество травы. После трех покосов масса травы на лугу уменьшилась на 78,3% по сравнению с ее первоначальным значением до начала покосов. Определите, сколько процентов от первоначальной массы травы на лугу составляет масса всей скошенной травы, если еженедельный прирост травы составляет 10%.
- 3.46. Мясомолочный кооператив, откармливающий стадо бычков, три раза с интервалом в один месяц поставлял на рынок одно и то же количество живого веса телятины. После трех поставок оказалось, что общий вес стада увеличился на 7,6% по сравнению с его первоначальным значением до начала поставок. Определите, сколько процентов от первоначального живого веса стада составляет живой вес всей поставленной на рынок телятины, если еженедельный прирост живого веса стада составляет 20%.

Тесты для самостоятельного решения

- 3.1. Тинэйджер положил в банк 600 долларов под 10% годовых. Какова будет сумма вклада через 3 года? Выберите наиболее точный вариант.
- (1) 800 долларов
 - (2) 780 долларов
 - (3) 726 долларов
 - (4) 720 долларов
 - (5) 980 долларов
- 3.2. Какую сумму надо положить в банк фирме «Иванов и партнеры», чтобы через два года получить \$450 тысяч, если депозитная ставка составляет 25% годовых и действует все время вклада?
- (1) \$270 тысяч
 - (2) \$288 тысячи
 - (3) \$192 тысяч
 - (4) \$360 тысяч
 - (5) \$300 тысяч
- 3.3. В течение двух лет, начиная с 1999 года, число работников компании увеличивалось на один и тот же процент. В 2000 году в компании работало 2400 сотрудников, а в 2001 году уже 3000 сотрудников. Сколько сотрудников работало в компании в 1999 году?
- (1) 1520
 - (2) 1620
 - (3) 1720
 - (4) 1820
 - (5) 1920
- 3.4. Гражданин получил кредит в двух банках под 7% и 8% годовых соответственно. Общая сумма этих кредитов равна ста тысячам рублей. Через год он выплатил 7120 руб. платы по процентам. Какую сумму гражданин получил под 8%?
- (1) 12000
 - (2) 20000
 - (3) 35600
 - (4) 71200
 - (5) нельзя определить
- 3.5. Сумма вклада в банке увеличивается первого числа каждого месяца на одно и то же количество процентов по отношению к сумме на первое число предыдущего месяца. Первого марта сумма вклада составляла x рублей, первого октября — y рублей. Сколько рублей было на счете первого августа?
- (1) $x^{5/7} y^{2/7}$
 - (2) $x^{2/5} y^{5/7}$
 - (3) $x^{2/7} y^{5/7}$
 - (4) $x^{-2/7} y^{9/7}$
 - (5) $x^{-2/5} y^{7/5}$

3.6. Сумма вклада в банке увеличивалась первого числа каждого месяца на 8% по отношению к сумме на первое число предыдущего месяца, а цена тонны песка убывала на 10% ежемесячно. Строительная фирма, отсрочив покупку песка, 1 сентября положила в банк некоторую сумму денег. На сколько процентов больше (от первоначального объема закупок) смогла закупить строительная фирма, сняв 1 ноября того же года всю сумму, полученную из банка вместе с процентами, и направив ее на закупку песка. Выберите наиболее точный ответ:

- (1) 30
- (2) 45
- (3) 50
- (4) 40
- (5) 55

3.7. В банк положили 200 000 рублей под $p\%$ годовых. Через три года на счету оказалось 439 400 рублей. Выберите из указанных чисел наиболее близкое к точному значению p .

- (1) 34
- (2) 24
- (3) 19
- (4) 39
- (5) 29

3.8. В 2002 году объем добычи нефти на северном месторождении был в 12 раз больше, чем на южном. В течение двух последующих лет добыча нефти на северном месторождении ежегодно сокращалась на $p\%$ ежегодно, а добыча нефти на южном месторождении ежегодно возрастала на то же самое количество процентов ежегодно. В результате спустя два года объем добычи нефти на северном месторождении был всего в 2 раза больше, чем на южном. Укажите наиболее точное значение p :

- (1) 30
- (2) 45
- (3) 50
- (4) 40
- (5) 55

3.9. В 1984 на шахте Южная было добыто на 104 тысячи тонн угля больше, чем на шахте Северная. Затем добыча угля на шахте Южная снижалась на одно и то же количество тысяч тонн в год, а на шахте Северная увеличивалась на одно и то же количество тысяч тонн в год. В результате в 2002 году на шахте Южная было добыто на 40 тысяч тонн угля меньше, чем на шахте Северная. В каком году на шахтах Южная и Северная было добыто одинаковое количество угля?

