

НАУКА И МУЗЫКА ©

Математические и физические аспекты теории музыки



ЛАБОРАТОРИЯ КОМПЬЮТЕРНОЙ МУЗЫКИ

Лаборатория компьютерной музыки создана в 2009 году при Институте компьютерных исследований, который занимается решением современных исследовательских задач в области нелинейных динамических систем, а также изданием как узкоспециальной, так и научно-популярной литературы.

Основная деятельность лаборатории направлена на изучение взаимосвязи музыки, математики и других естественных наук. За рубежом эта область успешно развивается на протяжении уже многих лет и к настоящему времени опубликован ряд фундаментальных трудов, посвященных приложению математических методов к описанию, анализу и созданию музыкальных композиций. Кроме того, выходит порядка десяти периодических изданий, что говорит об актуальности и востребованности этого относительно нового направления. Стоит отметить, что современный прогресс, который мы наблюдаем на Западе в области компьютерной музыки, в первую очередь, является результатом взаимодействия множества научных направлений, таких как: математика, физика, программирование и теория музыки. Таким образом, первоочередная цель лаборатории — привлечь внимание российской аудитории к обозначенной перспективной области.

Лаборатория компьютерной музыки оснащена современной студией звукозаписи, спроектированной с учетом всех требований по акустике, звуко- и шумоизоляции, а также самым передовым музыкальным оборудованием от ведущих производителей музыкальной индустрии. Здесь осуществляются аранжировка и обработка произведений как классиков, так и современных композиторов, создание фонограмм, сведение и мастеринг музыкального материала. Деятельность лаборатории компьютерной музыки находит свое отражение в многообразии публикуемых нотных сборников. Среди них можно отметить как редкие издания, так и современные обработки зарубежных и отечественных исполнителей. Особое внимание уделяется освещению передовых методик обучения виртуозной игре, ранее неизвестных российской музыкальной аудитории.



О серии:

В рамках новой серии «Наука и музыка» планируется выпускать в свет переводы наиболее интересных и актуальных изданий, посвященных изучению взаимосвязи музыки с математикой, физикой и другими естественными науками. За рубежом эта область успешно развивается на протяжении многих лет и к настоящему времени опубликован ряд фундаментальных и научно-популярных изданий, где представлено применение математических методов и информационных технологий при описании, анализе и создании музыкальных композиций. Надеемся, что серия привлечет внимание также российской аудитории к этой современной и бурно развивающейся области исследования, где с музыкальным искусством переплетается такое множество научных направлений.

Вышли в свет:

- *Дж. Джинс.* Наука и музыка

Математические и физические аспекты теории музыки

Под редакцией
А. В. Борисова и Е. В. Овчинникова



Москва ♦ Ижевск

2013

УДК 78.01+001
ББК 85.310+72
М34

Интернет-магазин

MATHESSIS

<http://shop.rcd.ru>

- физика
 - математика
 - биология
 - нефтегазовые технологии
-

Математические и физические аспекты теории музыки / Под ред. А. В. Борисова и Е. В. Овчинникова. — М.–Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2013. — 432 с.

Математика — признанная царица наук — вовлечена практически во все исследования, известные человечеству. Ее применение будет обязательным повсюду, где требуется установить взаимосвязь между пространством, временем и мыслью. Не стала исключением из этого правила и музыка, представляющая собой вполне строгую шкалу высотных отношений, но в то же время обладающая чем-то неуловимым и недостижимым для строгой абстрактной логики.

Как и явления природы, музыка — результат взаимодействия принципов физики и математики, поэтому с незапамятных времен эти науки идут «рука об руку» и подчас связаны друг с другом совершенно удивительным образом. В этом Вы убедитесь, прочитав данный сборник: здесь представлены наиболее интересные работы и статьи зарубежных ученых, посвященные исследованию взаимосвязей между музыкой и математикой. Книга написана на доступном языке и адресована широкому кругу читателей.

ISBN 978-5-4344-0132-6

ББК 85.310+72

© Институт компьютерных исследований, 2013

<http://shop.rcd.ru>
<http://ics.org.ru>

Оглавление

1. Л. Харклроуд. Математика в основе музыки	7
1. Математика и музыка, дуэт	8
2. Высота звука: основа музыки	10
3. Настройка	24
4. Как изменить тему, используя математику	35
5. Колокола и группы	54
6. Музыка, созданная на основе фактора случайности	67
7. Модель, модель, модель	85
8. Взгляд встречается со звуком	94
9. Как не смешивать математику с музыкой	105
2. Б. Пажши. Гармония пифагорейцев	119
1. Организация звуков	119
2. 1, 2, 3 и все!	121
3. В. Декевовилье. Был ли Бах математиком?	123
1. Ученая музыка	124
2. Зашифрованные символы	125
3. Пропорции	127
4. Другой метод	128
4. Э. Бюссе. Симметрия и композиция	131
1. От симметрии слов	131
2. ... К симметрии нот	132
5. Х. Рёдерер. Введение в физику и психофизику музыки	137
1. Наука о музыке и музыка науки. Мультидисциплинарный подход	137
2. Звуковые колебания, чистые тона и восприятие высоты звука	162
3. Звуковые волны, акустическая энергия и восприятие громкости	225
4. Генерация музыкальных звуков и сложных тонов. Восприя- тие тембра	268

5. Суперпозиция, последовательности сложных тонов и целостное восприятие музыки	331
Приложения	371
А. Некоторые количественные аспекты механизма действия смычка	371
В. Некоторые количественные аспекты моделей центрального процессора высоты тона	374
6. Г. Нирхаус. Хаос и самоподобие	401
1. Теория хаоса	402
2. Странные аттракторы	403
3. Фракталы	404
4. Системы Линденмайера	407
5. Хаос и самоподобие в алгоритмической композиции	414
6. Системы Линденмайера в алгоритмической композиции	418
7. Синописис	425

Математика в основе музыки¹

Л. Харклроуд

Веками люди изучали связи между математикой и музыкой. Но когда я начал писать эту книгу, то понял, как мало книг посвящено комплексному исследованию ряда указанных связей. Можно было найти монографии по тому или другому конкретному вопросу, а также множество журнальных статей. Однако было трудно обнаружить достойный уважения источник, в котором были бы воедино собраны самые важные темы, представленные в общих чертах широкой публике. К счастью, с недавних пор ситуация начала меняться. Надеюсь, что эта работа поможет конструктивным изменениям. В первом разделе дается обзор содержимого последующих разделов. Здесь я лишь отмечу, что пытался соединить стандартные ключевые темы с менее известными. В частности, на первое место я выдвинул недавнюю работу о математике и музыке, которая может показаться новой даже для страстных любителей данной темы.

Потенциальный круг читателей любой междисциплинарной книги, подобной этой, охватывает широкое разнообразие профилей. Соответственно, целью моей было предполагать наименьшее из возможного количество вашего опыта как в математике, так и в музыке. Данная работа частично возникла из моих лекций в рамках курса, причем предварительных условий для его прослушивания не было. По этой причине его приходили слушать студенты, начиная со старшекурсников математического отделения, которые получили музыкальное образование, и заканчивая теми студентами,

¹Harkleroad L. *The Math Behind the Music*. Cambridge University Press, 2006. Перевод с английского Е. И. Фукаловой.

которые лишь пробовали свои силы в математике и совсем не могли играть на музыкальном инструменте или читать ноты. В работе я не начинаю с нуля, как я делал на курсе, но я писал ее, подразумевая, что она будет интересна достаточно широкой читательской аудитории. С другой стороны, те, кто уже знаком с математикой и/или музыкой, должны тоже найти для себя немало новой информации. Несмотря на то, что работа напечатана университетским издательством, я писал ее не как учебник. Но тот, кто намерен взяться за преподавание курса по математике и музыке, доставляющее огромное удовольствие, конечно, мог бы использовать данную книгу в дополнение к самому курсу.

1. Математика и музыка, дуэт

Когда я говорю знакомым о своей работе над книгой на тему математики и музыки, то чаще всего слышу два ответа:

«Да уж, действительно много общего...»,

«Бог ты мой! Что же у них общего?»

В математике и музыке действительно много общего. В основе той и другой лежат абстрактные модели, формирующие приемы. Чтобы выразить данные модели, каждая область разработала собственный символический язык, который используется во всем мире, независимо от стран и национальностей. Эти две области, хотя и по-разному, соединили интеллектуальное и эстетическое, и результат оказался прекрасным. Увы, но немусыканты часто остаются в неведении относительно богатого интеллектуального содержания музыки, а нематематики, в равной мере, не знают о богатой эстетической стороне математики. Это является причиной многих скептических реакций, пример которых я привел ранее. Другой взгляд на такое восприятие математики и музыки предлагает анекдот Рэймонда Смаллиана. В своей книге «5000 лет до Рождества Христова» Смаллиан рассказал об ученом-математике, который услышал, как люди говорят о связях между математикой и музыкой. Сначала математик выглядел сильно озадаченным, а затем выпалил: «Но я не вижу никакой связи, ведь математика — это так прекрасно!» Несмотря на такие апокрифические истории, математика и музыка притягивают людей, которые ими занимаются, похожими способами. Математик XIX века Дж. Дж. Сильвестр сказал следующее: «Разве нельзя описать Музыку как Математику чувства, а Математику как Музыку рассудка? Душа у них одна!»

Но помимо неопределенностей общих качеств эти две области имеют много конкретных, прямых связей. На протяжении многих лет люди использовали математику для описания, анализа и создания музыки.

1.1. Изложение работы в доброй старой краткой форме

Одна из наиболее очевидных связей между двумя областями — через посредство физики. Звуковая сторона музыки хорошо поддается математическому анализу. В разделе 2 рассказывается об основных математических связях, которые лежат в основе музыкального тона, тембра и обертонов. В частности, я исследовал, почему одни ноты хорошо гармонируют с другими. Попытки объединить такие приятные для слуха гармонии привели к созданию разных схем настройки музыкальной шкалы. В разделе 3 сравниваются некоторые из упомянутых схем настройки.

Данные соображения по поводу акустики имеют дело с сырым материалом музыки. В изобразительных искусствах темой параллельного исследования была бы физика света и цвета. Что касается изобразительных искусств, в отношении них математика также осуществляет композиционный подход. Подумайте о теории рисунка, сделанного по законам перспективы, или работах М. К. Эшера. Такую же роль математика играет и в сочинении музыки. Порой композиторы явно использовали математические методы в своих сочинениях. Иногда они выстраивали структуры, которые, хотя и предназначались для чисто музыкального применения, можно было с пользой описать математическими терминами. Присутствие математики здесь, возможно, не такое явное, как геометрия в живописи, но столь же необходимое.

Четвертый и пятый разделы рассматривают математическую область теории групп, хотя и по-разному. Четвертый раздел исследует теорию групп в основе некоторых стандартных профессиональных приемов композитора, таких как транспозиция мелодии или проигрывание ее в обратном порядке. В пятом разделе я сосредоточился на старой английской традиции переменного трезвона на колоколах. Звонари, в действительности, использовали многие из идей теории групп в данном конкретном контексте еще задолго до того, как математики раскрыли эту тему. В следующем разделе фокус перемещается на факторы случайности и вероятности, используемые разными композиторами. Начиная с музыкальной игры в кости во времена Моцарта и заканчивая недавними компьютерными работами, музыканты были заинтригованы художественными возможностями, которые открывает случай. В разделе 7 исследуются некоторые структурные качества музыки. В частности, я рассматриваю вопрос о том, как одни и те же модели могут возникать на разных уровнях в рамках одного произведения. Ранее я сравнивал музыку с изобразительными искусствами. Конечно же, эти две области иногда взаимодействуют, и математика может помочь их соединению. В разделе 8 детально рассматриваются разные математические стратегии

для выстраивания музыки из картин. Мы также коснемся танцевального искусства, где вновь на сцене появляется теория групп.

Когда выявлены все указанные зоны перекрытия между математикой и музыкой, легко увлечься и начать видеть связи там, где их, возможно, и нет. Опасность увеличивается, когда математический анализ навязывается музыкальному произведению постфактум. Последний раздел содержит истории, предупреждающие о возможности сомнительных попыток смешивания двух указанных областей.

Математика и музыка прошли вместе долгий путь. В западной традиции их сотрудничество прослеживается на протяжении по меньшей мере 2 500 лет, когда пифагорейцы изучали связи математики и музыки. В семь свободных наук, изучавшихся в Средние века, входил квадривиум² — путь к знанию, и тривиум³ — путь к красноречию. Как я предположил в начале, многие люди в наши дни связывают природу музыки с путем к красноречию в большей степени, чем с путем к знанию. Но для средневековых ученых музыка гораздо больше вписывалась в квадривиум. Какие же науки изучались вместе с ней? Арифметика, геометрия и астрономия. Взаимосвязь между математикой и музыкой по-прежнему существует и в наши дни. И действительно, в последние годы мы стали свидетелями быстрого увеличения количества заседаний на конференциях и даже конференций, посвященных вопросу связей, соединяющих математику и музыку. Надеюсь, что данная книга даст возможность по меньшей мере ощутить вкус тех прекрасных результатов, которые получаются при слиянии усилий математики и музыки.

2. Высота звука: основа музыки

Что делает ноту нотой? Несомненно, в музыке часто встречаются звуки, которые не являются нотами с присущей им индивидуальной высотой тона. Начиная с малых барабанов марширующего духового оркестра и заканчивая кастаньетами фламенко и звуком пушек в увертюре к симфонии «1812 год» Чайковского, музыка может использовать звуки с незадаанным тоном, т. е. не настроенные на определенную высоту. Но обычно, когда мы думаем о музыке, мы думаем о звуках, настроенных на разную высоту; одни из них звучат выше, другие — ниже. Однако мелодия и гармония зависят именно от таких настроенных звуков. Чем они в действительности

² Арифметика, астрономия, геометрия и музыка — вторая ступень в изучении семи свободных искусств в средневековых университетах. — *Прим. перев.*

³ Грамматика, риторика, логика — первая ступень в изучении семи свободных искусств в средневековых университетах. — *Прим. перев.*

отличаются от других звуков? Разгадка лежит в повторении — очень быстром повторении.

2.1. Оконные сетки и свистки

Звуки, которые мы слышим, с заданным тоном или без него, возникают в результате изменений в атмосферном давлении. Например, график на рис. 1 показывает так называемый «белый шум», который звучит в ненастроенном телевизоре. Если быть более точным, то на графике представлен вид изменений в атмосферном давлении, который мы бы услышали при просмотре той разновидности телевизионных помех, которые называются «снегом». Чтобы прочитать график на рис. 1 слева направо, потребуется некоторое количество времени. На протяжении данного отрезка времени атмосферное давление, представленное на вертикальной шкале, изменяется. Чем больше изменения, тем громче звук. Фактически человек способен реагировать на звуки, которые возникают в результате крохотного — величиной всего лишь 0,00000002 % — отклонения от основной линии давления!

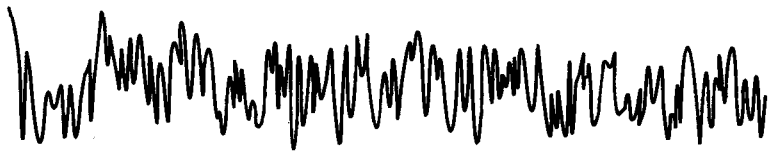


Рис. 1

Теперь сравните данный график с графиком на рис. 2, который показывает звучание кларнета. Разница очевидна. С одной стороны, колебания, представленные на графике «белого шума», не показывают никакой определенной модели. С другой стороны, график звучания кларнета демонстрирует четкую модель, которая повторяется вновь и вновь. Такая регулярность и придает звуку конкретный тон, превращая его в звучащую ноту. В рассматриваемом нами случае повторяющаяся модель звучания длится примерно в течение $1/750$ доли секунды, значит, в секунду она повторяется 750 раз. Обычно говорят, что она повторяется со скоростью 750 герц, вкратце это записывается так: 750 Гц.

В общем, скорость, с которой повторяется характер барического поля, обычно называемая *частотой*, определяет, насколько высоким или низким будет соответствующий тон. Так называемая средняя «до» (C)⁴, нота

⁴Ноты принято обозначать латинскими буквами, здесь и далее в скобках даны латинские названия нот. — *Прим. перев.*

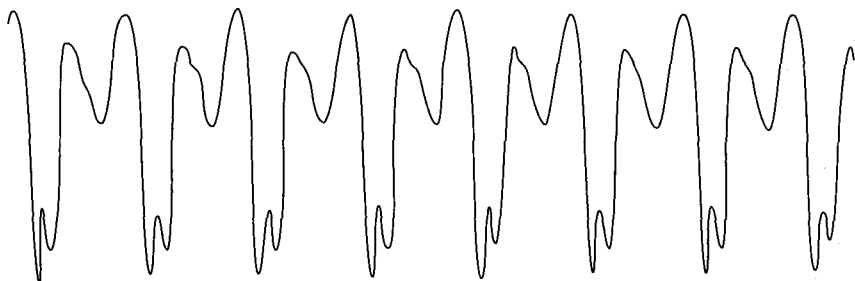


Рис. 2

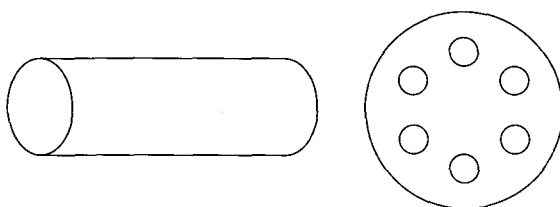
со средним тоном, соответствует частоте примерно 262 Гц. При возрастании частоты, т. е. при увеличении скорости повтора, тон становится выше (но см. вставку 1).

Вставка 1. Для упрощения в буду считая, что выдает звуковая форма заданной частоты деформированной синусоиды. Истинное же состояние вещей является более сложным. По определению, высота звука есть субъективная оценка, зависящая как от частоты звуковых волн, так и от их амплитуды, длительности, тембра и т. д. Например, если изменится громкость звуков, некоторые люди могут чувствовать и изменение в высоте звука, даже в том случае, если частота остается неизменной. Таким же образом представляется собой процесс. Граница факторы — от субъективных различий и до индивидуальных различий зрения — являются не объективные черты, но все же считается, что определенные частоты объективно выдают действительную определенную высоту.

Вы можете наблюдать данный феномен, если проведете ногтем по оконной противомоскитной сетке. Движение ногтя по сетке вызывает достаточно регулярно повторяемую модель вибрации в окружающей воздушной среде. Это приводит к возникновению некоего тона. В силу неравномерности движения получившийся звук будет не очень-то музыкальным, но когда вы поскребете по сетке быстрее, «тон» звука повысится. Вы можете достичь такого же (и менее раздражающего!) эффекта, используя расческу или молнию.

Чтобы получить более мелодичный звук, купите в игрушечном магазине свисток-сирену (рис. 3). Если в него подуть, пластинка вертушки начинает вращаться. На пластинке вертушки, как и на неподвижной пластинке,

расположенной за ней, есть отверстия. Воздух будет выходить через задний конец свистка тогда, когда отверстия на пластинке вертушки будут совмещаться с отверстиями на неподвижной пластинке. Следовательно, если подуть в свисток, то воздух из него будет выходить периодически, создавая таким образом тон. Чем сильнее вы будете дуть в свисток, тем быстрее будет крутиться пластинка вертушки и тем чаще будет выходить воздух. Следовательно, тон будет повышаться. Так, можно управлять потоком воздуха на выходе из свистка-сирены и проигрывать на нем мелодии, просто настраивая силу дуновения.



Вид сбоку

Вид с торца

Рис. 3

Вставка 2. Гудок детской сирены является наиболее простым способом быстрой по размеру сирены, которая выводится при помощи ручного управления. (Конечно, современная автомобильная сигнализация выдает звуки сирены с помощью электронного управления.) Словами «сирены» называют инфантильные звуки колоф, которые принадлежат морским животным и птицам. Сейчас можно сделать в качестве звука инструментальная сирена, но определение «сирены» точно не вписывается в определение данного звука. Сирены волею, это название было дано в силу способности инструмента издавать звуки под водой. Некоторые известные композиторы XX столетия — например в качестве примера Сакс, Хиндмитц, Варез — кроме их времени использовали звук сирены в своих произведениях. Изначально его в Петер Шикелс в своей архаичной музыке, той, которую он считал под названием «P. D. Q. Бах», сирены он превращает в трюны и вальсы.