- (1) 1993
- (2) 1994
- (3) 1995
- (4) 1996
- (5) 1997

3.10. Сумма вклада в банках A и B возрастает ежемесячно на один и тот же процент (свой для каждого банка) по отношению к предыдущему месяцу. Первого февраля 2000 года в каждый из банков положили некоторую сумму денег (свою для каждого банка). Первого июня сумма вклада в банке A превосходила сумму вклада в банке B в x раз, а первого октября сумма вклада в банке A превосходила сумму вклада в банке B в y раз. Во сколько раз сумма вклада в банке A превосходила сумму вклада в банке B первого ноября?

- (1) $x^{2/5} y^{3/5}$
- (2) $x^{2/3} y^{-5/3}$
- (3) $x^{-5/4} y^{1/4}$
- (4) $x^{5/3} y^{2/3}$
- (5) $x^{-3/5} y^{-2/5}$
- (6) $x^{-1/4} y^{5/4}$

3.11. На фабриках «Град» и «Вихрь» организовали производство новых приборов. В конце 2001 года они производили ежедневно одинаковое количество приборов. В 2002 году на фабрике «Град» объем производства рос на одно и то же количество приборов ежемесячно, а на фабрике «Вихрь» объем производства рос на одно и то же количество процентов ежемесячно (по отношению к предыдущему месяцу). В результате в конце 2002 года объемы производства были вновь одинаковы и превосходили объем годовой давности в 8 раз. На сколько процентов объем производства на фабрике «Град» превосходил объем производства на фабрике «Вихрь» к концу августа? Укажите наиболее точный ответ:

- (1) на 67%
- (2) на 42%
- (3) на 100%
- (4) на 33%
- (5) на 58%

3.12. На фабриках «Заря» и «Восход» организовали производство новых приборов. В конце 1998 года они производили ежедневно одинаковое количество приборов. В 1999 году на фабрике «Заря» объем производства рос на одно и то же количество приборов ежемесячно, а на фабрике «Восход» объем производства рос на одно и то же количество процентов ежемесячно (по отношению к предыдущему месяцу). В результате в конце 1999 года объемы производства были вновь одинаковы и превосходили объемы годовой давности в 27 раз. Во сколько раз объем производства на фабрике «Заря» превосходил объем производства на фабрике «Восход» к концу августа 1999 года? Укажите наиболее точный ответ:

- (1) объемы были примерно одинаковы
- (2) примерно в четыре раза
- (3) примерно в три раза
- (4) примерно в пять раз
- (5) примерно в два раза
- (6) примерно в шесть раз

3.13. Цена нефти росла с января по май включительно на один и тот же процент ежемесячно по отношению к предыдущему месяцу, а остаток года падала на один и тот же процент ежемесячно по отношению к предыдущему месяцу. За период с мая по сентябрь включительно цена нефти уменьшилась на 30%. За период с февраля по ноябрь включительно цена нефти уменьшились на 7%. На сколько процентов выросла цена нефти за период с марта по июль включительно? Укажите наиболее точный ответ.

- (1) 20%
- (2) 23%
- (3) 26%
- (4) 30%
- (5) 33%
- (6) 37%

3.14. Расходы на образование в Эконии в 1991 году составили 1458 млрд. экон, а на вооружение 288 млрд. экон. В каждом следующем году расходы на образование падали примерно на 6%, а на вооружение тратилось примерно на 41% больше (по сравнению с предшествующим годом). В каком году расходы на образование и вооружение были примерно равны?

- (1) 1993
- (2) 1994
- (3) 1995
- (4) 1996
- (5) 1997
- (6) 1998

3.15. Вклад в банке каждый месяц увеличивается на 2,5% по сравнению с предыдущим месяцем. Укажите выражение, наиболее точно оценивающее количество месяцев, за которое вклад вырастет в 2,25 раза.

- (1) 50 месяцев
- (2) $\sqrt[0,01]{1,5}$
- (3) $\frac{1}{\sqrt[1,02]{0,5}}$
- (4) $\log_{1,025} 2,25$
- (5) $(1,02)^{200}$
- (6) $\log_{2,25} 1,025$

3.16. Некоторую сумму разбили на части и положили в три разных банка, причем на каждые четыре рубля, вложенные в банк А приходится три рубля, вложенные в банк В, а на каждые два рубля, вложенные в В, приходится три рубля, вложенные в банк В. Процентная ставка в банке А составляет 12% годовых, в банке В — 15,5%. Средний процент со всей суммы вклада составил 13,5%. Какова была процентная ставка в банке В?

- (1) 12,5
- (2) 13,1
- (3) 13,5
- (4) 11,5
- (5) 12,1
- (6) 11,1

ГЛАВА 4. НОМИНАЛЬНЫЕ И РЕАЛЬНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ

Для сравнения экономических показателей во времени и пространстве экономисты часто прибегают к использованию номинальных и реальных величин. *Номинальная экономическая величина* — экономический показатель, выраженный в денежных единицах (в рублях, долларах и т.д.) без учета их покупательной способности (т.е. без учета количества товаров и услуг, которые можно приобрести на эту сумму денег). *Реальная экономическая величина* в какой-либо момент времени представляет собой номинальную экономическую величину, скорректированную на уровень цен.

Так, номинальная заработная плата представляет собой величину заработной платы в денежном выражении вне связи с существующими ценами на товары и услуги, тогда как реальная заработная плата определяется исходя из количества товаров и услуг, которые можно на нее купить, то есть учитывает существующий уровень цен.

Рассмотрим, к примеру, номинальные и реальные среднемесячные заработные платы жителей Ярославской области и Корякского автономного округа в первом полугодии 2004 года (см. табл. 7).

Таблица 7

	среднемесячная номинальная заработная плата одного работника, рублей	величина прожиточного минимума; в среднем на душу населения, рублей в месяц ²⁵	среднемесячная реальная заработная плата одного работника, рублей*
Россия	6410,7	2143	6410,7
Ярославская область	5933,8	1992	6383,6
Корякский автономный округ	11982,3	4809	5339,6

* номинальная заработная плата скорректированная на отношение величины прожиточного минимума в данном регионе к среднероссийскому.

Источник: данные Федеральной службы государственной статистики России (www.gks.ru).

Как видно из табл. 7, в первом полугодии 2004 года номинальная заработная плата жителя Корякского автономного округа была более чем в 2 раза выше, чем жителя Ярославской области. Однако поскольку стоимость жизни в Корякском автономном округе в 2,41 раза выше, чем в Ярославской области, то реальная заработная плата жителя Ярославской области почти на 20% выше реальной заработной платы жителя Корякского авт. округа.

Изменение реальной и номинальной величин во времени связаны между собой следующим соотношением:

²⁵ **Прожиточный минимум** — показатель минимального месячного уровня средств, необходимых для сохранения здоровья человека и обеспечения его жизнедеятельности. Величина прожиточного минимума характеризует минимально допустимые границы потребления важнейших материальных благ и услуг (продукты питания, предметы санитарии и гигиены, лекарства, жилищно-коммунальные услуги) в течение месяца, в Российской Федерации устанавливается органами исполнительной власти субъектов РФ.

$$\text{реальное изменение} = \frac{\text{номинальное изменение}}{\text{изменение уровня цен}},$$

где изменение уровня цен есть ни что иное, как темп инфляции.

В общем случае изменение уровня цен рассчитывается по формуле:

$$P_1 = \left(1 + \frac{\pi}{100}\right) \cdot P_0 \Rightarrow \frac{P_1}{P_0} = \left(1 + \frac{\pi}{100}\right),$$

где P_1 — новый уровень цен, P_0 — старый уровень цен, π — темп инфляции.

Так, если инфляция в стране в 2004 году составила 10%, то уровень цен в стране за год увеличится в 1,1 раза (на 10%).

Пример. Согласно Посланию Президента Федеральному собранию, в текущем году реальная заработная плата работников бюджетной сферы должна вырасти на 25%. Определите, на сколько процентов Правительство страны должно повысить номинальные оклады, чтобы выполнить установку Президента, если темп инфляции в стране ожидается на уровне 12%.

Решение:

Пусть номинальная заработная плата в начале года равнялась W_0^{nom} , в конце года — W_1^{nom} , а реальная заработная плата — W_0^{real}, W_1^{real} , соответственно. Тогда по условию задачи, имеем: $W_1^{real} = 1,25W_0^{real}$.

Учитывая, что инфляция, по оценкам, составит 12% (т.е. уровень цен вырастет в 1,12 раза), получим необходимую величину повышения номинальной заработной платы:

$$\frac{W_1^{real}}{W_0^{real}} = \frac{W_1^{nom} / W_0^{nom}}{\left(1 + \frac{\pi}{100}\right)} \Rightarrow \frac{W_1^{nom}}{W_0^{nom}} = \frac{W_1^{real}}{W_0^{real}} \left(1 + \frac{\pi}{100}\right) = 1,25 \cdot 1,12 = 1,4.$$

Ответ: Правительство должно повысить номинальные оклады работников бюджетной сферы на 40%.