⁵Петер Шикелс — известный американский композитор, музыкальный редактор и пародист. Его альбомы выходят как под его настоящим именем, так и под псевдонимом, под которым он пишет пародийную музыку. «P.D.Q.» — это пародия на имена из трех частей, которые давали некоторым членам семьи Баха, например, Карл Филипп Эмануэль Бах. Псевдоним

2.2. Одинаковое различие

Сейчас можете попробовать другой эксперимент. Для проведения данного эксперимента вообще не требуется никакого оборудования. Необходимо лишь пригласить друзей, которые будут готовы вам помочь. Возьмите голосом какую-нибудь ноту и попросите друзей пропеть эту ноту вместе с вами. Возможно, они не сразу решатся это сделать. Это зависит от того, насколько они стесняются петь публично. Но, по крайней мере, когда я проводил данный эксперимент, никто в группе не подал вида, что испытывает смущение по поводу пропевания одной и той же ноты. Каждый настраивал свое звучание, пока группа не начала петь более или менее в унисон. Во всем этом есть лишь одно препятствие. До тех пор, пока голоса участников не начнут звучать примерно в одном диапазоне, каждый издает тон разной высоты. В частности, как правило, несколько женщин берут более высокий тон, несколько мужчин — более низкий и несколько человек из тех и других возьмут пару средних по высоте нот. И нам не нужно прикладывать усилия, чтобы понять, что эти разные частоты каким-то образом дают в результате одну ноту. Это происходит не просто как артефакт влияния культурной среды. По всему миру, во многих культурах есть понятие пения в унисон, которое как-то выравнивает разные по высоте звуки — создает тот самый тон, который мы задаем.

В конце данного раздела мы поймем некоторые причины, по которым мы реагируем на ту или иную высоту звука таким образом. На данный момент нам важно отметить лишь тот факт, что такие связанные звуки с определенной высотой обладают частотами, которые численно связаны очень простым образом. *Удваивание частоты ноты ведет к возникновению более высокой ноты, которую мы, тем не менее, воспринимаем как, в некотором смысле, ту же, что и исходная нота.* Обращаясь к музыкальной терминологии, нота с удвоенной частотой звучит на октаву выше. Продвигаясь далее, еще октавой выше, мы получаем третью ноту из данной «семьи», частота которой в четыре раза превышает частоту исходного звука. Подобным же образом, спускаясь по октавам вниз — каждый раз уменьшая частоту звука наполовину, — мы найдем ноты данной семьи с более низким звучанием, или, как иногда говорят, *классом тона*.

Вы можете легко узнать ноты одного класса тона на клавиатуре фортепьяно (рис. 4). Черные и белые клавиши располагаются на клавиатуре определенным образом, образуя повторяющуюся модель из 12 клавиш. Ноты, которые принадлежат к одному и тому же классу тона, как те, что по-

Шикеле расшифровывается как «pretty damn quick», что в переводе означает «чертовски энергичный». — Прим. перев.

Вставка 3. Располагать или рассматривать объекты разные, но все же родственные вещи, например ноты, различные отделения, валюты, модели, типичный чертёж математической мысли. В раннем возрасте мы узнаём, что определённый вид существа, вещь и очень различна по размеру, форме и цвету, может быть, принадлежать животному и т. п., и мы классифицируем их как собак и тех же животных, а именно собак. Подобного рода рассуждения часто происходят в математике. В школьном курсе геометрии примером является конгруэнтность треугольников. Треугольники, так или иначе, считаются равными, даже если они по-разному располагаются и по-разному построены, пока они обладают одинаковыми размерами и одной формой. Знак «≅», который используется для обозначения конгруэнтности, является знаком по сравнению со знаком равенства, что допускает название подобия. Более простой пример, кстати, в том же роде, что и подобие классов звука, это различия между нечётными и чётными. И каждый раз, когда набор математических объектов подразделяется на группы объектов, вытекает мысль, каждая такая группа называется классом эквивалентности. Объекты в одном и том же классе эквивалентности называются эквивалентными, и часто знак, подобный «≅», указывает на эквивалентные отношения между данными объектами.

казаны на рисунке, располагаются в повторяющейся модели одинаковым образом и отстоят друг от друга на 12 клавиш, 24 клавиши, 36 клавиш и т. д. На рис. 4 каждая отмеченная нота называется «ля» (A) (ноты одного класса тона называются одинаково). Самая нижняя нота «ля» соответствует частоте 27,5, удвоенной семь раз, т. е. $27,5 \times 2^7 = 3\,520$ Гц. Для сравнения, люди обычно слышат звуки от 20 до 20 000 Гц.



Рис. 4

2.3. Квинта Пифагора

Древние греки, а именно пифагорейцы, открыли тот факт, что образование октав связано с удвоением и уменьшением в два раза. Однако данную связь греки выражали не в частотах, а в длине струн в струнных инструментах. Инструменталисты, такие как те, что играли на лирах и подобных им инструментах, обладали издревле известными приемами для извлечения звуков разной высоты. Пифагорейцы провели измерения. Скажем, струна вашего инструмента закреплена неподвижно с обоих концов. Если струну

ущипнуть, возникнет звук определенной высоты. А теперь зафиксируйте середину струны и ущипните половину струны, в результате вы получите звук на октаву выше.

Интересный факт: прошло более 2 000 лет, прежде чем люди поняли, каким образом здесь задействована частота. Французский математик и теолог Марен Мерсенн (1588–1648) понял, что загадка высоты тона лежит в частоте, и в 1636 году он опубликовал уравнение, которое показало, как частота вибраций струны зависит от длины струны. (Кроме того, влияние оказывается и со стороны других факторов. Каждый, кто когда-либо играл на струнном инструменте, знает, что, конечно же, натяжение струны также влияет на высоту тона!) Примерно в это же время Галилей (1564–1642), независимо от Мерсенна, сделал то же открытие.

Пифагорейцы разгадали не только то, почему октавы звучат так похоже, но и сделали подобные же открытия в отношении других пар нот, родственных в музыкальном смысле. Возьмите, например, две ноты, на которые поется слово «twinkle» в песенке «Twinkle, twinkle, Little Star». Две указанные ноты хорошо звучат не только в последовательности, но и гармонично сочетаются, взятые вместе. В отличие от нот, которые располагаются на расстоянии октавы, мы не распознаем их как в некотором роде тождественные друг другу. Но они явно связаны. Мы характеризуем эти две ноты как расположенные в *квинте*⁶ друг от друга, и интервал «квинта» в музыке по важности оказывается на втором месте, уступая лишь октаве. На клавиатуре фортепьяно квинта соответствует, приблизительно, расстоянию в семь клавиш (рис. 5). Интервал между последовательными клавишами фортепьяно составляет один *полутон*, так что шаг квинты составляет примерно семь полутонов.

В связи со всем вышесказанным возникает несколько вопросов.

Во-первых, почему интервал называется квинтой? Потому что нота, которая идет пятой при движении по клавиатуре вверх, считая с первой ноты, это пятая нота основной гаммы, которая базируется на данной первой ноте. Например, основная гамма, основанная на ноте (C) («до»), состоит из белых клавиш фортепьяно, и на рис. 5 нота (G) («соль») является пятой белой клавишей, считая с ноты «до».

Во-вторых, почему я добавил слово «примерно», утверждая, что квинта соответствует семи полутонам. Причина такова, что сама по себе требует целого рассказа. В следующем разделе мы полностью исследуем данный вопрос.

⁶ Для названия интервалов в русском языке используются порядковые числительные латинского языка. В английском языке названия созвучны английским порядковым числительным, т. е. «квинта» звучит как числительное «пятой». — *Прим. перев.*

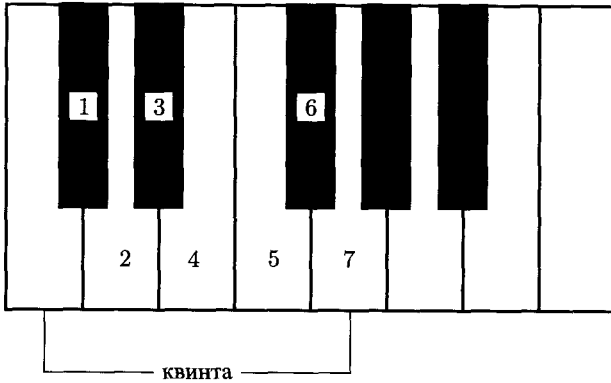


Рис. 5

И, наконец, в-третьих, образуется ли данный интервал посредством простого преобразования частоты, как октава? Да, это так. Пифагорейцы, как упоминалось ранее, говорили не о частотах, а о длине струн. Но фактически они обнаружили, что умножение частоты ноты на $3/2$ повышает ее на квинту.

Другой важный интервал, *кварта*⁷, является дополнением к квинте. Начните движение вверх, например, с ноты «до» (C), постройте квинту и вы попадете на ноту «соль» (G), а затем поднимитесь до следующей «до» (C) (рис. 6). (Такой фрагмент, сыгранный на трубе, является началом *Also Sprach Zarathustra* Рихарда Штрауса, послужившим фоном для начальной сцены фильма «2001: A Space Odyssey».) Интервал от (G) («соль») до верхней (C) («до») и составляет кварту. Возвращаясь к рис. 6, мы видим, что данный интервал соответствует соотношению частот $\frac{2f}{3f} = 4/3$. Другими словами, умножение частоты ноты на $4/3$ повышает ее на кварту. Рис. 6 также показывает, что кварта (тоже с уточнением «примерно») соответствует отрезку в пять полутонов. Следовательно, интервалы на рис. 7 тоже образуют кварты.

На следующих страницах мы будем говорить о двух других интервалах. В начале песни *When the Saints Go Marching In* мелодия на словах «Oh, when» и на словах «go mar-» выполняет скачок на *большую терцию* с частотным коэффициентом $5/4$. Для удобства я буду называть данный интервал просто *терцией*. Подобным же образом первые две ноты песни

⁷В английском языке «четвертый». — Прим. перев.

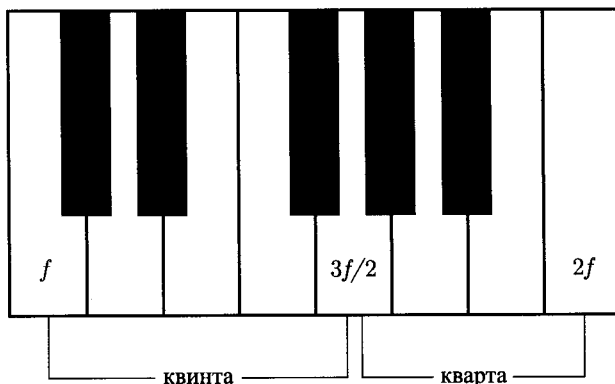


Рис. 6

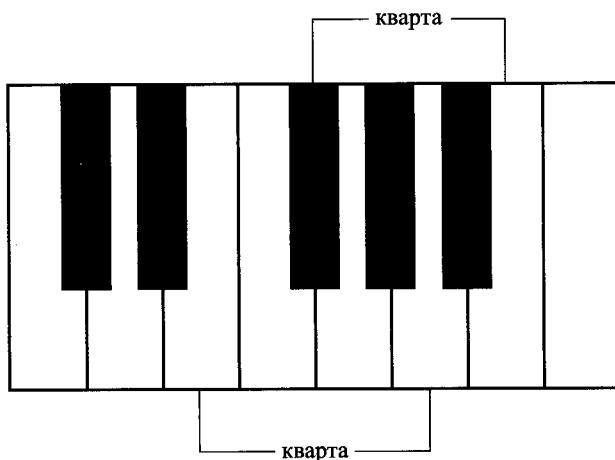


Рис. 7

My Bonnie Lies Over The Ocean образуют большую сексту (и снова — просто сексту, для краткости) с частотным коэффициентом $5/3$. Как показано на рис. 8, терция и секста составляют четыре и девять полутонов соответственно.

2.4. Синусоида — определяющий фактор

Когда мы говорим об октавах, то имеем дело с явлением звуков разной высоты, которые каким-то образом звучат тождественно друг другу. Теперь

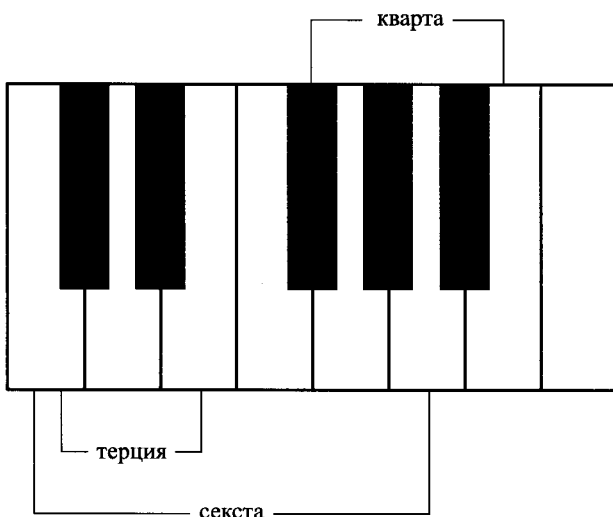


Рис. 8

давайте рассмотрим, как ноты одной и той же высоты могут звучать по-разному. Рассмотрение такого противоположного утверждения, помимо того, что уже само по себе является ценным, удивительным образом объясняет, почему мы реагируем на звучание октавы и других интервалов таким образом.

Очевидным способом изменить тон, сохраняя высоты звука, является изменение громкости его звучания. Как говорилось ранее, громкость находится в определенном отношении с величиной изменений в атмосферном давлении. Исходя из представленного на рис. 9 графика атмосферного давления относительно времени, вы увеличиваете громкость звучания ноты, растягивая ее по вертикали.

Но это не единственный способ изменить тон. Две ноты одной высоты и одинаковой громкости могут, тем не менее, звучать по-разному, если проигрываются на разных инструментах. На рис. 10 изображены графики звучания флейты и гитары. Помимо любых размышлений на тему высоты тона и его громкости, два указанных графика явно отличаются по своей форме. И вновь, когда модель давления повторяется на определенной частоте, вы получаете ноту определенной высоты тона. Природа повторяющейся модели сама определяет тональный характер ноты (в музыкальной терминологии — *тембр*), создавая различие между звучанием флейты и гитары или гитары и валторны.

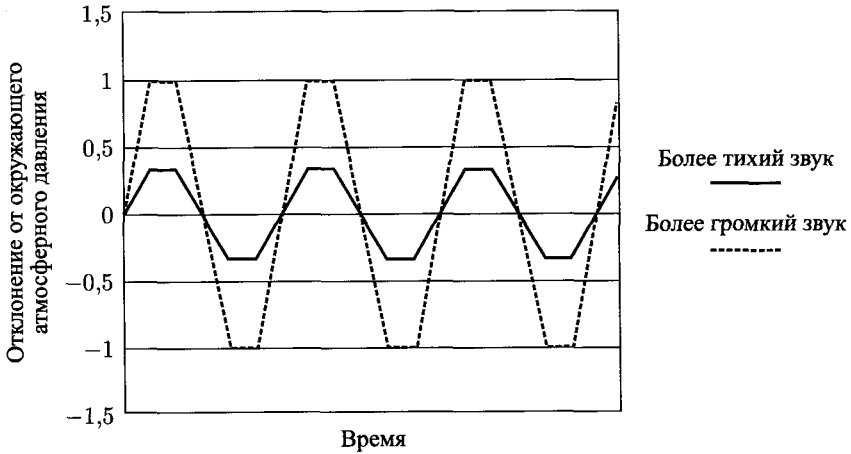


Рис. 9

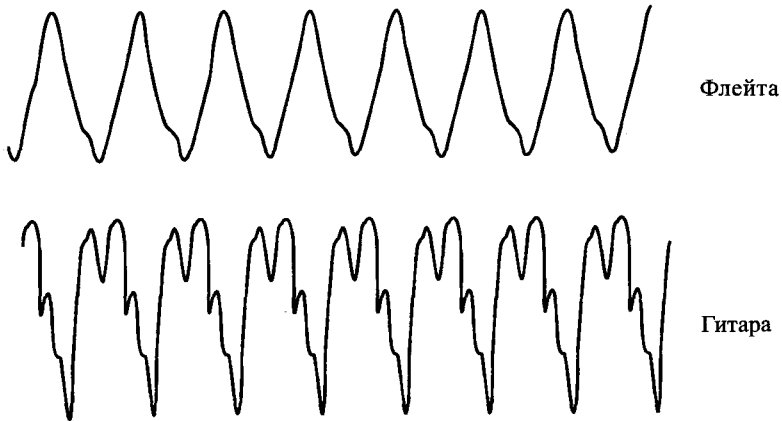
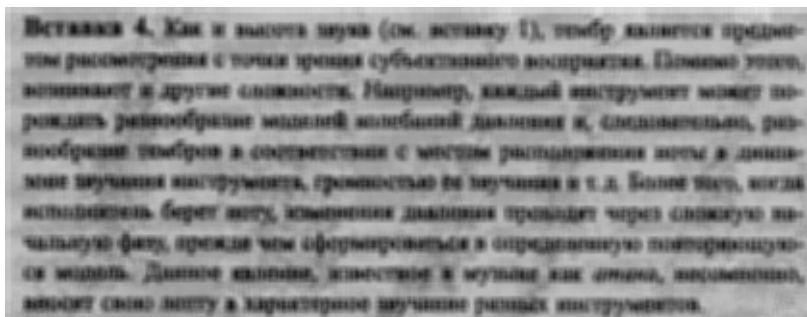


Рис. 10

На первый взгляд, бесконечное разнообразие разных форм не позволяет проанализировать тембр. К счастью, на помощь приходит некая структура. Каждый тон можно получить путем комбинации простых строительных блоков, отдельный блок называется *чистым тоном*. Что я имею в виду, говоря «комбинировать»? С точки зрения музыки это просто означает играть такие тоны одновременно. Если выразить это на графике атмосфер-

ного давления, то на каждый момент времени вы устанавливаете вместе соответствующие отклонения от основного давления. На рис. 11 показано, как слияние двух таких графиков создает в результате более сложный график — и, следовательно, новый тембр.



Графики на рис. 11, *а, б* обладают свойствами формы чистых тонов. Графики подобной формы называются *синусоидами*. В тригонометрии, на страницах которой большинство людей впервые встречаются с синусоидами, они появляются в качестве соотношений длин сторон правильных треугольников. Нематематик может поинтересоваться, почему в данном контексте вдруг появились синусоиды. Дело в том, что помимо своих тригонометрических свойств синусоиды отличаются и свойством формировать такие сложные графики, как те, что показаны на рис. 2 и 10. С точки зрения музыки: *вы можете построить ноту с частотой f и любой тембр, какой захотите, смешав чистые тоны, частоты которых являются кратными f , т. е. $2f$, $3f$ и т. д.* Вы получаете разные тембры на частоте f посредством настройки относительной громкости указанных составляющих чистых тонов. Подобным образом работают электронные синтезаторы. Схемы могут легко генерировать чистые тоны. Чтобы подражать разным инструментам, синтезатор просто смешивает чистые тоны в правильных соотношениях.