Как видно из рассмотренного примера, если нам известны два уровня цен (к примеру, в начале и в конце года), то мы можем рассчитать темп инфляции за соответствующий период (к примеру, за год) по следующей формуле:

$$\pi = \frac{P_1 - P_0}{P_0} \cdot 100\%.$$

Пример. В 2004 году общий уровень цен в стране вырос с 1,2 до 1,5 (за единицу взят уровень цен 2000 года). Определите темп инфляции, наблюдавшийся в стране в 2004 году.

Решение:

Согласно условию задачи, имеем:

$$\pi = \frac{P_1 - P_0}{P_0} \cdot 100\% = \frac{1,5 - 1,2}{1,2} \cdot 100\% = 25\%.$$

Ответ: В текущем году темп инфляции в стране составил 25%.

Задачи для самостоятельного решения

- Средняя начисленная заработная плата в новых федеральных землях Германии (территория бывшей ГДР) составляет 2500 евро, в старых федеральных землях Германии (территория бывшей ФРГ) — 3200 евро. Определите, как соотносятся реальные заработные платы в новых и старых федеральных землях, если уровень цен в новых федеральных землях в среднем на 15% ниже, чем в старых.
- Определите, как изменился реальный доход семьи за год, если ее номинальный доход вырос в 1,4 раза при инфляции в 60%.
- Определите, как изменилась за год прибыль фирмы в реальном исчислении, если номинально она увеличилась на 80%, а уровень цен в стране вырос за рассматриваемый период вырос с 2,2 до 3,52.
- Определите уровень инфляции, если заработная плата в номинальном выражении увеличилась на 50%, тогда как в реальном — только на 25%.
- Согласно решению Правительства, в текущем году реальная заработная плата работников научной сферы должна вырасти на 30%. Определите, на сколько процентов Правительство должно повысить номинальные оклады работников научных организаций для достижения поставленных показателей роста благосостояния научных работников, если инфляции в стране ожидается на уровне 10%.
- Банк выдал предприятию ссуду в размере 10000 долларов под 40 процентов годовых. Определите ставку и величину выплаченных процентов в реальном исчислении, если инфляция за год составила 12%.
- Определите темп инфляции за первое полугодие, если известно, что уровень цен в стране на конец декабря предыдущего года был равен 1,80, а на конец июня — 2,07.
- Предположим, что у среднего студента МГУ им. М.В. Ломоносова в декабре 2004 года 50% расходов уходило на питание, 20% на другие потребительские товары и 30% на услуги. В январе 2005 года уровень цен на продовольствие вырос на 2%, на услуги — на 5%, на другие потребительские товары в связи с рождественскими распродажами снизился на 10%. Определите, как изменилась стоимость жизни и что произошло с реальными доходами среднего студента МГУ, если в связи с 250-летним юбилеем Московского Университета в январе всем студентам была выплачена двойная стипендия.
- Средняя стоимость одного литра дизельного топлива на автозаправках г. Хабаровска в июле – декабре 2005 года составила (на конец месяца): 12 рублей; 13,20 рублей; 14,52 рубля; 15,24 рубля; 17,4 рубля; 18,9 рублей. В каком месяце темп роста цен на дизельное топливо был наибольшим?
- Определите темп инфляции за год, если за первое полугодие уровень цен вырос в 2 раза, а во втором уровень инфляции составил 60%.

Тесты для самостоятельного решения

4.1. Как изменилась реальная зарплата инженера, если номинально она увеличилась на 44%, а инфляция составила 20%?

- (1) увеличилась на 73%
- (2) увеличилась на 24%
- (3) увеличилась на 64%
- (4) увеличилась на 20%
- (5) увеличилась на 18%

4.2. Если за год номинальный доход вырос в полтора раза при росте цен в два раза, то реальный доход за это время:

- (1) упал на 25%
- (2) упал на 50%
- (3) вырос на 50%
- (4) упал на 75%
- (5) вырос на 25%

4.3. На сколько процентов следует повысить за год зарплату учителя, чтобы к концу года ее реальная величина выросла на 20 % при годовой инфляции в 15%?