Теперь пришло время удивляться математикам. Оказывается, существуют другие совокупности кривых с генеративными свойствами, которые подобны свойствам синусоид. Используем ли мы синусоиды лишь в силу их отличных, в математическом отношении, характеристик, или чистые тоны действительно играют заметную роль в нашей способности слышать? В действительности, человеческое ухо функционирует на основе чистых тонов. Скажем, вы слышите звук кларнета (рис. 2). Основная мембрана в вашем ухе будет обрабатывать звук посредством реагирования на отдель-

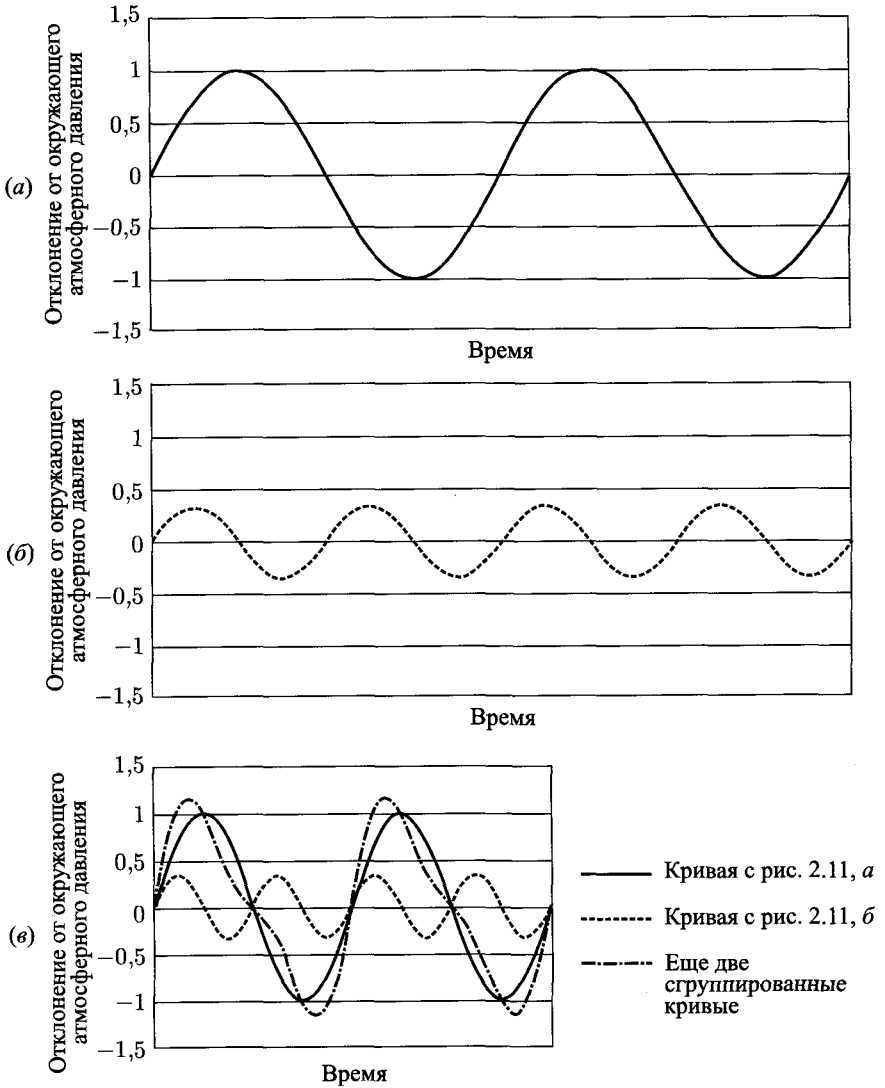


Рис. 11. В каждый момент времени высота комбинационной кривой является суммой высот двух других

Вставка 5. Обертоны были известны в течение длительного времени. В IV веке до н. э. Аристотель задавал вопросом: «Почему низкая нота содержит в себе звук высокой ноты?.. Почему в октаве гармоника более высокой ноты ощущается в более низкой, а не наоборот?» Математики также рассуждали об обертонах в своем математическом последовательном изобретении. Он изучал, почему вибрирующая струна дает одновременно несколько звуков... Аристотель не знал, что ноты струны дает, по меньшей мере, пять звуков одновременно... Эти звуки следуют соотношению чисел 1, 2, 3, 4, 5». Затем, в 1822 году выступил в роли большого прорыва в данном вопросе, благодаря Жану Батисту Жозефу Фурье (1768–1830). Фурье обнаружил, в общем, что периодическая волна напряжения можно разложить на синусоиды (возможно, бесконечное их количество) так, как мы рассуждали. Он сделал это не со звуком, а с температурностью. Следом за этим, Гюль Ом (1787–1854), анализируя частоты своих струн на тему математики, предположил, что уже разлагается нота на составляющие их чистые тоны. Финал, также в физике Гертль фон Гельмгольц (1821–1894) на основе идеи Ом сделал важный вклад в физику звука, а также в другие области знаний. Нашим настоящим пониманием того, как уже обрабатывает нота, мы во многом обязаны работе Гюль фон Бесселя (1804–1848), отмеченный Нобелевской премией.

ные составляющие чистого тона, из которых состоит звук кларнета. Чем больше относительная громкость составляющей, тем сильнее мембрана будет отзываться на данную составляющую. Затем ваша система восприятия собирает такие реакции на чистый тон и ассимилирует их в ваше слышание звука кларнета. Любопытным является тот факт, что, хотя наши уши выполняют вышеобозначенный процесс автоматически, разложение звука на чистые тоны является гораздо более сложным процессом с математической точки зрения, чем смешивание тонов. Мы видели, на рис. 11, как легко можно объединять кривые. Это не сложнее, чем просто прибавлять и вычитать. С другой стороны, чтобы восстановить оригинальные синусоиды из комбинации, необходимо призвать на помощь интегральное исчисление, что обосновано так называемым анализом Фурье. Не так уж плохо для основной мембраны...

2.5. Обертоны, поддерживающие интервалы

На этом фоне давайте еще раз взглянем на октавы и другие интервалы. Мы видели, что нота с частотой f скрывает в себе также чистые тоны более высокой частоты. Эти составляющие более высокой частоты час-

то называют *обертонами* первоначальной ноты. В частности, чистый тон, расположенный на октаву выше, на частоте $2f$ является обертоном. Суть общего правила (хотя и часто нарушаемого) состоит в том, что относительные громкости обертонов уменьшаются по мере того, как повышаются их частоты. Поэтому среди обертонов тот, который расположен на частоте $2f$, стремится быть самым различимым. Более того, все обертоны той ноты, которая расположена на частоте $2f$ (т. е. $4f$, $6f$, $8f$ и т. д.), являются обертонами ноты, расположенной на частоте f . В таком случае неудивительно, что мы чувствуем близкую связь между нотами на расстоянии октавы! Вы можете самостоятельно это проверить на фортепиано. Возьмите любые две ноты с интервалом октава. Удерживайте клавишу с более высокой нотой из двух, что позволит освободившейся струне продолжить вибрировать. Затем нажмите и отпустите клавишу с более низкой нотой из двух. Звук более низкой ноты быстро затихнет, но ее обертон на частоте $2f$, при правильно настроенной частоте более высокой ноты, заставит эту струну вибрировать, и вы будете слышать более высокую ноту еще долго после того, как более низкая нота затихнет.

А что насчет интервала квинты? Нота на частоте $\frac{3}{2}f$ не является обертоном ноты на частоте f , но она находится на октаву ниже обертона f на частоте $3f$. Конечно же, $3f$ выступает также и в качестве обертона к $\frac{3}{2}f$. Действительно, любой обертон ноты $\frac{3}{2}f$ является также обертоном f . Поэтому, хотя ноты на частоте $\frac{3}{2}f$ и f не настолько тождественны, чтобы мы могли уравнивать их в той же мере, в какой мы уравниваем $2f$ и f , они связаны друг с другом в достаточной мере, чтобы звучать гармонично, когда они сыграны одновременно. Подобные рассуждения применимы и к другим рассматриваемым нами интервалам.

К сожалению, соотношения частот, таких как $\frac{3}{2}$ и $\frac{5}{3}$, представляют собой идеалы, недостижимые даже теоретически. Точнее, любое из подобных соотношений можно выстроить, но, взятые все вместе, они оказываются несочетаемыми. Например, нельзя сделать все октавы $2/1$ или все квинты $3/2$ одновременно. В следующем разделе я объясню, почему это невозможно, а также мы рассмотрим различные музыкальные компромиссы, которые придумали люди, чтобы справиться с этой ситуацией.

3. Настройка

В предыдущем разделе мы убедились, что приятные для слуха гармонии создаются в результате одновременного звучания нот, частоты которых

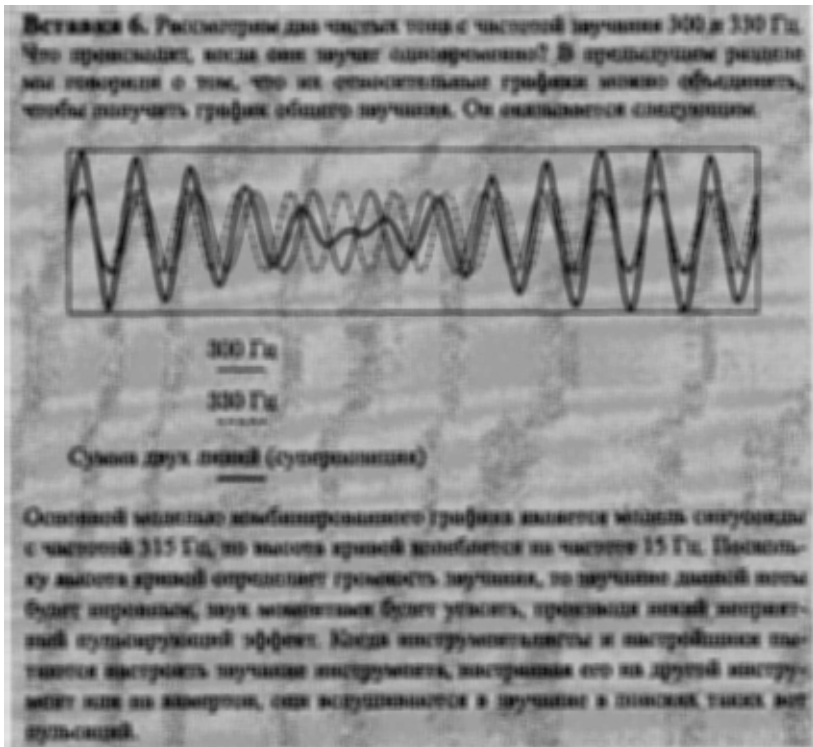
находятся в простых соотношениях, таких как 2 (октава) и $3/2$ (квинта). Но есть одна загвоздка. В конечном счете, такие соотношения все-таки не сочетаются друг с другом, так что ваши музыкальные интервалы не могут все одновременно звучать так, как они должны звучать в идеале. Приходится выбирать. При этом нужно решить, чем можно пожертвовать, а чем нет. Это зависит от того, какие музыкальные особенности используются в большей, а какие в меньшей степени. В данном разделе мы рассмотрим, по какой причине интервалы не могут достичь идеального звучания одновременно, а также на разные способы решения данной проблемы.

3.1. Вы выбираете один способ, а я — другой

Давайте начнем с очень простого несоответствия. Для удобства рис. 12 обобщает основные интервалы так, как я их описал. Возьмем ноту с частотой звучания f . Если построить кварту вверх, то вы получите ноту с частотой $4/3f$, теперь от полученной ноты постройте вверх сексту. Полученная частота будет следующей: $\frac{5}{3} \times \frac{4}{3}f = \frac{20}{9}f$. Поднявшись сначала на кварту, а затем на сексту, вы оказываетесь на $5 + 9 = 14$ полутонов выше по сравнению с нотой, откуда вы начали подъем. Однако вы можете подняться на 14 полутонов другим способом, а именно посредством последовательного построения двух квинт, шаг каждой из них составляет 7 полутонов. Первая квинта выводит вас на частоту $\frac{3}{2}f$, а вторая на частоту $\frac{3}{2}f \times \frac{3}{2}f = \frac{9}{4}f$. Два маршрута будто бы заканчиваются в одном и том же месте, на 14 клавиш выше по сравнению с исходной нотой, но, в действительности, их частота оказывается разной: $\frac{20}{9}f$ против $\frac{9}{4}f$.

Интервал	Частотный коэффициент	Полутоны
Терция	$5/4$	4
Кварта	$4/3$	5
Квинта	$3/2$	7
Секста	$5/3$	9
Октава	$2/1$	12

Рис. 12. *Примечание:* я буду говорить о частотных коэффициентах интервалов, используя слова «идеальный» или «совершенный», хотя использование их слегка противоречит стандартной музыкальной терминологии



Правда, надо сказать, что несоответствие между $20/9 (= 2,222\dots)$ и $9/4 (= 2,25)$ не очень большое. В результате частоты находятся очень близко друг к другу. Хотя и этот факт порождает свои проблемы. Ноты, которые находятся близко друг к другу, но все же являются разными нотами, дисгармонируют при одновременном звучании. Попробуйте нажать на фортепиано две клавиши, которые расположены рядом, вы услышите резкий, слегка раздражающий звук. (См. вставку 1, чтобы понять, почему указанные ноты звучат одновременно неприятным для слуха образом.) Поэтому если в процессе озвучивания данных интервалов дуэтом два певца начинают на одной ноте, затем один идеально выстраивает кварту, а затем сексту, а второй — не менее точно воспроизводит две последовательные квинты, то взятые ими в итоге ноты звучат немного по-разному, поэтому их голоса не сливаются в комфортном для слушателя звучании.

Чем-то приходится жертвовать. Как мы уже знаем, квинта является очень важным интервалом, связанным с обертоном $3f$, в то время как квар-

та и квинта вместе составляют октаву. Следовательно, действуя разумным образом, нам необходимо сделать так, чтобы квинты и кварты имели свои идеальные значения, а секста немного отступила от идеала. Другими словами, мы должны приписать частоты так, как показано на рис. 13, с идеальной квартой от С (до) до F (фа) и идеальными квинтами от С (до) до G (соль) и от G (соль) до D (ре). Секста от F (фа) до D (ре) здесь имеет частоту $27/16$ ($= 1,6875$), в отличие от идеальной сексты с частотой $5/3$ ($= 1,666\dots$).

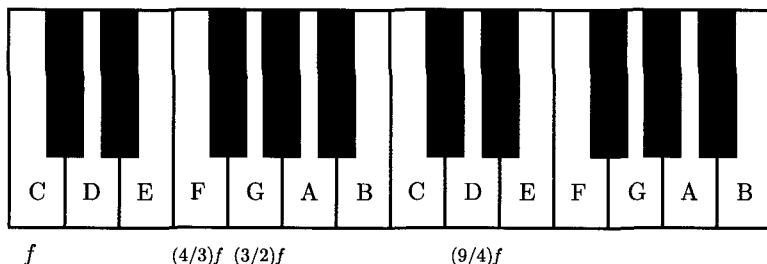


Рис. 13

Конечно же, необходимо сохранить частотный коэффициент 2 для октавы, поэтому остальные частоты мы приписываем следующим образом (см. рис. 14). Обратите внимание, что поскольку мы использовали идеальные октавы и квинты между нотами С (до), D (ре) и G (соль), мы автоматически получили идеальную кварту между каждой нотой D (до) и последующей нотой G (соль): $\frac{3}{2}f$ и $\frac{3f}{4}$, оба соотношения равны $4/3$. Сейчас мы точно так же можем предпочесть идеальную квинту между D (ре) и A (ля) (рис. 15), затем от A (ля) до E (ми) (рис. 16) и, наконец, от E (ми) до B (си) (рис. 17).

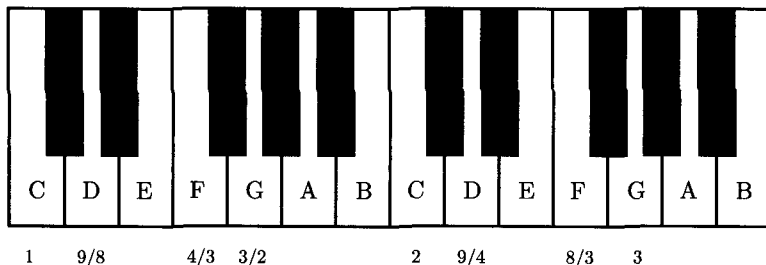


Рис. 14

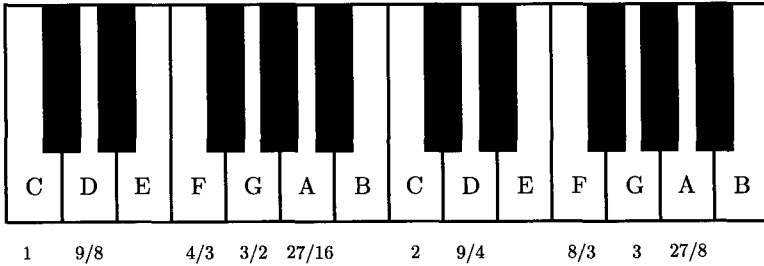


Рис. 15

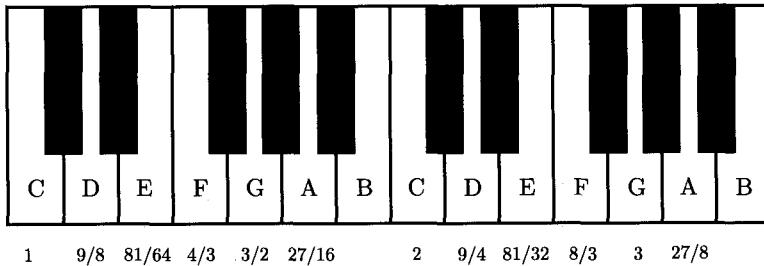


Рис. 16

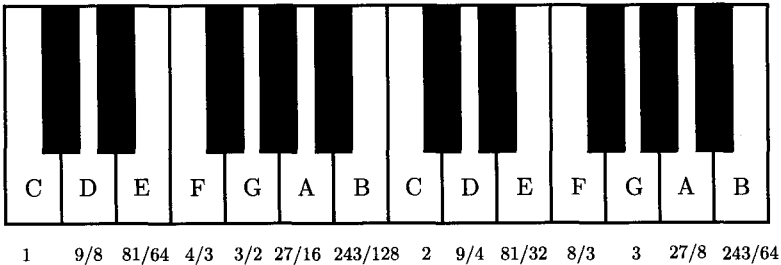


Рис. 17

На этой стадии мы приписали частоты всем белым клавишам таким образом, что все октавы, квинты и кварты, построенные между указанными нотами, соответствуют требованиям, предъявляемым к идеальному звучанию. Все сексты (C–A, D–B, F–D и G–E) соответствуют частотному коэффициенту $27/16$. Также все терции имеют частотный коэффициент $81/64$ ($= 1,265625$) в противоположность идеальному $5/4$ ($= 1,25$). Данная схема

настройки хорошо работает в том случае, если кварты и квинты играют более важную роль в музыке, чем терции и сексты. Она гарантирует гармоничное звучание интервалов, которым отдается предпочтение, и отведение несоответствий в сторону менее значимых интервалов. В действительности, данная система — известная как пифагорейская настройка — использовалась еще древними греками, музыка которых в большой мере строилась на использовании интервалов кварты и квинты.

3.2. Точное пение в далеком прошлом

Но изменение музыкальных стилей привело к созданию других систем настройки. Музыка, которая сочинялась в эпоху Ренессанса, придавала гораздо большую значимость терциям и секстам. Соответственно, музыканты данного периода изобрели настройки, которые включали в себя построение идеальных терций и секст, даже если для этого приходилось иногда жертвовать идеальным звучанием кварты или квинты. Мы могли бы, например, начать с использования идеальных соотношений для всех интервалов, построенных с исходной ноты С (до) (рис. 18). Расширив такое построение на последующие ноты, мы получим рис. 19. Обратите внимание, что интервалы между нотами, кроме ноты С (до), также соответствуют идеалу.

Например, от Е (ми) до А (ля) — идеальная секста $\left(\frac{5}{2}f = \frac{5}{3}\right)$. Мы можем также настроить все ноты В (си) так, чтобы они достигали идеальных квинт от Е (ми) до В (си) и идеальных терций G–В (соль–си) (рис. 20).