- (1) 30
- (2) 5
- (3) 35
- (4) 38
- (5) 41

4.4. Если за рассматриваемый период общий уровень цен в экономике вырос с 1,50 до 1,80, то в экономике наблюдалась инфляция на уровне:

- (1) 20%
- (2) 30%
- (3) 80%
- (4) 150%
- (5) 180%

4.5. При темпе инфляции 150% в год цены за год вырастут в:

- (1) 0,5 раза
- (2) 2,5 раза
- (3) 15 раз
- (4) 25 раз
- (5) 1,5 раза

4.6. Если в первом полугодии цены выросли на 20%, а во втором полугодии общий уровень цен увеличился еще в 1,5 раза, то за весь прошедший год:

- (1) инфляция составила 80%
- (2) общий уровень цен вырос в 3 раза
- (3) инфляция составила 70%
- (4) инфляция составила 100%
- (5) общий уровень цен вырос в 1,7 раза

4.7. За первый год реальный доход сократился на 25%. а в последующие три года вырос в 1,5 раза. Если номинальный доход за этот период вырос на 80%, тогда темп инфляции за все четыре года равен:

- (1) 30%
- (2) нулю
- (3) 60%
- (4) 105%
- (5) -10%

4.8. За четыре года уровень цен вырос в полтора раза, а в пятом году он сократился на 25%. Как изменился реальный доход за пять лет, если номинальный вырос на 12,5%?

- (1) не изменился
- (2) упал на 12,5%
- (3) вырос приблизительно на 10%
- (4) упал на 7,5%
- (5) вырос на 12,5%

4.9. Если за год номинальный доход предпринимателя вырос со 100 тысяч до 420 тысяч рублей, а уровень цен за этот же период удвоился, то реальный доход предпринимателя увеличился на:

- (1) 100%
- (2) 110%
- (3) 120%
- (4) 140%
- (5) 210%

4.10. Ссуду взяли под 175% годовых. Инфляция за год составила 150%. Значит через год произошло:

- (1) увеличение долга на 25% реальной стоимости взятой суммы:
- (2) увеличение долга на 10% реальной стоимости взятой суммы
- (3) увеличение долга на одну шестую часть реальной стоимости взятой суммы
- (4) уменьшение долга на 10% реальной стоимости взятой суммы
- (5) уменьшение долга на одну седьмую часть реальной стоимости взятой суммы

4.11. Задержка выплаты заработной платы на месяц при месячной инфляции в 20% означает:

- (1) потерю одной шестой реальной зарплаты
- (2) потерю одной пятой реальной зарплаты
- (3) потерю пяти шестых реальной зарплаты
- (4) потерю четырех пятых реальной зарплаты
- (5) отсутствие потерь

4.12. Инфляция на уровне 50% в месяц означает, что при задержке выплаты заработной платы на месяц инфляция «съедает»:

- (1) всю реальную покупательную способность заработной платы
- (2) половину реальной покупательной способности заработной платы
- (3) 2/3 реальной покупательной способности заработной платы
- (4) 1/3 реальной покупательной способности заработной платы
- (5) 2/5 реальной стоимости взятых займы денег

4.13. Годовые показатели программы социального обеспечения были рассчитаны, исходя из увеличения общего уровня цен в полтора раза. Какой максимальный темп инфляции можно допустить в четвертом квартале, не нарушая показатели программы, если известно, что инфляция в первом полугодии была на уровне 25%, а в третьем квартале на 10%? Выберите наиболее точный ответ.

- (1) 3%
- (2) 10%
- (3) 5%
- (4) 15%
- (5) 9%

4.14. Зарботок рабочего за прошедший год увеличился на 20%, а цены на продукты питания и непродовольственные товары снизились на 15%. На сколько процентов рабочий может теперь купить больше продуктов и непродовольственных товаров на свой зарботок, чем прежде (укажите наиболее точный вариант)?

- (1) 41
- (2) 33
- (3) 35
- (4) 38
- (5) 25

4.15. В 2004 году прибыль ООО «Рассвет» составила 200 тысяч рублей, в 2005 году компанией была получена прибыль в размере 250 тысяч рублей. Укажите, как изменилась чистая прибыль компании в реальном исчислении, если налог на прибыль составляет 20%, а темп прироста цен в 2005 составил 18% (укажите наиболее точный вариант):

- (1) увеличилась на 6%
- (2) снизилась на 5%
- (3) не изменилась
- (4) снизилась на 7%
- (5) увеличилась 8%

4.16. Предположим, что у среднего студента МГУ в ноябре 1993 г. 65% расходов ушло на питание, 20% на другие потребительские товары и 15% на услуги. За месяц уровень цен на продовольствие вырос на 40%, на другие потребительские товары в связи с новогодними распродажами снизился на 30%, а уровень цен на услуги возрос на 20%. В связи с произведенными по приказу ректора МГУ доплатами к стипендии номинальный доход среднего студента МГУ в декабре вырос на 60%. Как за месяц изменилась стоимость жизни и что произошло с реальными доходами студента? Укажите наиболее точный ответ.

- (1) стоимость жизни возросла на 10%, реальные доходы выросли на 46%
- (2) стоимость жизни возросла на 23%, реальные доходы выросли на 30%
- (3) стоимость жизни возросла на 30%, реальные доходы упали на 30%
- (4) стоимость жизни возросла на 30%, реальные доходы выросли на 30%
- (5) стоимость жизни возросла на 25%, реальные доходы упали на 23%
- (6) стоимость жизни возросла на 10%, реальные доходы упали на 50%

ОТВЕТЫ НА ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

К главе 1 «Основные принципы решения задач на проценты и доли»

1.1. (1) 3 рубля; (2) 85 евро; (3) 60,5 франков; (4) 12,6 долларов; (5) 4 марки.
 1.2. (1) 300 рублей; (2) 130 рублей; (3) 500 рублей; (4) 60 рублей; (5) 2600 рублей.
 1.3. (1) 71,3 тысячи рублей; (2) 127,1 млн. рублей; (3) 42 тысячи рублей; (4) 0,75 млн. рублей; (5) 562,5 тысячи рублей.
 1.4. (1) 400%; (2) 80%; (4) В 1,5 раза; (4) В 2 раза.
 1.5. На 56%. 1.6. На 62,5%. 1.7. Выросли на 20%.
 1.8. Снизилась на 9%. 1.9. Снизились на 50%. 1.10. Выросла на 25%. 1.11. 6 тысяч тонн. 1.12. 52%. 1.13. 10%. 1.14. 3,43 млн. рублей. 1.15. 24 станка. 1.16. На 19%.
 1.17. 16, 24, 40 и 48 млн. рублей. 1.18. 1 млн. рублей старшему брату, 437,5 тысяч среднему брату и 62,5 тысячи младшему брату. 1.19. 4 тысячи (7,7%) деталей первого вида, 8 тысяч (15,4%) деталей второго вида и 40 тысяч (76,9%) третьего вида.
 1.20. 80%. 1.21. 40%. 1.22. На 50%. 1.23. 50 тысяч рублей. 1.24. 600 тысяч рублей. 1.25. 200 тысяч рублей. 1.26. 10 т. сена. 1.27. 70 кг. 1.28. 20%. 1.29. На 25%.
 1.30. На 150%. 1.31. 247,5 евро. 1.32. На 400%. 1.33. На 20%. 1.34. На 155%.
 1.35. Компания «Сибирские самоцветы». 1.36. Компания «Уральские самоцветы». 1.37. От 16,2 до 16,8 рублей за литр. 1.38. 7,2%. 1.39. 810 тысяч купюр.
 1.40. 100 млн. долларов. 1.41. В два раза. 1.42. В пять раз. 1.43. В три раза. 1.44. 7/16. 1.45. 100%, 13 120 долларов. 1.46. На 25%. 1.47. 962,5 тысяч рублей.
 1.48. 6 мешков в первой и 15 мешков во второй. 1.49. 432, 360 и 288 тысяч рублей. 1.50. 25%, 62,5%, 10%.

К главе 2 «Средние величины в экономике»

2.1. 8,89 тысяч рублей. 2.2. 12590 евро. 2.3. 216 рублей. 2.4. 21,6 рублей.
 2.5. 9,1 тысяча рублей. 2.6. 2,5 трактора. 2.7. 10,5 долларов. 2.8. 69%. 2.9. 1/3.
 2.10. На 30%. 2.11. 9 тысяч рублей. 2.12. 6%. 2.13. 42 жительницы.
 2.14. 500 вкладчиков. 2.15. $\left(\frac{r - ap - (1-a) bq}{(1-a)(1-b)} \right) \cdot 100\%$. 2.16. Выросла на 90%.
 2.17. Не изменилась. 2.18. На 40%. 2.19. На 50%. 2.20. 10%. 2.21. 10,05%.
 2.22. 2,6 млн. рублей. 2.23. 13 000 пар. 2.23. 3700 рублей. 2.26. I — 525 тысяч рублей, II — 787,5 тысяч рублей. 2.26. 5400 рублей. 2.27. 5400 и 8100 рублей.
 2.28. I — 240 тонн, II — 160 тонн. 2.29. 10%. 2.30. Вырос на 25%. 2.31. На 25%.
 2.32. 50%. 2.33. 1,26%. 2.34. Примерно 12,25% ($\sqrt{1,26}$). 2.35. на 200%.