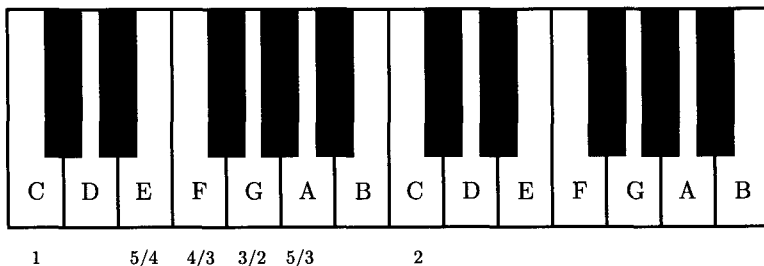


Рис. 18

Но на данной стадии нам снова приходится идти на компромисс. Приписывая частоту ноте D (ре), мы не можем сделать так, что и квинта G–D (соль–ре), и секста F–D (фа–ре) будут идеальными интервалами. (В действительности, с той же ситуацией мы сталкивались на рис. 13.) Отдавая предпочтение квинте и делая ее совершенной, мы получаем следующую

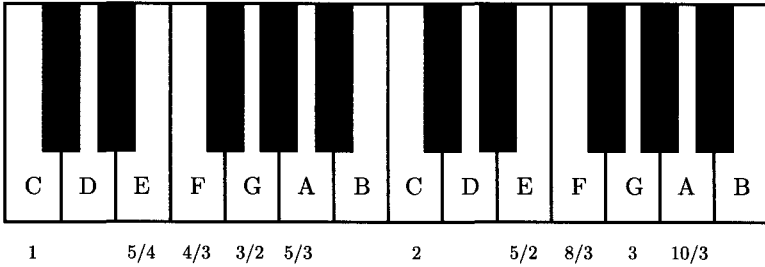


Рис. 19

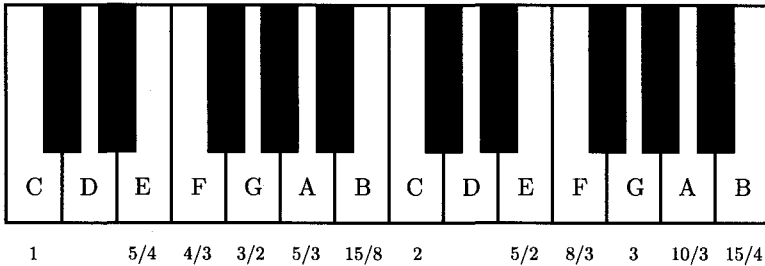


Рис. 20

систему (см. рис. 21). Обратите внимание, что такой выбор дает нам также идеальное соотношение частот для сексты D–B (ре–си). С другой стороны, не только секста F–D (фа–ре), но и квинта D–A (ре–ля) будут звучать фальшиво. Мы бы могли гарантировать идеальное звучание интервалов D–A (ре–ля) и F–D (фа–ре) за счет интервалов G–D (соль–ре) и D–B (ре–си), но схема, представленная на рис. 21, работает в музыкальном отношении чуть лучше.

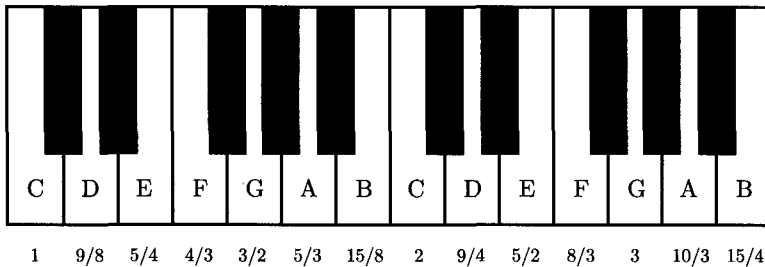


Рис. 21

Эта система принадлежит категории настроек под названием *точные интонации*, которая применяет более простые числа, чем пифагорейская настройка, и придает идеальные частотные коэффициенты большему количеству интервалов. Но при такой настройке теряется последовательность. Не все квинты соответствуют одному коэффициенту, D–A (ре–ля) имеет коэффициент $40/27$ вместо коэффициента $3/2$ у всех остальных квинт. Также секста F–D (фа–ре) имеет коэффициент $27/16$ в противоположность всем остальным, имеющим коэффициент $5/3$.

3.3. Недостаточно согласованные

Возможно, у читателя сложилось впечатление, что дилемма настройки идет от попытки согласовать кварты и квинты, с одной стороны, и терции и сексты, с другой. Но проблема на самом деле гораздо глубже. Мы не можем даже достичь сочетаемости чистых октав и квинт, двух самых важных интервалов. Действительно, пифагорейская настройка, которую мы рассматривали, не включает ничего кроме октав $2/1$ и квинт $3/2$. Но я немного ввел вас в заблуждение, применяя данную систему только к белым клавишам на фортепьяно. Если мы начнем с ноты C (до) и будем продвигаться последовательными квинтами, мы будем попадать на все классы звука — и на белые, и на черные клавиши — прежде чем, наконец, вернемся к ноте «до» (см. рис. 22). И когда мы охватим все эти квинты, нам придется признать, что их настройка перестала быть идеальной. Как показано на рис. 22, подъем на двенадцать последовательных квинт по семь полутонов каждая приведет нас к тому же месту, что и семь последовательных октав по двенадцать полутонов каждая. Но двенадцать последовательных квинт соответствуют частотному коэффициенту $\left(\frac{3}{2}\right)^{12}$, а семь октав — 2^7 . Эти численные значения близки (примерно 129,75 и 128 соответственно), но не одинаковы.



Рис. 22

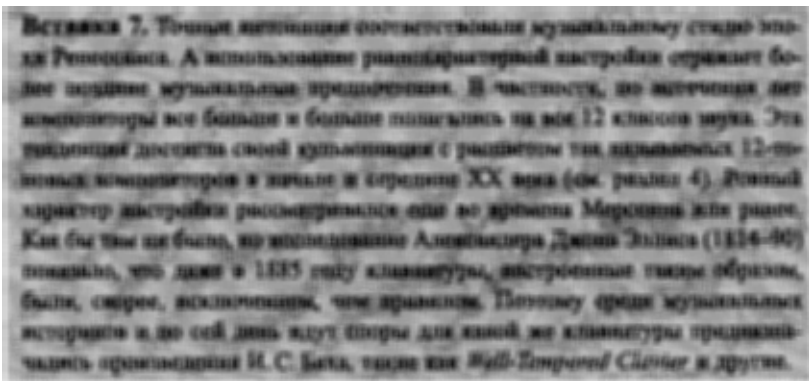
Коэффициент октавы $2/1$ обычно берется как неприкосновенный, как твердо укоренившийся в обертонах таким, какой он есть. Поэтому нам остается «чинить» систему при помощи квинт. Мы можем сделать это двумя разными способами. Мы можем сделать идеальными все квинты, сколько сможем, сосредоточив все несоответствие в одной квинте, той, которая, как мы надеемся, не будет часто использоваться. Или мы можем отказать-

ся от чистоты звука во всех квинтах и, для последовательности, настроить их все на одну частоту. Вместо того, чтобы иметь в распоряжении одну откровенно плохую квинту, мы просто настроили все квинты чуть-чуть фальшиво. Насколько велико это самое «чуть-чуть»? Если каждая квинта разделяет одно и то же частотное соотношение r , мы хотим выбрать это r таким, чтобы двенадцать квинт в точности соответствовали семи октавам, т. е. $r^{12} = 2^7$. Это означает, что $r = \sqrt[12]{2^7}$, приблизительно 1,4983. Отклонение от чистого значения 1,5 слишком мало, чтобы быть воспринятым посредством обычного человеческого слуха.

Если каждая квинта соответствует коэффициенту $\sqrt[12]{2^7}$ и мы сохраняем чистое соотношение 2 для октав, у нас получается настройка, показанная на рис. 23. На данной схеме частотный коэффициент для каждого полутона, т. е. любой пары рядом располагающихся нот, будет равняться $\sqrt[12]{2}$. Следовательно, мы получаем полную согласованность, при которой не только все квинты имеют один и тот же коэффициент, но и другие интервалы ведут себя так же. Например, любая терция, когда она состоит из четырех полутонов, должна соответствовать коэффициенту $r = \sqrt[12]{2^4}$.

C	C♯	D	D♯	E	F	F♯	G	G♯	A	A♯	B	C
1	$\sqrt[12]{2}$	$\sqrt[12]{2^2}$	$\sqrt[12]{2^3}$	$\sqrt[12]{2^4}$	$\sqrt[12]{2^5}$	$\sqrt[12]{2^6}$	$\sqrt[12]{2^7}$	$\sqrt[12]{2^8}$	$\sqrt[12]{2^9}$	$\sqrt[12]{2^{10}}$	$\sqrt[12]{2^{11}}$	2

Рис. 23. Каждое число представляет частотный коэффициент ноты в отношении к исходной частоте C (до)



Такая система настройки, известная как *равнохарактерная*, является сегодня стандартной системой настройки, потому что она располагает все

ноты и все интервалы одного вида через равные шаги (см. вставку 7). И еще раз напомним, данная система достигает своей согласованности и последовательности посредством отхода от чистого звучания интервалов. Ни один интервал кроме октавы не будет иметь идеальный частотный коэффициент. Но коэффициент квинты будет весьма близок к идеальному. Следовательно, кварты также будут приближаться к идеалу. Что касается терций и секст, то их коэффициент будет менее успешен. Для того чтобы исследовать указанные интервалы и частые небольшие отличия между системой равных составов и другими системами настройки, мы измерим интервалы более удобным способом, подходящим для таких тонких различий.

3.4. Введение центов (единиц частотного интервала)

Музыкальные теоретики и настройщики музыкальных инструментов обычно разделяют октаву на 1200 равных крохотных шагов. Это означает, что в равнохарактерной системе один полутон состоит из 100 таких шагов, которые называются *центами*. Следовательно, равнохарактерная квинта соответствует отрезку в 700 центов, терция — 400 центов и т. д. Схема, выполненная на основе центов и представленная на рис. 24, выглядит гораздо лучше, чем такая же схема, но с указанием частотных коэффициентов на рис. 23. С системой центов расчеты также становятся проще. Познакомьтесь с информацией в вставке 8, чтобы подробнее узнать о математической стороне системы центов.

C	C#	D	D#	E	F	F#	G	G#	A	A#	B	C
1	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000	1100	1200

Рис. 24. Каждое число представляет, на сколько центов выше располагается нота по сравнению с исходной С (до)

Чистая квинта соответствует разности примерно в 702 цента. Как я уже упоминал ранее, разница в 2 цента между чистой квинтой и равнохарактерной квинтой не заметна для слуха. С другой стороны, чистая терция соответствует разности в 386 центов. Человек с хорошим слухом может обнаружить, что равнохарактерная терция с диапазоном 400 центов оказывается слишком широким интервалом. Равнохарактерная секста расширяется еще в большей степени, она на 16 центов больше чистой.

Плюсы и минусы разных систем настройки ясно видны, когда мы выражаем данные системы в центах (рис. 25). Итак, равнохарактерные квинты и кварты звучат хорошо, а терции и сексты оказываются слишком широ-



кими интервалами. Пифагорейская настройка (рис. 17) устанавливает все квинты и кварты в качестве чистых интервалов. К сожалению, все пифагорейские терции и сексты звучат явно фальшиво, на 22 цента отличаясь от своих идеальных значений. Настройка с точным тоном, представленная на рис. 21, прекрасно работает в отношении многих интервалов, но квинта от D до A выпадает из идеального звучания на 22 цента, явное упущение для такого важного интервала. Обратите внимание также, что двухступенчатые интервалы D–E и G–A включают 182 цента, в то время как C–D, F–G и A–B — 204 цента. Это примерно 10-процентная разница между интервалами, которые в равнохарактерной настройке звучат одинаково. И еще, музыкальные достоинства разных систем настройки будут зависеть от музыкального произведения и интервалов, которые в нем используются.

	C	D	E	F	G	A	B	C
Равнохарактерная настройка	0	200	400	500	700	900	1100	1200
Пифагорейская настройка	0	204	408	498	702	906	1110	1200
Настройка с точным тонированием	0	204	386	498	702	884	1088	1200

Рис. 25. Каждое число представляет, на сколько центов выше располагается нота по сравнению с исходной C (до)

На протяжении всего нашего обсуждения систем настроек я считал само собой разумеющимся, что в нашей октаве 12 нот. Но люди не раз экспериментировали с другим разделением октавы. Развитие октавы, включающей 12 нот, без сомнения, стало следствием влияния интервалов, в частности, того факта, что пять чистых квинт очень близки семи октавам. Но другие комбинации чистых квинт и октав оказывались даже более близкими, например, 53 квинты и 31 октава. Пифагорейцы действительно рассматривали 53-нотную шкалу. Разделение октавы на 19 ступеней или на 31 ступень также привлекало внимание. Однако известная нам 12-нотная система продержалась дольше других. Нельзя сказать, что она предоставляет впечатляющее количество возможных вариантов для композитора или ставит огромные технические задачи для исполнителя, как было бы, если на ее месте была 53-нотная система, но 12 нот также содержат множество возможностей, которые еще далеко не исчерпаны.

4. Как изменить тему, используя математику

Музыканты часто берут мелодию или даже короткую последовательность нот и переделывают ее. Они исследуют музыкальные свойства, подстраивая и изменяя тон, и могут достичь богатых результатов, исходя из очень простого материала. Джазовый исполнитель импровизирует на основе мелодии Гершвина. Композитор консерватории методично строит фугу. В обоих случаях они создают вариации на темы. Данный раздел посвящен исследованию общих приемов изменения тем и той части математики, которая помогает описывать, как соотносятся друг с другом указанные приемы. Как мы увидим, математика не довольствуется описательной ролью, она также свободно используется композиторами в создании музыки.

4.1. Повышение ступеней

Одним из самых простых, самых естественных, а следовательно, и самых распространенных приемов изменения небольшой части мелодии яв-

ляется повышение или понижение ее в тоне. Органисты во время спортивных мероприятий используют данный прием постоянно. Чтобы «завести» толпу, органист будет повторять некий музыкальный фрагмент снова и снова, и каждый повтор будет звучать выше, чем предыдущий, обычно на полтона. На рис. 26 показана пара типичных примеров.



Рис. 26

Данные образцы достаточно очевидно демонстрируют прием транспозиции, или сдвига музыкальной модели. Но транспозиция может применяться более тонко. В качестве примера возьмем следующую мелодию из первого марша *Pomp and Circumstance* Э. Элгара, известную в Британии также как песня «Край надежды и славы»⁸, а в Соединенных Штатах как «та музыка, которую бесконечно играют на каждой церемонии закрытия» (рис. 27).



Рис. 27

Элгар взял первые три такта и понизил их на семь полутонов (квинта), чтобы получить такты 5–7. Но вместо того, чтобы получить такт 8 из такта 4 таким же образом, он просто продлил ноту такта 7. А затем вместо транспозиции, подобной транспозиции органистов во время спортивных мероприятий, Элгар предложил изменение мелодии (рис. 28). Такты на рис. 28 по-прежнему связаны с исходными четырьмя тактами, но не так тесно, как такты 5–8. А именно: такт 10 получается из такта 2 посредством прыжка на пять полутонов и изменения ритма.

Транспозиции постоянно используются в разной музыке, начиная с начальных тактов мелодии «Три слепых мышонка» (*Three Blind Mice*) и до бетховенской симфонии № 5. Но в разные моменты эти транспозиции могут применяться более или менее систематично. И, как и следовало ожи-

⁸Песня, прославляющая Британскую империю; слова А. Бенсона [Arthur Christopher Benson, 1862–1925], музыка Э. Элгара [Edward Elgar, 1857–1934]. — Прим. перев.



Рис. 28

дать, чем систематичнее их применение, тем большая роль отводится математике.

В качестве сокращения для фразы «транспозиция на n полутонов» музыковеды часто пишут « T_n ». В соответствии с данным обозначением на рис. 26 продемонстрировано применение T_1 , а на рис. 27 — применение T_{-7} . В последнем случае отрицательное число означает сдвиг мелодии вниз. T_0 , следовательно, представляет собой действие или, вернее, отсутствие оно, которое не изменяет ноты. Но обозначать неизменность нот как транспозицию T_0 бывает очень удобно, хотя такое обозначение и кажется двусмысленным.

А что же тогда насчет T_{12} ? Такое действие повышает всю мелодию ровно на октаву, изменяя тем самым тон каждой ноты, но не изменяя классы тонов. Следовательно, трюковка T_{12} зависит от контекста, т. е. принимать ли в расчет тон или только класс тона. Во многих случаях (особенно в так называемой 12-тоновой музыке, о которой мы вскоре будем говорить) композиторы рассматривают транспозиции на основе класса тона. С данной точки зрения T_{12} ничего не меняет. Другими словами, в том, что касается класса тона, T_{12} является тем же, что и T_0 , а также T_{24} , T_{36} и T_{-12} и т. д.

Точно так же, в рамках класса тона, T_{13} является тем же, что и T_1 , поскольку они отличаются друг от друга лишь сдвигом на октаву. В общем, если m и n отличаются на число, кратное 12, тогда T_m и T_n оказывают одинаковое воздействие на классы тона, и, следовательно, я буду рассматривать их как одну и ту же транспозицию. В повседневной жизни мы таким же образом рассматриваем часы. Переводя стрелки настенных часов на 13 или 25 часов вперед, мы в результате переводим их на час вперед. Когда два числа m и n отличаются на число, кратное 12, математики говорят, что m и n по модулю равны 12 или вкратце пишут «mod 12» (см. вставку 9). Каждое целое число mod 12 равно 0, 1 или ... или 10, или 11. Так же как и с часами на настенных часах, мы можем иметь дело лишь с 12 транспозициями: от T_0 до T_{11} .

Часто транспонированная мелодия сама транспонируется. Рассмотрим еще раз пример с мелодией «*Выше!*» на рис. 26. Последняя пара тактов получилась посредством выполнения двух последовательных операций T_1 . Но если пропустить среднюю пару тактов, мы могли бы попасть с первой пары тактов сразу на последнюю путем выполнения операции T_2 . В об-

Вставка 9. При рассмотрении транспозиций мы будем работать с модулем 12, но другие ситуации требуют других чисел. Например, часы, которые включают сутки, т. е. 24 часа, описуют 24-модульный систем. Предвижение на 24 часа ничего не меняет, но предвижение на 12 часов меняет полдень на полночь и наоборот. В целом при разных регулировках часов счетчика пробега автомобиль регистрирует пробег в 100 000 миль, действительная выработка машины, равное 100 000. После того как пробег такого автомобиля увеличивается через это значение, показания счетчика совпадают с показаниями счетчика абсолютного нового автомобиля. В отношении музыки иногда оказывается выгоднее работать с модулем 7. Транспозиция часто состоит из шагов на определенное количество нот мажора, а не на определенное количество полутонов. Поскольку каждый мажорный и минорный мажорд включает семь разных классов тона, число 7 подходит на ту роль, которая будет оставаться нашей число 12.

щем, когда за операцией T_m выполняется операция T_n , то общий результат можно представить в качестве одной транспозиции T_{m+n} . В сжатой форме это выглядит таким образом: $T_m T_n = T_{m+n}$. Поскольку мы будем работать с модулем 12, отсюда следует, что, например, $T_6 T_{10} = T_4$. Таблица, представленная на рис. 29, показывает, как все 12 транспозиций комбинируются друг с другом.

4.2. В зеркальном отражении

И с музыкальной, и с математической точки зрения все становится еще интереснее, когда транспозиции комбинируются с другими видами операций. Что еще может сделать композитор с музыкальным фрагментом, кроме как транспонировать его? Например, сыграть его наоборот. *Musical Offering* И. С. Баха включает фрагмент, созданный на основе повтора в обратную сторону (рис. 30). Вторая половина фрагмента представляет собой точный повтор первой половины, сыгранной в обратном порядке, или *обратный повтор*. Если быть более точным, то верхняя мелодическая линия (соответственно, нижняя) последних девяти тактов является обратным повтором нижней (соответственно, верхней) мелодической линии первых девяти тактов. (Кстати, данный отрывок был развернут учеником Баха Иоганном Филиппом Кирнбергером, имя которого мы вновь встретим в разделе 6 в контексте музыкальных игр в кости.)

Последней части *Сонаты № 29 для фортепьяно (Hammerklavier)* Бетховена и музыке Франца Йозефа Гайдна (см. вставку 10) также свойственно масштабное использование подобных повторов. Но в миниатюре данный

	T_0	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	T_8	T_9	T_{10}	T_{11}
T_0	T_0	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	T_8	T_9	T_{10}	T_{11}
T_1	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	T_8	T_9	T_{10}	T_{11}	T_0
T_2	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	T_8	T_9	T_{10}	T_{11}	T_0	T_1
T_3	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	T_8	T_9	T_{10}	T_{11}	T_0	T_1	T_2
T_4	T_4	T_5	T_6	T_7	T_8	T_9	T_{10}	T_{11}	T_0	T_1	T_2	T_3
T_5	T_5	T_6	T_7	T_8	T_9	T_{10}	T_{11}	T_0	T_1	T_2	T_3	T_4
T_6	T_6	T_7	T_8	T_9	T_{10}	T_{11}	T_0	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5
T_7	T_7	T_8	T_9	T_{10}	T_{11}	T_0	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6
T_8	T_8	T_9	T_{10}	T_{11}	T_0	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7
T_9	T_9	T_{10}	T_{11}	T_0	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	T_8
T_{10}	T_{10}	T_{11}	T_0	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	T_8	T_9
T_{11}	T_{11}	T_0	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	T_8	T_9	T_{10}

Рис. 29

прием используется и в таких мелодиях, как *Auld Lang Syne*⁹, в которой при ритмических изменениях, разрешенных для повторяющихся нот, ноты FACD к словам «never bro't to mind» зеркально отражены нотами DCAF к словам «Should auld acquaintance» (рис. 31).