К главе 3 «Банковские проценты»

3.1. 100 тысяч рублей. 3.2. 600 тысяч рублей. 3.3. 15000 рублей. 3.4. 45000 рублей. 3.5. 6 лет. 3.6. 6%. 3.7. 155000 рублей. 3.8. 27%. 3.9. 4 года. 3.10. 8275 и 33275 рублей. 3.11. 50%. 3.12. 3 года. 3.13. В первом. (Во втором коэффициент наращивания составит 1,1225.) 3.14. 1200 евро. 3.15. 0,669. 3.16. $S_0^{3/5} S_5^{2/5}$. 3.17. 1/15. 3.18. Примерно на 33%. 3.19. 50%. 3.20. 5%. 3.21. 25%. 3.22. 1/15. 3.23. 4 года. 3.24. 210 рублей (Если x — добавляемая сумма, то $((((3900 \cdot 1,5 + x) \cdot 1,5 + x) \cdot 1,5 + x) \cdot 1,5 + x) \cdot 1,5 = 8,25 \cdot 3900$. Решив уравнение, получим $x = 210$).

3.25. 12 месяцев (Если вклад находился под действием каждой процентной ставки соответственно k, l, m, n месяцев, а сумма вклада составляла x ,

то $X \cdot \left(\frac{100+5}{100}\right)^k \cdot \left(\frac{100+11\frac{1}{9}}{100}\right)^l \cdot \left(\frac{100+7\frac{1}{7}}{100}\right)^m \cdot \left(\frac{100+12}{100}\right)^n = \left(\frac{100+180}{100}\right)X$, откуда можно

получить $\frac{3^k \cdot 7^l \cdot 2^l \cdot 5^l \cdot 3^m \cdot 5^m \cdot 7^m \cdot 2^{2m}}{2^{2k} \cdot 5^k \cdot 3^{2l} \cdot 2^m \cdot 7^m \cdot 5^{2m}} = \frac{7 \cdot 2}{5}$. Решение этого уравнения эквивалентно

решению системы уравнений $\begin{cases} k - 2l + m = 0 \\ k - m + n = 1 \\ -2k + l - m + 2n = 1 \\ -k + l + m - 2n = -1 \end{cases}$, откуда получим $k+l+m+n=12$.

3.26. 726 тысяч рублей. 3.27. На 72,8%. 3.28. 40%. 3.29. 20%. 3.30. 10%. 3.31. 20%. 3.32. 192 школьника. 3.33. 891 тысяч фунтов. 3.34. \$48 и 45500 акций. 3.35. 96%. 3.36. 6 лет. 3.37. 189 евро. 3.38. 750 и 125 тысяч у.е.; 1250 и 625 тысяч у.е. 3.39. $\log_{1,05} 2$. 3.40. 5760 рублей. 3.41. на 17%. 3.42. На 10%. 3.43. 20 месяцев. 3.44. 10%. 3.45. 90%. 3.46. 30%.

К главе 4 «Номинальные и реальные величины»

4.1. В старых федеральных землях на 8,8% выше. 4.2. Снизился на 12,5%. 4.3. Вырос на 12,5%. 4.4. 20%. 4.5. На 43%. 4.6. 25% и 2500 долларов. 4.7. 15%. 4.8. Стоимость жизни выросла на 0,5%, реальная стипендия — примерно на 99%. 4.9. В ноябре. 4.10. 220%.

ОТВЕТЫ НА ТЕСТЫ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

К главе 1 «Основные принципы решения задач на проценты и доли»

1.1	(4)	1.11	(3)	1.21	(3)	1.31	(2)
1.2	(4)	1.12	(4)	1.22	(1)	1.32	(5)
1.3	(1)	1.13	(2)	1.23	(2)	1.33	(3)
1.4	(3)	1.14	(5)	1.24	(2)	1.34	(4)
1.5	(5)	1.15	(3)	1.25	(4)	1.35	(4)
1.6	(2)	1.16	(1)	1.26	(2)	1.36	(4)
1.7	(1)	1.17	(3)	1.27	(3)	1.37	(3)
1.8	(2)	1.18	(1)	1.28	(1)	1.38	(5)
1.9	(2)	1.19	(5)	1.29	(5)	1.39	(3)
1.10	(2)	1.20	(4)	1.30	(5)	1.40	(3)

К главе 2 «Средние величины в экономике»

2.1	(3)	2.9	(5)	2.17	(1)	2.25	(3)
2.2	(5)	2.10	(3)	2.18	(1)	2.26	(2)
2.3	(4)	2.11	(3)	2.19	(3)	2.27	(2)
2.4	(1)	2.12	(1)	2.20	(5)	2.28	(6)
2.5	(2)	2.13	(5)	2.21	(3)	2.29	(5)
2.6	(2)	2.14	(4)	2.22	(2)	2.30	(1)
2.7	(4)	2.15	(4)	2.23	(2)	2.31	(2)
2.8	(5)	2.16	(2)	2.24	(4)		

К главе 3 «Банковские проценты»

3.1	(1)	3.5	(3)	3.9	(5)	3.13	(5)
3.2	(2)	3.6	(2)	3.10	(6)	3.14	(3)
3.3	(5)	3.7	(5)	3.11	(2)	3.15	(4)
3.4	(1)	3.8	(4)	3.12	(5)	3.16	(1)

К главе «Номинальные и реальные величины»

4.1	(4)	4.5	(2)	4.9	(2)	4.13	(5)
4.2	(1)	4.6	(1)	4.10	(2)	4.14	(1)
4.3	(4)	4.7	(3)	4.11	(1)	4.15	(1)
4.4	(1)	4.8	(1)	4.12	(4)	4.16	(2)

1. Абчук В.А. Экономико-математические методы: Элементарная математика и логика. Методы исследования операций. СПб: Союз, 1999.
2. Автономов В.С. Введение в экономику. М.: Вита-Пресс, 2003.
3. Алешковский И.А., Картаев Ф.С. Математика в экономике: экономико-математические задания вступительного экзамена по общественному: Методическое пособие для поступающих на экономический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова. М.: МАКС Пресс, 2006.
4. Алешковский И.А. Основы экономической теории. Методическое пособие. М.: ТЕИС, 2005.
5. Вигдорчик Е.А., Нежданова Т.М. Элементарная математика в экономике и бизнесе. М.: Вита-Пресс, 1995.
6. Ефимова М.Р., Петрова Е.В., Румянцев В.Н. Общая теория статистики: Учебник. М.: ИНФРА-М, 2001.
7. Задачи вступительных экзаменов по математике (2005 г.) / Под общей редакцией Е.А. Григорьевой. М.: Издательский отдел факультета Вычислительной математики и кибернетики МГУ им. М.В. Ломоносова, 2005.
8. Картаев Ф.С., Федорев А.В. Математика в экономике: Часть 2: Методические пособия по изучению темы «Проценты и индексы». М.: МАКС Пресс, 2002.
9. Лурье М.В. Задачи на составление уравнений. Техника решения. Учебное пособие. М.: Издательство УНЦ ДО, 2004.
10. Общеобразовательный тест: Пособие для поступающих. М.: Экономический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова, ТЕИС, 1997.
11. Общеобразовательный тест – 97 / Под ред. А.В. Кочергина. М.: Экономический факультет, 1998.
12. Основы экономической теории / Под ред. С.И. Иванова. Кн. 1, 2. М.: Вита-Пресс, 2002.
13. Сергеев И.Е. Задачи с ответами и решениями: Пособие для поступающих в вузы. М: КДУ, 2004.
14. Симонов А.С. Экономика на уроках математики. Библиотека журнала «Математика в школе». М.: Школа-Пресс, 1999.
15. Сборник математических задач по экономике. Ч. II. Кн. для учителей и учащихся 6–11 класса / Под общ. ред. И.Б. Соловьевой, А.В. Бударинной и др. М.: Центр инноваций в педагогике, 1997.
16. Райзберг Б.А., Лозовский Л.Ш., Стародубцева Е.Б. Современный экономический словарь. М.: ИНФРА-М, 1997.
17. Теория статистики / Под ред. Г.Л. Громыко. М. ИНФРА-М, 2005.
18. Тест по общественному. Варианты экзамена с 2000 по 2005 год / Под ред. А.Г. Худокормова. М.: Экономический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова, ТЕИС, 2005.

²⁶ Приведенный перечень литературы был использован для подготовки настоящего методического пособия. Учебники и учебные пособия, выделенные жирным шрифтом, полезны слушателям для подготовки к вступительному экзамену по общественному на экономический факультет Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	4
Введение. Основные виды экономико-статистических показателей.....	6
Глава 1. Основные принципы решения экономико-математических задач на проценты и доли.....	12
<i>Задачи для самостоятельного решения</i>	20
<i>Тесты для самостоятельного решения</i>	25
Глава 2. Средние величины в экономике	34
<i>Задачи для самостоятельного решения</i>	42
<i>Тесты для самостоятельного решения</i>	46
Глава 3. Банковские проценты	54
<i>Задачи для самостоятельного решения</i>	60
<i>Тесты для самостоятельного решения</i>	65
Глава 4. Номинальные и реальные величины	69
<i>Задачи для самостоятельного решения</i>	71
<i>Тесты для самостоятельного решения</i>	72
Ответы к задачам для самостоятельного решения.....	75
Ответы к тестам для самостоятельного решения	77
Рекомендуемая литература	78