И действительно, формирование мелодии в обратном порядке соответствует написанию ее слева направо (рис. 32). Но обратите внимание, что существует большая разница между визуальным восприятием инверсионной записи слева направо и слуховым восприятием обратного порядка мелодии. Людям не представляет труда узнавать объекты в зеркальном отражении, но едва ли кто-нибудь сможет только лишь на слух заметить симметрию в примере Баха. Наш мозг устроен так, что ему нелегко обрабатывать информацию, особенно ту, которую мы воспринимаем на слух, если она представлена в обратном хронологическом порядке. Попробуйте сами: «вслух его прочитать если смысла имеет не почти предложение Это!»

⁹ «Доброе старое время» (шотландская песня на слова Роберта Бёрнса [Robert Burns, 1759–1796]) по традиции поют на прощание в конце праздничного обеда, митинга. — Прим. перев.

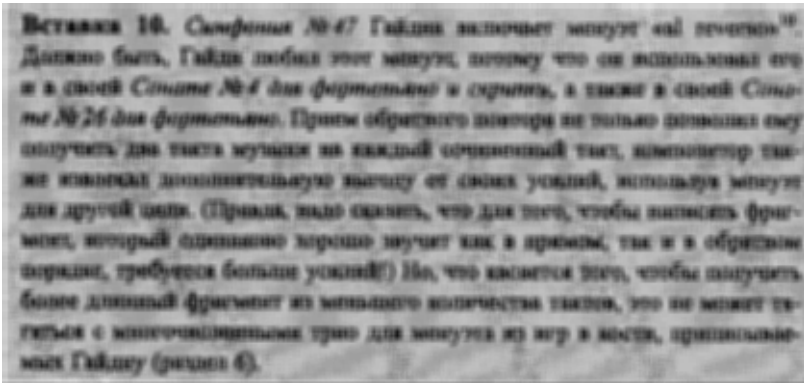
Figure 30 consists of five systems of piano accompaniment. Each system is written for two staves: a treble staff and a bass staff. The key signature is three flats (B-flat, E-flat, A-flat) and the time signature is common time (C). The music features a variety of rhythmic patterns, including eighth and sixteenth notes, and rests.

Рис. 30

Figure 31 is a single line of music in treble clef. The key signature is three flats (B-flat, E-flat, A-flat) and the time signature is 4/4. The melody consists of eighth and quarter notes.

Should auld ac- quaint- ance be for- got, and nev- er bro't to mind? Should auld ac- quaint- ance

Рис. 31



Следовательно, по сравнению с транспозицией, изменение направления мелодии на обратное является менее заметной операцией и встречается реже.



Рис. 32

С другой стороны, люди часто сравнительно легко способны воспринимать музыкальные отражения, которые называются *инверсиями*. Чтобы инвертировать мелодию, вы переворачиваете ее сверху вниз, а не слева направо. Другими словами, когда в оригинальном тексте мелодии происходит повышение тона, инверсия понижает тон, сохраняя интервал исходной темы (и, конечно же, наоборот). На рис. 33 проиллюстрирована инверсия той же последовательности нот, что представлена на рис. 32. В данном случае исходные шаги — два полутона вниз, а затем четыре вверх — перевернуты и заменены шагами два полутона вверх и четыре вниз.

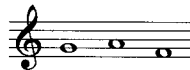


Рис. 33

Хотя инверсии описать не так просто, как изменение направления мелодии на обратное, инверсии более понятны для слухового восприятия, особенно если инверсия сыграна одновременно с исходной темой. В данном случае противоположные движения двух мелодических линий представляют собой такой же поразительный контраст при звучании, как и в печатном виде.

¹⁰«В обратном порядке». — Прим. перев.

Начало марша Джона Филипа Сузы *Громовержец (The Thunderer)* демонстрирует этот контраст совершенным образом. Обратите внимание на то, что инверсионное расхождение двух мелодических линий не является строгим с точки зрения инверсионной модели. Например, в первом шаге верхняя мелодия повышается на два полутона, тогда как нижняя понижается только на один. Но эффект двух мелодических линий, неуклонно расходящихся в разные стороны друг от друга, является безошибочным. И действительно, приблизительная инверсионная связь оказывает гораздо большее впечатление на наш слух, чем точное изменение направления мелодии на обратное, также демонстрируемое в данной мелодии (рис. 34).



Рис. 34

Брамс в своих *Вариациях на тему Роберта Шумана (Variations on a Theme of Robert Schumann)* (рис. 35) подобным же образом наложил мелодию (верхняя линия) с ее инверсией (нижняя линия). В отличие от Сузы, Брамс использовал здесь точную инверсию, но сделал эффект более тонким, добавив другие ноты в промежуточном диапазоне, а также используя мелодию, которая и повышалась, и понижалась.



Рис. 35

4.3. Игра по правилам

После того, как мы проанализировали, каким образом транспозиции комбинируются друг с другом, давайте смешаем операцию по изменению

направления мелодии на обратное с операцией инверсии. Мы можем получать бесконечные комбинации, такие как применение T_3 к обратной мелодии T_5 , созданной на основе инверсии исходной темы. (Примером соединения всех операций является *Венгерская рhapsодия № 2* (Hungarian Rhapsody № 2) Листа на рис. 36.) Но разнообразные комбинации такого рода в результате дублируют друг друга так же, как повторяют друг друга T_6T_{10} и T_4 . В действительности, мы обнаружим, что совместное использование транспозиции, обратной мелодии и инверсии приводит к удивительно малому количеству возможных комбинаций.

Пр. на октаву выше

The image displays the first system of a musical score, consisting of four staves. The top two staves are for the right hand (treble clef) and the bottom two for the left hand (bass clef). The key signature is three sharps (F#, C#, G#) and the time signature is 2/4. The music is written in a complex, chromatic style characteristic of Liszt's 'Hungarian Rhapsody No. 2'. The first staff shows the original theme, while the subsequent staves illustrate its transformations through inversion and transposition, as indicated by the text 'Пр. на октаву выше' (Example, one octave higher).

Рис. 36

Прежде всего рассмотрим операцию изменения направления мелодии на обратное, обозначенное буквой R . Одной из основных черт данной операции является тот факт, что она аннулирует себя. И действительно, если мы два раза перевернем направление развития темы, то она останется неизменной. Таким образом, операция RR ни к чему не приводит. В символической записи это выглядит следующим образом: $RR = T_0$. Обратите внимание также на то, что для любой транспозиции T_n операция RT_n равна операции T_nR . Таким образом, если вы запишете ноты в обратном порядке, а затем сдвинете их, вы получите тот же результат, если вы сначала сдвинете их, а затем повторите в обратном порядке (рис. 37). Это предсказуемое уравнение $RT_n = T_nR$ может создать у читателя чувство ложной безопасности. Вскоре мы увидим, что инверсии совмещаются с транспозициями согласно *другим* правилам.

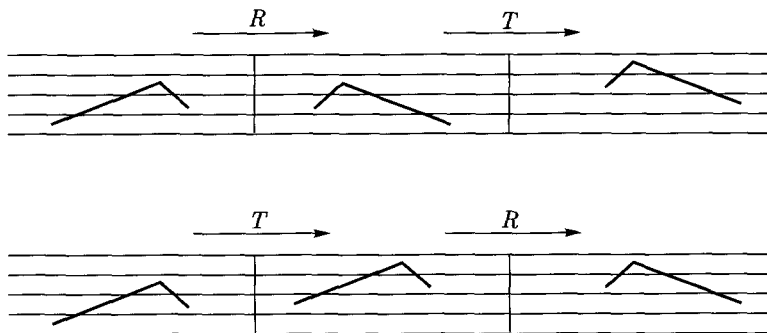


Рис. 37

В силу вышеупомянутой связи, мы можем записать любую комбинацию R и T , какой бы сложной она ни была, либо как одну транспозицию, либо как транспозицию, за которой следует повтор в обратном порядке. Возьмите, например, $RT_5RT_2RT_8$. Правило $RT_n = T_nR$ позволяет нам сдвинуть все T влево от R : $T_5T_2T_8RRR$. Согласно правилу $RR = T_0$, выражение $T_5T_2T_8RRR$ равно $T_5T_2T_8T_0R$, что является тем же, что и T_3R . Таким образом, существуют лишь 24 разные комбинации T и R , двенадцать возможных комбинаций T_n и двенадцать возможных комбинаций T_nR .

Инверсии ведут себя более сложным образом по сравнению с обратным повтором мелодии. Начнем с того, что последовательность нот имеет лишь один единственный повтор в обратном направлении, но несколько инверсий. Существует лишь один способ сыграть что-то в обратном направлении: поставить зеркало в конце мелодии. Но где поставить зеркало

в инверсии? Есть выбор из нескольких возможностей. Варианты инверсий могут начинаться с разных нот, при этом вы можете сами выбрать с какой ноты начать. В произведении *The Thunderer* (рис. 34) Суза начал свою псевдоинверсию с ноты того же класса тона, что и в исходной теме, а именно с ноты С (до). В результате Суза поместил свое инверсионное зеркало на ноту С (до). Брамс (рис. 35), напротив, поместил зеркало по-другому; тема началась с ноты $F\sharp$ (фа-диез), а инверсия темы — с ноты D (ре). Это располагает зеркало на ноте E (ми), на полпути между $F\sharp$ (фа-диез) и D (ре).

Как подсказывает нам рис. 38, инверсии в разных зеркалах будут транспозициями друг друга. Поэтому, поскольку в нашем распоряжении уже есть транспозиции, мы можем выбрать единственную инверсию и описать все инверсии на основе выбранной, наряду с транспозициями. Мы будем использовать букву «I» для обозначения той инверсии, которая образуется в результате позиционирования зеркала в ноте С (до). Результатом инверсии будет преобразование нот в соответствии с указанным на рис. 39. $C\sharp$ (до-диез) отражается в В (си), и наоборот, и т. д. Обратите внимание, что неизменной остается не только нота С (до), но и нота $F\sharp$ (фа-диез).

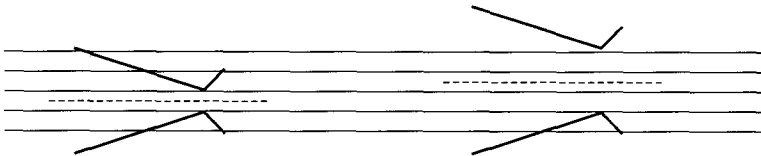


Рис. 38

C	↔	C
$C\sharp$	↔	B
D	↔	$B\flat$
$D\sharp$	↔	A
E	↔	$A\flat$
F	↔	G
$F\sharp$	↔	$G\flat (= F\sharp)$

Рис. 39

Сейчас мы можем рассмотреть те правила, согласно которым I ведет себя в комбинациях операций. Как $RR = T_0$, так и $II = T_0$ — вновь двойное отражение в одном и том же зеркале ничего не меняет. И, как показано на рис. 40, $IR = RI$. Но ранее я давал понять, что результат опе-

рации IT_n обычно не совпадает с результатом операции $T_n I$. Например, возьмите «мелодию», которая состоит из одной ноты С (до), и сравните результаты операций IT_2 и $T_2 I$. В процессе проведения операции IT_2 мы сначала применяем прием инверсии (I) к ноте С (до), что вновь дает нам ноту С, а затем транспонируем «мелодию» на два полутона вверх, получая в результате ноту D (ре). С другой стороны, если сначала мы применим транспозицию T_2 , то мы получим ноту D (ре), а когда к ноте D мы применим инверсию, то в результате будем иметь ноту Bb (си-бемоль). На рис. 40 показано, почему IT_n обычно отличается от $T_n I$.

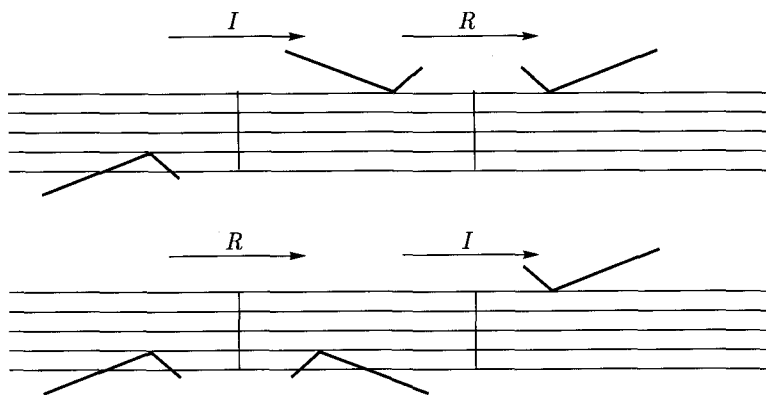


Рис. 40

Но в данном случае еще не все потеряно. Предыдущий пример подсказывает нам предсказуемую модель, которая лежит в основе данного неравенства: хотя $IT_2 \neq T_2 I$, мы можем утверждать, что $IT_2 = T_{10} I$. В общем, $IT_n = T_{12-n} I$. Данный факт легко проверить, используя идеи, на которых основываются рис. 38 и рис. 41. Обратите внимание, что $IT_6 = T_{12-6} I = T_6 I$ и что $IT_0 = T_{12-0} I = T_{12} I = T_0 I$. Итак, в этих двух случаях IT_n действительно равняется $T_n I$.

Применяя правила $IT_n = T_{12-n} I$ и $IR = RI$ наряду со старым правилом $T_n R = RT_n$, мы можем сделать перестановку в любой комбинации операций T , I и R таким образом, чтобы собрать вместе все T , все I и все R . Например, $T_7 I R T_4 I = T_7 I T_4 R I = T_7 T_8 I R I = T_7 T_8 I I R$. Сейчас, когда все I собраны вместе, мы можем убрать пары I согласно правилу $II = T_0$, точно так же поступим с парами R . И наконец, мы можем объединить все T в одну T . Продолжая вышеприведенный пример, в результате получим $T_7 T_8 I I R = T_7 T_8 R = T_3 R$. Таким образом, любая комбинация T , I и R может быть представлена в виде одной T , за которой, возможно,

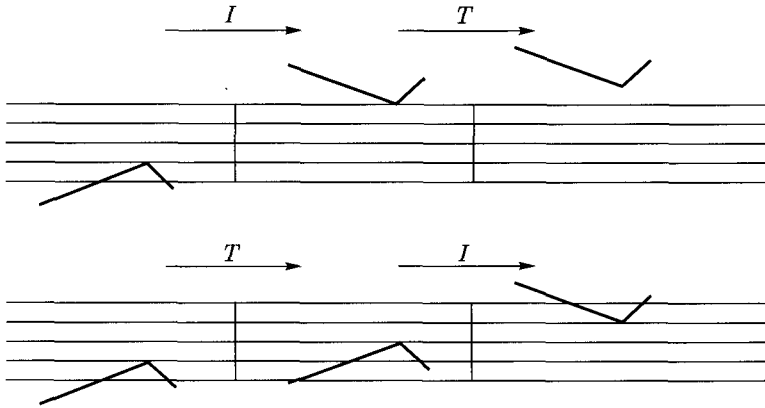


Рис. 41

следует I , за которой, в свою очередь, возможно, следует R . Следовательно, мы можем записать данную операцию в одной из следующих четырех форм: T_n , $T_n I$, $T_n R$ или $T_n I R$. Если в каждой форме существует 12 возможных значений для n , то возможно лишь 48 разных операций. Любое смешивание T , I и R , каким бы сложным оно ни было, является одной из указанных 48 операций. Мы могли бы сделать таблицу, подобную той, что показана на рис. 29, чтобы продемонстрировать, как все 48 операций комбинируются друг с другом. Но выстраивание таблицы 48 на 48 — это дело трудоемкое и длительное, однако несомненно, что используя наши правила, мы могли бы с легкостью заполнить каждую ячейку данной таблицы. Например, комбинирование операции $T_3 I$ с операцией T_8 привело бы в результате к операции $T_3 I T_8 = T_3 T_4 I = T_7 I$.

4.4. Музыкальные группы

Рис. 29 напоминает таблицу сложения, и действительно, поведение 48 операций $T - I - R$ является схожим с поведением чисел во многих отношениях.

Объединение двух операций дает в итоге операцию.	Сложение двух чисел дает в итоге число.
--	---

Мы описываем такую ситуацию, говоря, что в отношении сложения числа являются *закрытыми*. Таким же образом 48 операций закрыты к образованию комбинаций.

Для любой операции X , $X T_0$ и $T_0 X$ равны X .	Для любого числа x : $x + 0$ и $0 + x$ равны x .
--	--

Объект, который подобно T_0 или 0 оставляет все без изменений, называется *элементом отождествления*. Другим примером такого рода нейтрального элемента является число 1 в операциях умножения чисел.

Каждая операция X имеет противоположную операцию Y , которая обладает тем свойством, что XY и YX равны элементу отождествления XT_0 . Например, противоположной операцией для операции XT_5 является операция XT_7 , поскольку $T_5T_7 = T_0 = T_7T_5$. Противоположной операцией для операции T_2I является сама операция T_2I , поскольку $(T_2I)(T_2I) = T_0$.

Каждое число x имеет противоположное число y с тем свойством, что $x + y$ и $y + x$ равны элементу отождествления 0 . Например, противоположным числом для 3 является число -3 , поскольку $3 + (-3) = 0 = (-3) + 3$.

Сложение и комбинацию $T - I - R$ называют *ассоциативными*, потому что мы можем сочетать средний член с любым из крайних членов в любом порядке и результат получится одинаковый.

Многие системы, как в рамках математики, так и вне математики, обладают такими же упредительными свойствами, как числа и операции $T - I - R$. Пренебрегая такими ситуациями, математики называют *группой* любой набор объектов, который обеспечен средствами комбинирования данных объектов и который удовлетворяет следующим требованиям:

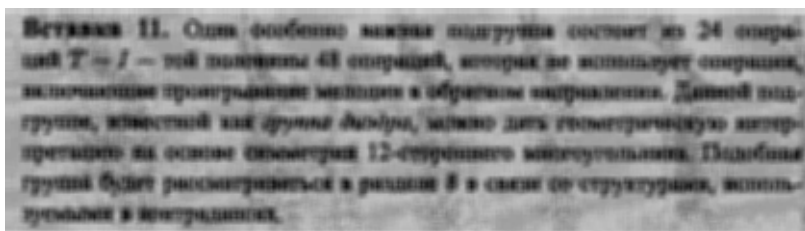
- Набор является закрытым в отношении комбинирования объектов.
- Набор включает элемент отождествления.
- Каждый объект в наборе имеет противоположность в составе набора.
- Композиции являются ассоциативными.

Обратите внимание, что набор транспозиций T_0, \dots, T_{11} сам по себе образует группу. Соединение двух транспозиций ведет к транспозиции, так что набор является *закрытым*. Он содержит в себе элемент отождествления T_0 , а противоположная транспозиция для любой из транспозиций также является транспозицией и, следовательно, входит в состав набора. И наконец, поскольку свойство ассоциативности сохраняется в любой из 48 операций, то, естественно, присутствует оно и в операциях транспозиции. Мы называем транспозиции подгруппой, входящей в состав группы из 48 операций. Ключевым свойством подгруппы является то свойство, что комбинировать операции и брать противоположные операции из числа входя-

щих в состав подгруппы можно в любом количестве, результат всегда будет в пределах подгруппы, вы никогда не выйдете в другие части большой группы. На рис. 42 перечислены некоторые из большого количества подгрупп, которые входят в состав большой группы из 48 операций (см. также вставку 11).

T_0, R, I, IR
T_0, T_6
$T_0, T_6, T_4, T_8I, T_4I, T_8I$
T_0 сама

Рис. 42



4.5. Использование групп на практике

Ну что же, все это прекрасно, но использовал ли какой-нибудь композитор такие группы и подгруппы при написании музыки в действительности? Фактически таких композиторов было несколько, особенно следует отметить композиторов, которые принадлежали к так называемой 12-тоновой школе. 12-тоновый композиционный метод использует темы, которые являются последовательностями (неудивительно!) двенадцати нот. Но не любыми такими последовательностями. Ноты должны происходить из разных классов тона. Поскольку таких классов 12, это означает, что каждый класс встречается в теме всего лишь один раз.

Некоторые короткие 12-тоновые фрагменты состоят из одной единственной такой последовательности (ее часто называют *тоновым рядом*), которая проигрывается снова и снова. Например, последовательность EDABGBbFCEbDbGbAb создает основу *Двухголосной инвенции на двенадцатитоновом ряде (Two-Voice Invention on a Twelve-Tone Row)* Ханса Елинека (Hanns Jelinek) (рис. 43). Ритмические изменения и выбор разных пред-



Рис. 43

ставителей из тонового класса помогает избежать монотонности в данном фрагменте. Однако в более длинных композициях приходится прибегать к использованию дополнительных рядов, чтобы обеспечить достаточное разнообразие. Классической 12-тоновой стратегией является извлечение этих дополнительных рядов путем применения операций $T - I - R$ к исходному ряду. (Обратите внимание на тот факт, что любая такая операция, действительно, преобразует 12-тоновый ряд в 12-тоновый ряд.) Следовательно, типичный фрагмент, построенный на том или ином ряде, может привлекать любой из связанных с ним 48 рядов, а использование связанных рядов приносит, помимо разнообразия, еще и гармонию.

Возьмем, для примера, начало концерта для скрипки Арнольда Шёнберга (Arnold Schoenberg) (рис. 44). Первые несколько тактов лежат вне основного тонового ряда $AB\flat D\sharp BEF\sharp CD\flat GAbDF$. (Как показывает данный фрагмент, 12-тоновый метод позволяет использовать другие модификации тоновых рядов, такие как проигрывание некоторых нот ряда одновременно или повторение части ряда.) Следующие несколько тактов образуют новый ряд $DC\sharp AbCGFBB\flat ED\sharp AF\sharp$ посредством применения операции $T_1 I$ к исходному ряду. Таким образом, эти два ряда являются контрапунктами друг к другу. В частности, скрипка (верхний нотный стан) играет исходный ряд, а оркестр (два нижних нотных стана) играет $T_1 I$ относительно исходного ряда. Потом ряды меняются местами, и оркестр играет исходный ряд, а скрипка — $T_1 I$. Далее (пять тактов от конца фрагмента) Шёнберг вводит повтор исходной темы в обратном нотном порядке. И, наконец, используя $T_1 IR$ исходного ряда, он завершает работу над фрагментом, достигнув двойной цели. $T_1 IR$, естественно, является комбинацией $T_1 I$ и R , которые использовались ранее. Но помимо этого, ни одно использование $T_1 I$, R

The image displays a musical score for piano, organized into five systems. Each system consists of two staves: a treble clef staff on top and a bass clef staff on the bottom. The music is written in a key signature of one flat (B-flat major or D minor) and a 2/4 time signature. The notation includes various rhythmic values such as quarter, eighth, and sixteenth notes, as well as rests and accidentals (sharps, flats, and naturals). The score shows a progression of chords and melodic lines across the systems, with some measures containing complex rhythmic patterns and others featuring sustained notes or rests.

Рис. 44

или T_1IR в дальнейшем не будет создавать новый ряд. Другими словами, четыре созданных ряда соответствуют T_0 , T_1I , R и T_1IR исходного ряда, и указанные четыре операции образуют отдельную группу, которая является составной частью группы 48 операций.

Дело не в том, что каждый 12-тоновый отрывок основывается на группах и подгруппах, и даже не в том, что каждое появление группы специально предназначалось в качестве таковой самим композитором. Можно здраво полагать, что Шёнберг использовал комбинацию T_1IR , о которой говорится выше, просто как естественное продолжение своих операций T_1I и R , не думая о том, чтобы осуществлять какую-либо математическую теорию групп. Но некоторые композиторы 12-тоновой школы вполне открыто организовывали свои произведения в соответствии с идеями теории групп.

Одним из самых выдающихся таких музыкантов является обладатель Пулитцеровской премии Милтон Баббитт (Milton Babbitt). Его работы, такие как «Заданная структура как определяющий фактор композиции» (*Set Structure as a Compositional Determinant*), объясняют использование групп и связанных с ними понятий применительно к музыкальным произведениям. Фрагменты Баббитта могут включать применение групп весьма тонким и запутанным образом.

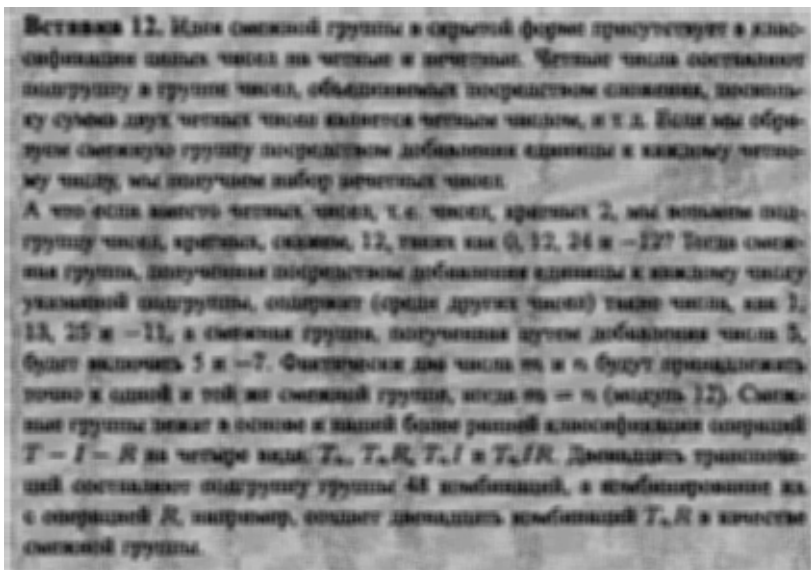
Например, рассмотрим рис. 45. Это начало первой из его «Трех композиций для фортепьяно» (*Three compositions for Piano*). В каждом такте нижний нотный стан содержит шесть нот, так же как и верхний. Основным тоновым рядом является ряд, представленный на нижнем нотном стане первых двух тактов: $BbEbFDCDbGBF\sharp AA bE$. Воздействие на указанный ряд операцией T_3IR создает нижнюю половину тактов 3–4. Так же, применяя комбинации T_9I и T_6R к основному тоновому ряду, мы получим нижние ряды тактов 5–6 и 7–8 соответственно. Так же как и в примере Шёнберга, комбинации T_0 , T_3IR , T_9I и T_6R образуют подгруппу. Кроме того, верхняя строка также выводится из основного тонового ряда через двухтактные участки, посредством комбинаций T_6 , R , T_9IR , и T_3I соответственно. По поводу указанных четырех дополнительных операций следует отметить две вещи. Во-первых, хотя сами по себе они и не составляют подгруппу, они являются результатом объединения исходной подгруппы из четырех операций с операцией T_6 : $T_6 = T_6T_0$, $R = T_6(T_6R)$, $T_9IR = T_6(T_3IR)$ и $T_3I = T_6(T_9I)$. На математическом языке комбинации T_6 , R , T_9IR , и T_3I образуют смежный класс подгруппы (см. вставку 12). Во-вторых, указанные восемь операций в подгруппе и смежном классе, взятые вместе, составляют еще одну подгруппу.

Обратите внимание также на то, что Баббитт выбрал звуковой ряд и операции таким образом, что внутри каждого такта двенадцать нот, рас-

The image shows a musical score for piano, divided into four systems. The first system is in bass clef with a 3/4 time signature. The second system is in treble clef. The third and fourth systems are in grand staff (treble and bass clefs). The music consists of intricate rhythmic patterns and chromatic scales, with various accidentals and rests.

Рис. 45

положенных на двух нотных станах, создают звуковой ряд. И фактически он и далее скрыто использовал теорию групп внутри основного звукового ряда в соотношениях нот. В довершение всего, работая с классами тона, Баббит отразил данные операции и в своих ритмических структурах. Например, основной звуковой ряд появляется в тактах 1–2, ритмически разбитых на группы по 5, 1, 4 и 2 ноты. Когда происходит обратный повтор нот ряда (или транспозиционный обратный повтор), изменяется на обратную и модель ритма: 2, 4, 1, 5. Когда происходит инверсия, модель переворачивается, отражая числа в зеркале, позиционированном в числе 3, а именно: превращая ряд 5, 1, 4, 2 в ряд 1, 5, 2 и 4. Естественно, при преобразова-



нии основного звукового ряда посредством инверсии и реверсии Баббитт использовал ритм 4, 2, 5, 1.

И все это в первых восьми тактах! Конечно же, среди композиторов Баббитт занимает особое место в смысле его интереса к математике и ее изучения — он даже преподавал математику на университетском уровне. Но он не единственный использовал группы в музыке, несколько абзацев в типовых музыковедческих книгах по 12-тоновому сочинению звучат как тексты по математике.

Групповая теория применяется в разных областях. Каждый раз, когда вы анализируете то, как что-то, особенно операции, комбинируются друг с другом, вы это делаете, скорее всего, на фоне скрытых групп. Поэтому использование групп в музыке не является чем-то экстраординарным. В действительности, следующий раздел продемонстрирует нам, как совершенно в другом контексте музыканты разработали многие идеи по теории групп не только задолго до появления 12-тоновой школы, но даже до того, как сами математики обозначили понятие группы.

5. Колокола и группы

Прежде всего, может показаться, что не стоит заниматься таким стилем музыки, как так называемым вызваниванием на колоколах. Сочинение

музыки для фортепьяно может использовать 88 разных нот. Музыка для оркестра имеет в своем распоряжении еще большее количество нот и, кроме того, ряд резонансов, доступный для разных инструментов. В отличие от всего этого, вызванивание на колоколах может использовать лишь шесть или семь нот, проигрываемых на колокольныхх. Но в таких весьма ограниченных рамках вызванивание на колоколах получило развитие как очень тонкий вид искусства. Его вековые традиции продолжают и сегодня, и звон колоколов на тысячах колоколен, особенно в Англии, является тому подтверждением.

5.1. Считаем вариации

Каким же образом создается колокольная музыка, чтобы предложить что-то интересное из такого, казалось бы, скудного материала? Так же как и 12-тоновая музыка, описанная в предыдущем разделе, вызванивание на колоколах полагается на ряд последовательностей, каждая из которых состоит из доступных нот, и каждая доступная нота звучит только один раз. Но есть существенные различия. Во-первых, вместо двенадцати классов тона хроматического звукоряда вызванивание на колоколах использует меньший набор нот, как уже говорилось ранее. В действительности, традиционное обозначение, используемое для такого рода музыки, даже не обозначает используемые классы тона. Ноты просто нумеруются 1, 2, 3, . . . , где 1 обозначает звук колокола с самым высоким тоном, 2 — второй по высоте тон и т. д. Более того, вызванивание на колоколах использует не какое-то количество последовательностей, а *все* возможные последовательности нот. Рассмотрим, к примеру, перезвон на трех колоколах. Существует шесть разных вариантов расположения нот, которые возможно образовать: 123, 132, 231, 312 и 321. Каждая такая последовательность называется *вариацией*, откуда и идет название стиля¹¹. Используя данные вариации в качестве компоновочных блоков, мы можем собрать следующий музыкальный фрагмент: 123213231321312132123. Структура такого фрагмента становится более понятной, если записать вариации по одной в строке:

123
213
231
321
312
132
123

¹¹ Английское название «change-ringing» дословно переводится как «переменный перезвон». — *Прим. пер.*

Обратите внимание, что первая и последняя вариации являются одинаковыми и состоят из колоколов, которые звучат в порядке от колокола с самым высоким тоном до колокола с самым низким тоном. Между ними стоят все остальные вариации, каждая только один раз.

Говоря в общем, так называемый *предел* на данное количество колоколов включает в себя разные вариации звучания колоколов, организованные в соответствии с определенными правилами. Предел на количество колоколов, равное n , начинается и заканчивается с вариации $12 \dots n$. А в середине каждая возможная вариация n колоколов звучит один и только один раз.

Естественно, в связи с вышесказанным возникает вопрос: сколько вариаций возможно с количеством колоколов n ? Ответ покажет, сколько времени занимает исполнение предела в полном объеме. Очевидно, что если колокол всего один, то и количество вариаций будет равно единице. На два колокола мы можем составить две вариации, а именно 12 и 21. И, как мы уже видели, использование трех колоколов ведет к созданию шести разных вариаций.

n	$1 \times \dots \times n$
1	1
2	2
3	6
4	24
5	120
6	720
7	5 040
8	40,320

Рис. 46

Обратите внимание, что любая вариация, составленная с колоколами 1, 2 и 3, должна включать использование звона колоколов 1, 2 в определенной последовательности. Если такой последовательностью является последовательность 12, тогда мы можем добавить колокол 3 в начале, в середине или в конце, получив при этом вариации 312, 132 или 123. Подобным же образом, если колокола 1 и 2 появляются в последовательности 21, тогда вновь колокол может занять три позиции, образовав вариации 321, 231 и 213.

Данное наблюдение указывает нам путь к созданию общей модели. Вариации на колоколах 1, 2, 3 и 4 возникают благодаря расширению каждой из вариаций трех колоколов до четырех разных вариаций. Например, если мы добавим колокол 4 к последовательности колоколов 312, мы получим вариации 4312, 3412, 3142 и 3124. Следовательно, каждая из шести возмож-

ных вариаций на трех колоколах ведет к четырем вариациям с добавлением четвертого колокола, итого получается $6 \times 4 = 24$. Точно так же, каждая из вариаций для 4 колоколов с добавлением пятого колокола дает в результате пять вариаций. Таким образом, существует $24 \times 5 = 120$ способов расположить в последовательность пять колоколов. В общем, количество вариаций на n колоколах равно $1 \times 2 \times \dots \times n$, т.е. произведению чисел от 1 до n включительно.

Из таблицы на рис. 46 мы видим, что по мере того, как количество колоколов увеличивается, значительно возрастает и возможное число комбинаций. Семиколокольный предел включает 5040 разных вариаций плюс повторение вариации 1234567. Когда в вариации звучат семь колоколов, то предел составляет $5041 \times 7 = 35\,287$ звонов. Если очень приблизительно посчитать, что в секунду будет звучать пять разных звонов, то исполнение всего предела займет примерно два часа. Подобные расчеты приводят нас приблизительно к 18 ч исполнения предела на восьми колоколах. Нет необходимости говорить, что пределы, исполняемые на восьми колоколах, звучат не слишком часто. (На основании тех же расчетов, существует $1 \times 2 \times \dots \times 12 = 479\,001\,600$ 12-тоновых последовательностей. Право же, композиторам 12-тоновой школы не стоит бояться того, что материал, на основе которого они сочиняют музыку, вдруг иссякнет.)

5.2. Ограничения хода

Другое правило составления вариаций идет от необходимости учитывать физические ограничения при игре на колоколах. Колокола на колокольнях могут весить до 4 тонн (рис. 47, а и рис. 47, б). Следовательно, требуется определенное количество времени, чтобы позвонить в каждый колокол, — примерно от 2 до 3 с. Тяжелые предметы просто не могут двигаться очень быстро! (см. вставку 13.) Поэтому невозможно повторить ноту на колоколе так же быстро, как на более распространенных инструментах. По этой причине не получится сыграть вариацию 314652 сразу же после вариации 214653. Необходимо некое отставание при игре с использованием 2 колокола, если его использовать подряд, то будет прерываться равномерное звучание мелодии. В действительности, вариация, которая следует за вариацией 314652, должна включать звучание колокола 2 либо на последней в последовательности позиции, либо на предпоследней позиции, чтобы исполнитель имел достаточно времени выполнить этот звон.

В силу всего вышесказанного звонари следуют такому правилу: при переходе от одной вариации к другой каждый колокол остается либо на той же позиции в последовательности, либо меняется позициями с тем колоколом, который является соседним в последовательности, т.е. стоит



Рис. 47, а

Вставка 13. Проще всего научиться на колоколах требует несколько человек, по одному на каждой колоколе или держат. Для того чтобы научиться колоколам, необходимо время — это время достижима зрелая, сбалансированная, индивидуальность. Должен быть выходящий своей частью работы еще до того, как колокол замучит. В таком случае лучше избегать ошибок, если нечего сказать за веревку? Способность при помощи зрелости сосредоточиться на дне, в конце время начинать играть в свой колокол, чтобы не нарушить, научиться адаптироваться обратной системы, вместе зрелыми как выходящие зрелые. Должны зрелые и держат зрелыми зрелыми зрелыми зрелыми, эту сложную музыку зрелыми образом.

непосредственно до него или сразу же после него. Например, за последовательностью 314652 может идти последовательность 134562, в которой меняются местами смежные числа 3 и 1, а также 6 и 5. Также за вариацией 314652 может следовать вариация 341652 или 136425, но не 413652 или 214653. Рис. 48 иллюстрирует данные пять указанных случаев в соответствующем порядке. Таким образом, правило смежности гарантирует, что в шестиколокольном пределе два любых последовательных звона данного колокола разделены по меньшей мере четырьмя звонами других колоколов, что даст звонарю достаточно времени для того, чтобы привести данный колокол в движение.

Предел, исполняемый на трех колоколах, который в качестве примера представлен в начале данного раздела, также подчиняется правилу смежности. И даже при соблюдении данного правила последовательные звоны

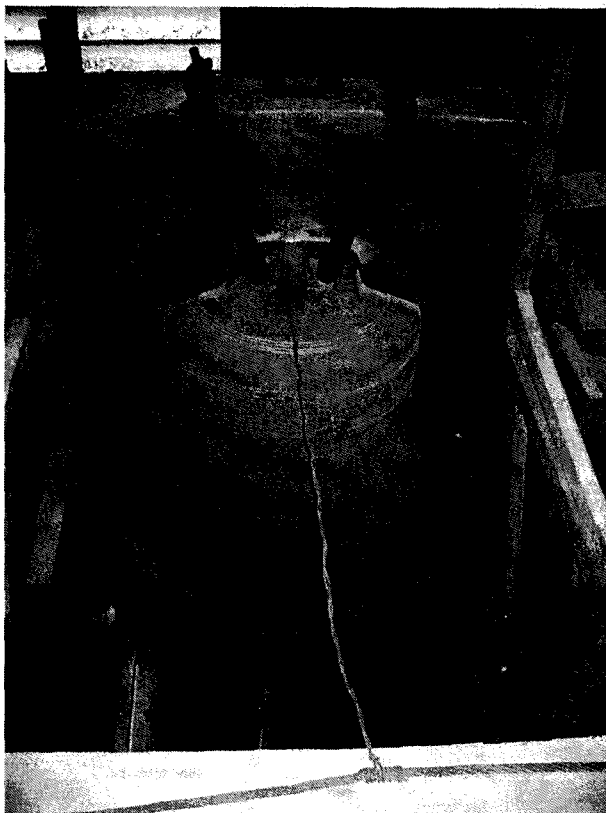


Рис. 47, б

каждого колокола в этом пределе звучат близко друг к другу. В результате предел, исполняемый на трех колоколах, должен исполняться очень медленно. И звонари могут позволить себе исполнять его медленно. Что касается длинных пределов, то правило смежности позволяет исполнять их в нужном темпе.

Сейчас, в качестве головоломки, можете попробовать свои силы в составлении предела для четырех колоколов, который будет соответствовать правилу смежности. Такие пределы существуют, хотя заранее это не очевидно. В действительности, очевидным для вас не является даже то, что ограничение, действующее в отношении обмена позициями смежных колоколов, позволяет вам получить все возможные вариации. А еще менее очевидным

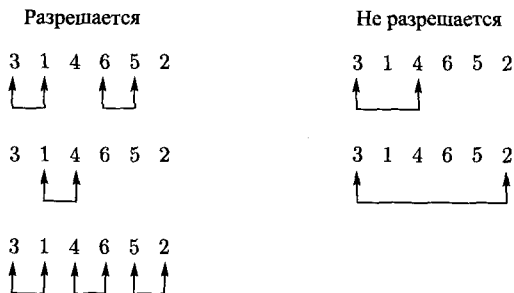


Рис. 48

является то, что каждую вариацию необходимо составить ровно один раз, прежде чем завершить предел той вариацией, с которой вы его начали.

Но вы способны это сделать. Не важно, на сколько колоколов рассчитана вариация, вы можете преобразовать любую вариацию в другую, просто меняя местами смежные ее члены. Защитой от неумелого обращения послужит стратегия, при которой вы будете ставить колокола в нужную вам позицию, перемещая их по шагу за вариацию, начиная с крайней правой позиции. Например, вы хотите преобразовать вариацию 123456 в вариацию 532614. Сначала передвинем колокол 4 в крайнюю правую позицию, дважды поменяв его местами с правым смежным колоколом.

```

1 2 3 4 5 6
      ↓
1 2 3 5 4 6
      ↓
1 2 3 5 6 4

```

Далее, переместим вправо 1-ый

```

1 2 3 5 6 4
      ↓
2 1 3 5 6 4
      ↓
2 3 1 5 6 4
      ↓
2 3 5 1 6 4
      ↓
2 3 5 6 1 4

```

В качестве бонуса указанные операции ставят на нужное место колокол 6, так что теперь остается переместить на два шага колокол 2 и, наконец, колокол 3.

$$\begin{array}{c}
 2\ 3\ 5\ 6\ 4\ 1 \\
 \updownarrow \\
 3\ 2\ 5\ 6\ 1\ 4 \\
 \updownarrow \\
 3\ 5\ 2\ 6\ 1\ 4 \\
 \updownarrow \\
 5\ 3\ 2\ 6\ 1\ 4
 \end{array}$$

5.3. Колокольные буквы

Прежде чем двигаться далее, нам необходим менее громоздкий способ описания действия замены в вариации. В трех операциях предыдущего примера мы меняли местами два крайних левых колокола друг с другом. Будет, как вы увидите, гораздо более удобным, если мы будем использовать более короткий способ для обозначения замены определенных позиций друг на друга, независимо от того, какие колокола занимают эти позиции в настоящее время. Обозначим позиции как A, B, C, \dots справа налево. Тогда (AB) будет обозначать замену колоколов в позициях A и B , т. е. двух крайних левых колоколов. Наш пример использовал замену (AB) , когда места A и B были заняты колоколами 1 и 2, колоколами 2 и 3 и колоколами 3 и 5. Также замена (BC) обозначает замену колоколов, которые находятся в второй и третьей позициях слева и т. д. Пример был начат с замены (DE) , за которой следовала замена (EF) . В целом мы выполнили последовательность замен $(DE)(EF)(AB)(BC)(CD)(DE)(AB)(BC)(AB)$.

Обратите внимание на параллели с транспозициями, инверсиями и обратным повтором, о которых говорилось в предыдущем разделе. Замены работают в отношении вариаций так же, как операции $T - I - R$ работают в отношении 12-тоновых рядов. Мы можем комбинировать замены в последовательности, подобные вышеуказанной, точно так же, как мы можем комбинировать операции $T - I - R$. И что самое главное, последовательность замен образует группу. Теория группы, в действительности, пронизывает все выстраивание пределов вызывания на колоколах. (Но с исторической точки зрения колокола представляют собой отличную от 12-тоновой музыки ситуацию (см. вставку 14).)

Вспомним, что каждая группа должна включать элемент отождествления, который, при объединении его с любым элементом группы, оставляет все неизменным. Мы рассматривали фиктивную операцию в окруже-

Выставка 14. Кристоферус, такие как Маттео Зиббети, использовали ноты хорошо разработанный математический теория групп в своих сочинениях. С другой стороны, высказывание на колоколах вышло на одну заданную до появления теории групп. Фабий Стедина (Fabius Steffani) (1640–1713) систематизировал искусство высказывания, обнаружив структуру в симфониях высказывания. Данный раздел затрагивает только часть данной структуры, ту, которую удобнее всего описать на основе групп. На общие понятия о группах не было сформулировано математическое искусство до 1830-х годов. Понятия Стедина, которые представляли абстрактную теорию более чем на столетия, были отображены в историческом контексте искусства.

нии $T - I - R$ как транспозицию на нулевое количество полутонов. Подобным же образом, в отношении колоколов, мы можем описать тождество как последовательность нулевых замен. Если это покажется неясным, мы можем записать тождество как $(AB)(AB)$, поскольку такая двойная замена не имеет результирующего эффекта. В общем, результатом замен $(BC)(BC)$, или $(CD)(CD)$, или любой другой в соединении с собой является тождество. Это означает, что каждая замена является собственной инверсией. (Запомните, что две операции являются взаимобратными, или противоположными, если их комбинация дает в результате тождество.) Можно легко удостовериться в том, что инверсией любой последовательности замен является последовательность, которая просто записана в обратном порядке. Например, инверсией $(BC)(AB)(BC)(CD)$ является последовательность замен $(CD)(BC)(AB)(BC)$, так как они комбинируются, чтобы образовать:

$$\begin{aligned} & (BC)(AB)(BC)(CD)(CD)(BC)(AB)(BC) = \\ & = (BC)(AB)(BC)(BC)(AB)(BC) = \\ & = (BC)(AB)(AB)(BC) = \\ & = (BC)(BC) = \\ & = \text{тождество.} \end{aligned}$$

5.4. Модели и смежные классы

Как мы уже видели, любая перестановка в порядке звучания колоколов может быть достигнута за счет составления подходящей последовательности замен. Поэтому, в отличие от группы $T - I - R$, которая от любого заданного ряда может создать лишь небольшую часть 12-тоновых рядов, последовательности замен создают все возможные вариации. Давайте вновь

вернемся к нашему пределу для трех колоколов. Переходы от одной вариации к другой в данном пределе происходят через замену (AB) или через замену (BC).

```

1 2 3
(AB)
2 1 3
   (BC)
2 3 1
(AB)
3 2 1
   (BC)
3 1 2
(AB)
1 3 2
   (BC)
1 2 3
    
```

Так, (AB) преобразует 123 в 213, (AB)(BC) преобразуют 123 в 231, (AB)(BC)(AB) преобразуют 123 в 321 и т. д. Последовательность (AB)(BC)(AB)(BC)(AB)(BC) — $((AB)(BC))^3$, если коротко, — это тождество, поскольку результирующего изменения из него не следует. Подводя итог, последовательности (AB), (AB)(BC), (AB)(BC)(AB), (AB)(BC)(AB)(BC), (AB)(BC)(AB)(BC)(AB) и тождество составляют группу всех возможных способов перегруппировки колоколов. На языке математики перегруппировки называются *перестановками*, и, таким образом, указанные шесть последовательностей образуют полную группу перестановки для трех колоколов.

В группе из четырех колоколов ситуация складывается другая. Если мы попытаемся чередовать (AB)(CD) с (BC), например, то мы получим в результате следующее:

```

1 2 3 4
(AB) (CD)
2 1 4 3
   (BC)
2 4 1 3
(AB) (CD)
4 2 3 1
   (BC)
4 3 2 1
(AB) (CD)
3 4 1 2
   (BC)
3 1 4 2
(AB) (CD)
1 3 2 4
    
```


На данном этапе еще одна замена (BC) восстановила бы исходный порядок. Для этого потребовалось бы всего восемь вариаций, а не 24. Говоря языком теории групп, $((AB)(CD)(BC))^4$ является тождеством, а разные комбинации (AB)(CD) и (BC) образуют подгруппу только с восемью членами. Но мы можем выйти из данной подгруппы, добавив лишь одну замену (CD). Эта замена выводит нас из подгруппы и переводит в один из ее классов смежности (см. вставку 15). Сейчас, резюмируя модель чередования замен (AB)(CD) и (BC), мы получаем другие члены этого класса смежности.

```

1 3 2 4
      (CD)
1 3 4 2
(AB) (CD)
3 1 2 4
      (BC)
3 2 1 4
(AB) (CD)
2 3 4 1
      (BC)
2 4 3 1
(AB) (CD)
4 2 1 3
      (BC)
4 1 2 3
(AB) (CD)
1 4 3 2

```

Вставка 15. Из предыдущего раздела мы знаем, что смежный класс подгруппы получается путем комбинаирования обозначенного члена группы со всеми членами данной подгруппы. Но, в общем, имеет значение и порядок комбинации. $(AB)(BC) \neq (BC)(AB)$, так же как $T_1T \neq TT_1$. Поэтому, строго говоря, существует два вида смежных классов, они называются классы смежные левосторонние и классы смежные правосторонние. Левосторонний (соответственно, правосторонний) смежный класс состоит из комбинаций, в которых обозначенный член группы пишется слева (соответственно, справа) от члена подгруппы. Обычно левосторонние и правосторонние смежные классы отличаются друг от друга. Я использую левосторонние смежные классы и для простоты продолжу называть их просто смежными классами.

И вновь замена (BC) приведет к повторению ранее полученной вариации, но замена (CD) выведет нас на следующий класс смежности, и мы сможем

продолжить.

1 4 3 2
(CD)
1 4 2 3
(AB) (CD)
4 1 3 2
(BC)
4 3 1 2
(AB) (CD)
3 4 2 1
(BC)
3 2 4 1
(AB) (CD)
2 3 1 4
(BC)
2 1 3 4
(AB) (CD)
1 2 4 3
(CD)
1 2 3 4

Последняя выполненная замена (CD) приводит нас к исходному ряду 1234 после выполнения всех других вариаций.

Смежные классы подгрупп оказываются очень удобными в моделировании пределов. Они занимают значительное место в структурах многих пределов, особенно тех, которые предназначены для большого количества колоколов. Полезность их, в большой мере, заключается в том, что смежные классы любой подгруппы какой-либо группы (считая саму подгруппу одним из ее смежных классов) разделяют всю группу на несколько неперекрывающихся частей. На рис. 49 схематично представлена общая ситуация. В нашем случае с четырьмя колоколами 24-членная группа перестановки разлагается на подгруппу и два ее смежных класса. Кроме того, в каждой из этих частей восемь членов. Такое беспристрастное разделение сохраняется вообще — каждый смежный класс подгруппы включает такое же число объектов, какое есть в подгруппе. (С надлежащим толкованием слова «число» предыдущее утверждение остается верным, даже если в группе бесконечно много членов.) В качестве побочного продукта отсюда следует, что число объектов в целой группе должно быть кратным числу объектов в подгруппе. Следовательно, ни группа перестановки для четырех колоколов (24 члена), ни группа $T - I - R$ (48 членов) не могут включать подгруппу, которая бы состояла ровно из пяти объектов.

<u>Подгруппа</u>	Смежный класс	Смежный класс	Смежный класс	Смежный класс	Смежный класс
Смежный класс	Смежный класс	Смежный класс	Смежный класс	Смежный класс	Смежный класс

Рис. 49

5.5. Четные колокола, нечетные колокола

Другие понятия теории групп начинают действовать в моделировании пределов. Одна весьма важная идея связывает воедино разные способы выражения одной и той же перестановки. Мы уже встречали несколько описаний тождества: $(AB)(AB)$, $((AB)(BC))^3$ и $((AB)(CD)(BC))^4$, а также последовательность нулевых замен. Обратите внимание на количество замен в каждой из указанных разных представлений тождественности: 2, 6, 12 и 0. Это все четные числа. И это не совпадение, а, скорее, часть общей модели. Любое подобное выражение для тождества должно состоять из четного количества замен. И как бы вы ни пытались, вы не сможете написать тождество как комбинацию, скажем, 999 замен. С другой стороны, некоторые другие перестановки вы сможете написать, используя лишь нечетное количество замен. Например, $(AB)(BC)(AB)$ можно также написать как $(BC)(AB)(BC)$ или как $(DE)(AB)(DE)(BC)(DE)(AB)(DE)$, но никогда в качестве комбинации 1 000 замен. Каждая перестановка, по существу, может быть классифицирована таким способом либо как четная, либо как нечетная. Вы можете выразить четные (соответственно, нечетные) перестановки лишь на основе четного (и, соответственно, нечетного) числа замен.

Кроме того, ровно половина перестановок, возможных для данного набора колоколов, является четной и половина — нечетной. Четные перестановки образуют подгруппу. (Комбинирование четного числа замен с четным числом замен дает четное число. Инверсия четной последовательности замен выражается в четном их количестве, поскольку инверсию можно образовать, просто перевернув исходную последовательность.) Объединение всех четных перестановок с одной заменой создает нечетные перестановки как смежный класс.

Такие факты о четных-нечетных количествах ведут к разным последствиям в моделировании пределов. Например, если вы всегда двигаетесь от вариации к вариации посредством четного количества замен, вы не получите полный предел. Поэтому вы, к примеру, не можете построить предел для пяти колоколов, просто двигаясь с помощью замен $(AB)(CD)$,

(AB)(DE) и (BC)(DE). Чтобы получить другой результат, рассмотрите предел, который развивается пошагово, по одной замене за раз. Если каждая вариация получается из другой вариации посредством единственной замены, тогда предел будет чередовать четные и нечетные расположения. Таким образом, начиная с 12345, вариация 21345 может, по-видимому, появиться либо первой, либо третьей после ряда 12345 и т. д., но никогда второй, четвертой или 100-й после нее.

Вызывание в колокола использует и несколько других аспектов теории групп. Хотя искусство вызывания и не является творением профессиональных математиков, оно опирается на весьма сложный математический фундамент. Вместо традиционных мелодий большая часть красоты такой музыки извлекается из богатства структуры, скрытой внутри такого простого материала, как расположение малого числа нот.

6. Музыка, созданная на основе фактора случайности

Хотя большая часть музыки сочиняется с большей или меньшей степенью продуманности, случаются и исключения. Возьмем, к примеру, «музыкальную подвеску». Изготовитель «музыкальной подвески», конечно, определяет тон каждой ноты, которая будет звучать. Но порядок звучания нот непредсказуем и зависит лишь от дуновения ветерка, изменяясь с каждым его новым порывом. Такая музыка *случайна*.

Менее распространенный инструмент, Эолова арфа, также работает от дуновения ветра, на основе случайности. Но фактор случайности в музыке может действовать и в других формах. Разные композиторы использовали различные предметы для создания случайного фактора при сочинении музыки для стандартных инструментов. Создание музыки подобного рода было очень распространено в XVIII и XX веках. В данном разделе мы предложим читателю несколько примеров экспериментов с сочинением музыки, которая подчиняется воле случая.

6.1. Музыка, созданная на основе игры в кости

Во второй половине XVIII века возникла настоящая эпидемия музыкальных игр в кости, которые являлись музыкальным эквивалентом детскому набору для творчества «Раскрась по цифрам». Иоганн Филипп Кирнбергер (Johann Philipp Kirnberger) положил начало этому увлечению в 1757 году своей самой первой опубликованной работой. Его примеру последовали другие композиторы. На протяжении последующих пятидесяти лет появилось множество музыкальных игр в кости, авторство некоторых приписывали таким выдающимся личностям, как К. Ф. Э. Бах, Гайдн и Моцарт.

Заголовок публикации Кирнбергера был относительно скромным: «Der allezeit fertige Menuetten- und Polonoisen-komponist» («Всегда готовый композитор менуэтов и полонезов»). Название музыкальной игры в кости Пьера Хоеги (Pierre Hoegi) было более характерным для данного жанра. Оно звучало так: «Табличная система, руководствуясь которой, искусство сочинения менуэтов становится таким простым, что любой человек, даже ничего не знающий о музыке, может сочинить десять тысяч разных менуэтов самым приятным и правильным образом». Несмотря на многословие, название Хоеги явно преуменьшает возможности его системы. Мы увидим, что типичная игра в кости дает возможность создать триллионы произведений. С другой стороны, название игры Гайдна «Un infinito numero di minuettie trio» («Бесконечное число трио менуэтов») заходит, пожалуй, слишком далеко!

Каков же принцип действия указанных игр? Если описать это коротко, то суть в следующем: композитор сочиняет несколько музыкальных фрагментов, а вы, в качестве игрока, бросаете кубик, чтобы выбрать, какой фрагмент играть. Давайте разберем две игры более детально. Игра Кирнбергера приводит к созданию произведений танцевальной музыки, которые называются полонезами. Каждый созданный таким образом полонез состоит из четырнадцати тактов, которые проигрываются один за другим. Кирнбергер сочинил одиннадцать разных вариантов каждого такта. Другими словами, у вас есть выбор между одиннадцатью вариантами первого такта и одиннадцатью другими вариантами для второго такта и т. д. Все одиннадцать вариантов для одного такта задействуют одну гармоническую схему. Таким образом, Кирнбергер гарантировал, что любой выбранный вариант для каждого такта будет гармонично звучать с любыми другими вариантами других тактов, и в результате получится приятная мелодия полонеза. Каким же образом происходит выбор тактов? Именно здесь используются кубики. Вы бросаете пару кубиков, складываете выпавшие числа, и в результате получаете сумму в пределах от 2 до 12 включительно. Игра Кирнбергера включает схему, на которой указано, какой вариант такта соответствует той или иной получившейся сумме.

Примерно в 1790 году появилась подобная, но более простая игра, авторство которой приписывалось Францу Йозефу Гайдну, хотя есть сомнения в том, что эту игру действительно придумал Гайдн. В этой игре вы получаете трио менуэтов (см. вставку 16), бросая один кубик. Следовательно, выбор происходит из шести возможных вариантов для каждого такта, полное трио состоит из шестнадцати тактов. На рис. 50, *a* и рис. 50, *b* вы видите музыку, расположенную в сетке с количеством ячеек 6 на 16. В первой колонке расположены шесть вариантов для первого такта, во вто-

Вставка 16. Почему произведения, предназначенные для исполнения на одном инструменте фортепиано, называются «трио»? Музыка для инструментального трио обычно пишется в форме АВА. Другими словами, на первой мелодии А следует вторая мелодия В, а затем повторяется первая мелодия А. Традиционно во второй мелодии тональность сменялась, и в ней присутствовало сочетание трех частей, как будто для трех исполнителей. Эта средняя часть часто получала название «трио», и название стало применять ко всему произведению. Таким образом, хотя в произведениях Гайдна нет гармоничных трех частей, оно по-прежнему называется «трио». В действительности, данным названием часто пользовались от трио на другие произведения, также как марши и танцы, и стали «трио» для фортепиано. Указанные произведения обычно идут в более сложной форме, чем форма АВА, но она также включает триады в другую тональность в середине композиции. Та часть произведения, которая включает другую тональность, также называется «трио».

рой — шесть вариантов для второго такта и т.д. Например, вы играете трио менуэта по первому ряду сетки. Это будет соответствовать случаю, когда на брошенном шестнадцать раз кубике все шестнадцать раз выпало число 1.

Первое представление игры в трио немного скрывало эту простую структуру. Вместо того, чтобы расположить варианты в понятной сетке с количеством ячеек 6 на 16, где все варианты одного такта находятся в одной колонке, издатели растянули 96 тактов в один ряд. Кроме того, они перемешали порядок тактов. (Число, напечатанное в каждом такте ячейки мелким шрифтом, указывает на позицию такта в первоначальном варианте расположения в один ряд.) Поэтому прилагалась схема, которая служила для игроков руководством, как пользоваться длинным рядом. Например, в схеме указывалось, что выброшенным числам 1, 2, 3, 4, 5, 6 на кубике соответствовали такты 72, 56, 75, 40, 83, 18. Все это, конечно, усложняло игру и служило единственной цели — сделать процесс как можно более таинственным и магическим.

6.2. Триллионы трио

Удивительно, сколько произведений можно создать из нескольких тактов, используя музыкальные игры в кости. Например, возьмите трио Гайдна. У вас есть выбор из шести вариантов для первого такта, затем для каждого из указанных вариантов можно использовать шесть других вариантов второго такта. Таким образом, $6 \times 6 = 36$ вариантов первых двух тактов.

Часто ситуации, подобные вышеописанной, изображают схемой ветвления (рис. 51). На схеме четко отображено шесть способов соединить два результата последовательного выбора. Далее каждый из 36 указанных вариантов разветвляется еще на шесть возможных вариантов третьего такта. Следовательно, получается $36 \times 6 = 216$ разных вариантов первых трех тактов и т. д.

Скажем, у вас есть последовательность возможностей для выбора вариантов. Если вам известно количество вариантов для каждого члена последовательности, то можно подсчитать, сколько в вашем распоряже-

The image shows a musical score for a Trio for Menuettes, consisting of six systems of piano and bass staves. Each system contains two staves (treble and bass clef) with musical notation. In the center of each measure, there is a small box containing a number, representing a choice for that measure. The numbers are: System 1 (72, 6, 59, 25, 11, 41, 19, 13); System 2 (50, 12, 42, 74, 14, 7, 24, 21); System 3 (75, 39, 54, 1, 65, 44, 15, 80); System 4 (40, 73, 14, 68, 29, 55, 2, 61); System 5 (85, 5, 28, 51, 37, 17, 44, 70); System 6 (18, 45, 62, 38, 14, 27, 52, 94).

Трио для менуэтов

Рис. 50, а. Для исполнения: начните слева и выбирайте любую ячейку из каждой колонки. Чтобы сочинить трио при помощи кубика, пользуйтесь значениями, указанными в центре такта

Рис. 50, б. Полное непрерывное исполнение всех вариантов данных трио в равном темпе менуэта заняло бы всего лишь 900 000 лет (без повторов). Игра приписывается Йозефу Гайдну

нии имеется способов соединения всего набора возможностей. Для этого нужно просто умножить соответствующие количества вариантов. Это правило, известное еще как *принцип умножения*, оказывается весьма полезным в разных случаях подсчета. В действительности, мы уже использовали его в разделе 5. Формула, по которой рассчитывается количество вариантов расположения набора нот, является частным случаем принципа умножения. А именно: в расположении количества нот, равного числу n , вы выполняете последовательность выборов — какую ноту поставить на первое место, какую из оставшихся нот поставить на вторую позицию и т. д. Существует n способов сделать первый выбор, $n - 1$ спо-

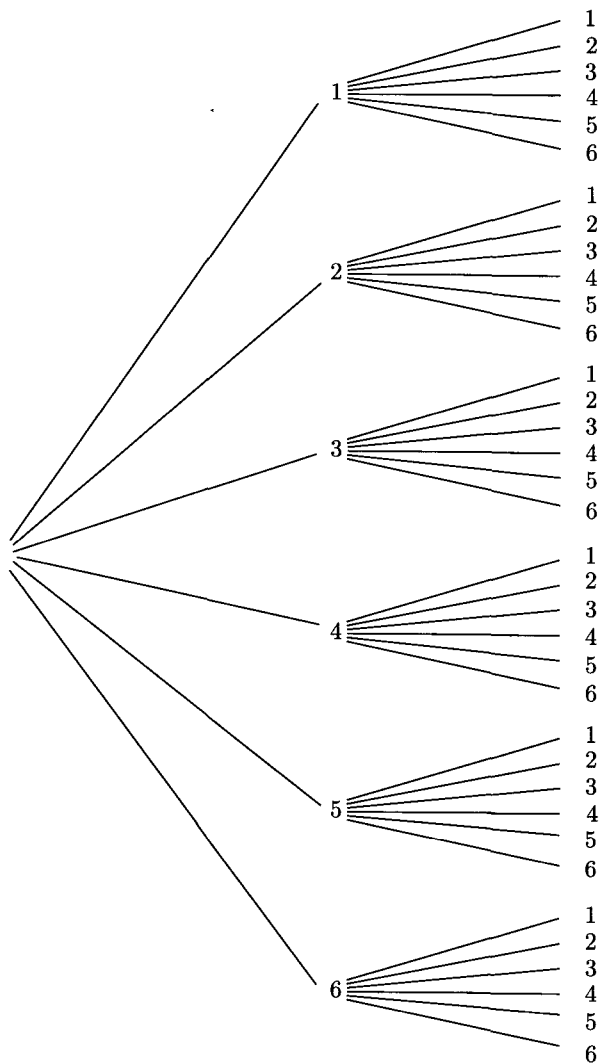


Рис. 51

способов сделать второй выбор и т.д. Это предполагает, как мы уже заметили, что существует $n \times (n - 1) \times \dots \times 1$ разных способов расположения.

В случае трио Гайдна шестнадцать тактов дают шестнадцать множителей шести для выполнения умножения, поэтому общее количество возможных трио равно

$$6 \times 6 \times \dots \times 6 = 6^{16} = 2\,821\,109\,907\,456.$$

Немалое количество трио всего лишь для 96 тактов! В действительности, я обманул вас совсем чуть-чуть. Если вы внимательно посмотрите на музыку, то увидите, что для последнего такта не существует шести разных вариантов. Гайдн немного поленился и написал лишь три разных варианта, используя каждый из трех в четырех случаях разного падения кубика. Также у вас есть всего лишь четыре разных варианта для восьмого такта. Так что количество трио, действительно, составляет «всего лишь»:

$$6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 4 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 3,$$

или 940 369 969 152. Если вы будете бросать кубик и получите в результате трио, вы почти наверняка получите такое, которое еще никто никогда не получал и вряд ли кто-либо получит такое же в будущем. Игра Кирнбергера рождает еще большее количество вариантов полонеза: 11^{14} , что в результате равно почти 380 триллионам.

Существует важное отличие между использованием одного или двух кубиков в музыкальных играх в кости, хотя, на первый взгляд, оно вряд ли является очевидным. Рассмотрим трио Гайдна (один кубик) и полонезы Кирнбергера (два кубика). Для простоты сделаем вид, что Гайдн не ленился и создал шесть действительно разных вариантов для каждого такта. *Тогда каждый из 6^{16} вариантов трио имеет равные шансы на реализацию, но 11^{14} полонезов не равны в своих шансах выпасть в качестве реального варианта.*

Давайте рассмотрим указанные шансы подробнее. В каждом одном броске кубика каждое из чисел от одного до шести имеет равные шансы на появление. Поэтому, в конечном счете, мы ожидаем, что число 1 выпадет в $1/6$ случаев, число 2 выпадет также в $1/6$ случаев и т. д. Если вы бросите кубик шесть миллионов раз, то можно ожидать, что каждое число появится в результате броска 1 миллион раз. Обычно говорят, что вероятность выпадания каждого числа равна $1/6$.

Поскольку шансы получить любое число из шести после любого броска кубика равны, то любая итоговая последовательность из шестнадцати чисел также вероятна, как любая другая такая последовательность. В нашем контексте появление любого из 6^{16} возможных трио Гайдна также вероятно, как и всех остальных — 1 в 6^{16} . Другими словами, вероятность выбора любого конкретного трио равна $1/6^{16}$.

6.3. Вероятность под угрозой

К данному числу вероятности мы можем прийти в результате другого способа вычислений, который позднее подтвердит свою полезность. Скажем, мы собираемся найти степень вероятности того, что кубик выпадет в последовательности 4, 2, 5, ... Вероятность того, что первым числом будет 4, равна $1/6$ раз. Вероятность того, что вторым числом в последовательности будет 2 равна $1/6$ раз от $1/6$ первого числа вероятности. Другими словами, вероятность того, что последовательность будет начинаться именно с чисел 4, 2, будет равна $1/36$. Степень вероятности того, что третьим числом в данной последовательности будет 5, равна $1/6$ от $1/36$ степени вероятности первых двух чисел, и т. д. Поэтому любая последовательность из 16 чисел выпадет с вероятностью $1/6 \times 1/6 \times 1/6 \times \dots \times 1/6$ с шестнадцатью множителями $1/6$. Следовательно, степень данной вероятности составит $(1/6)^{16} = 1/6^{16}$, как мы уже рассчитали ранее.

Как вы видите, в данном случае оказывается задействованным принцип умножения для вероятностей, хотя я выразил его в такой-то доле раз. Указанный принцип наиболее очевиден в схеме ветвления, подобной той, которую мы рассматривали ранее. В каждой позиции ответвления пометьте каждую ветвь вероятностью ее отбора. Принцип умножения вероятностей гласит, что для того, чтобы найти вероятность достижения любой точки на схеме ветвления, необходимо перемножить вероятности на ветвях, которые ведут к данной точке. В нашем случае картина складывается так, как изображено на рис. 52, поскольку на каждый бросок кубика каждое число имеет равную вероятность выпасть, и вероятность эта равна $1/6$. Вероятность того, что выпадет последовательность 4, 2, равна $1/6 \times 1/6$ и т. д.

Схемы ответвления и умножение вероятностей объясняют так же, как работает схема игры с двумя кубиками. Каждый опытный игрок знает, что когда вы используете два кубика, то степень вероятности того, что выпадет итоговая сумма 4, гораздо больше вероятности того, что она будет равна 2. Чтобы вам было понятнее, что происходит в данном случае, традиционным будет допустить, что два кубика раскрашены в разные цвета, скажем, один красный и один зеленый. Каждое число на красном кубике имеет одинаковую вероятность выпасть в игре. То же самое можно сказать и о зеленом кубике. Теперь давайте воспользуемся схемой рис. 52. В данном контексте мы будем считать два этапа схемы не первым и вторым броском, а бросками красного и зеленого кубиков. Но варианты и их вероятности остаются прежними. Так, например, вероятность того, что на красном выпадет 1 и на зеленом выпадет 1, равны $1/6 \times 1/6 = 1/36$.

Итак, 1 для красного и 1 для зеленого — это единственный способ набрать в итоге сумму 2, так что вероятность того, что выпадет именно 2,

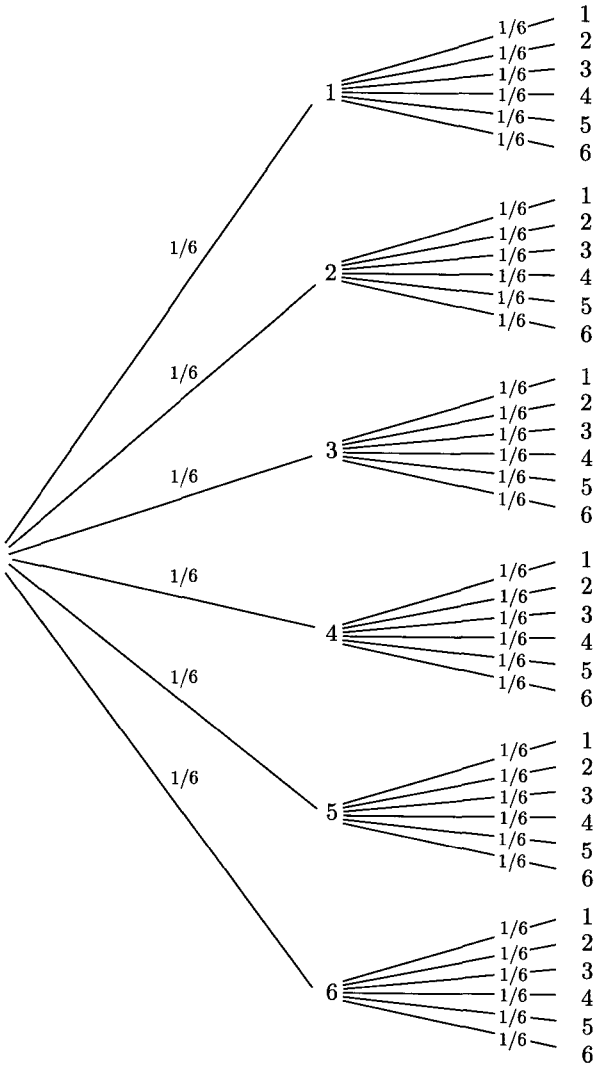


Рис. 52

равна $1/36$. С другой стороны, вы можете набрать 8 пятью разными способами: красный 2 — зеленый 6, красный 3 — зеленый 5, красный 4 —

зеленый 4, красный 5 — зеленый 3, красный 6 — зеленый 2. Каждая такая возможность, скажем, красный 3 — зеленый 5, имеет вероятность появления $1/6 \times 1/6 = 1/36$ раз, как обозначено на схеме, и, следовательно, происходит в 1 случае из 36. Если таких возможностей у нас 5, то итоговая степень вероятности набора 8 равна пяти случаям из тридцати шести. Следовательно, вероятность того, что на паре кубиков выпадет в итоге 8, равна $5/36$.

Обратите внимание на то, что в данном случае мы произвели сложение пяти $1/36$, а не перемножили их. Эти пять тридцать шестых не представляют собой последовательные этапы в схеме ветвления, скорее, разные пути, каждый из которых приводит в результате к итоговому числу 8. Подобным образом вы можете рассчитать вероятность отбора других сумм, а эти вероятности, в свою очередь, могут послужить метками для схемы ветвления для игры в сочинение полонезов Кирибегера (рис. 53). Вероятность выпадения четырнадцати сумм 12 подряд составляет $\frac{1}{36} \times \frac{1}{36} \times \dots = \left(\frac{1}{36}\right)^{14}$.

Вероятность выпадения подряд четырнадцати сумм 7 равна $\frac{6}{36} \times \frac{6}{36} \times \dots = \left(\frac{6}{36}\right)^{14}$. Другими словами, полонез с наибольшей степенью вероятности его появления встречается в 6^{14} раз чаще, чем полонез с наименьшей степенью вероятности, в более чем 78 миллиардов раз. Несмотря на то, что $(6/36)^{14}$ составляет примерно 0,00000000013, даже наиболее вероятный полонез является все же редким случаем в море возможностей.

6.4. Двадцатый век

Расцвет игр в кости совпал с развитием интереса к музыке, сдобренной математикой вообще [41]. Но к концу 1800-х мода на эти игры прошла, а вместе с этим ослабела и тенденция к использованию случайности в музыкальном искусстве запада. В XIX веке начался период романтизма. Получила развитие идея музыки как передающей эмоции и внутреннюю сущность композитора. Такие работы, как «Фантастическая симфония» (*Symphonie Fantastique*) Берлиоза или тоновые поэмы Штрауса прославляли музыку не только как самовыражение, но даже как автобиографию. Такое субъективное восприятие музыки, естественно, приводило к тому, что композиторы не были склонны отказываться от контроля за развитием своей музыкальной темы, полагаясь на какие-то внешние факторы, например, бросок кубика. Музыка, основанная на факторе случайности, перестала пользоваться успехом в 1800-х.

Но к середине XX века влияние романтической музыки на композиторов уменьшилось. Сыграли свою роль и несколько других причин возоб-

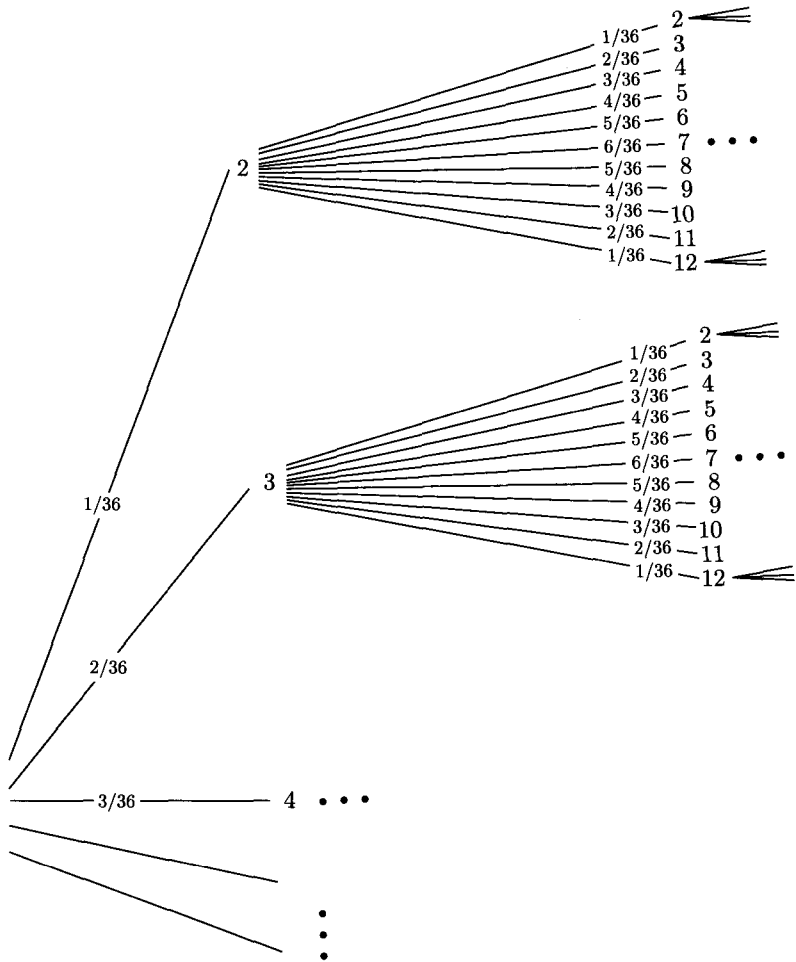


Рис. 53

новления интереса к использованию фактора случайности в музыке. Одной из причин была реакция, направленная против последовательной музыки. Как отмечалось в разделе 4, композиторы развили идеи Шёнберга, распространив их на аспекты музыки, которые выходили за пределы тона. Так, они методично организовали тон, ритм, динамику, тембр и т. д., приведя их в соответствие с очень строгими моделями. Многие считали, что это слишком

жесткая и ограничивающая система. Отступить от такой систематизации и обратиться к фактору случайности казалось для некоторых композиторов освобождением.

На ослабление контролирующей функции со стороны композиторов оказало влияние и развитие джазовой музыки. Конечно, одним из признаков джаза является импровизация его исполнителей, тем самым прямой контроль над музыкой со стороны композитора ослабевает. Чем больше композиторы воспринимали идеи джаза и джазовые техники — значительная тенденция в XX веке — тем более восприимчивыми они становились и к тому виду музыки, которая не могла полностью зависеть от их произвольного выбора.

Развитие математики также приводило к возникновению направления случайной музыки. Теория вероятностей заметно продвинулась в своем развитии по сравнению со временем ее возникновения в XVII столетии. В данной области было сделано немало открытий со времен игры в кости Кирнбергера, и некоторые композиторы открыто использовали некоторые из новых идей в своих произведениях. Теория информации, открытая Клодом Шенноном (Claude Shannon), также послужила вдохновением для проведения ряда музыкальных экспериментов. А наступление эпохи электронных вычислительных машин предложило удобное средство обеспечения большого количества случайных чисел — гораздо удобнее, чем проводить целый день, бросая кубик!

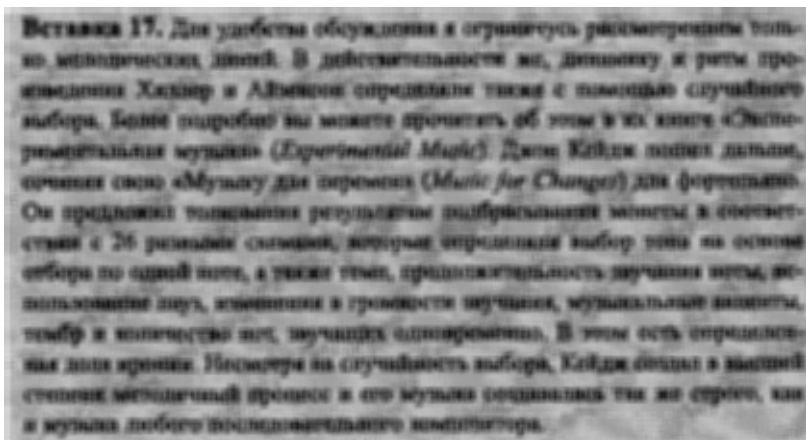
Итак, давайте подробно рассмотрим некоторые из музыкальных произведений середины 90-х годов и те математические принципы, которые имеют к ним отношение.

6.5. По одной ноте

Как мы уже видели, строительными блоками для создания музыкального произведения в играх XVII века служили целые такты. Что касается XX века, то многие музыкальные фрагменты, напротив, были созданы на основе случайного выбора каждой ноты. Чтобы рассмотреть это на простом примере, давайте возьмем последовательность нот так, чтобы все двенадцать классов тона каждый раз имели равную степень вероятности. Это можно сделать, если взять, скажем, двенадцать индексных карт и написать на них двенадцать разных классов тона. Теперь перемешаем карты и вытащим наугад одну, которая и будет первой нотой произведения. Затем снова перемешаем карты и вытащим вторую ноту и т. д. (Обратите внимание, что выбранную карту необходимо снова класть в колоду, прежде чем выбирать следующую, если вы хотите, чтобы каждый раз все классы тона имели равную степень вероятности.)

При сочинении *Iliac*-сюиты (*Iliac Suite*) для струнного квартета использовалась очень похожая процедура. В середине 50-х, при создании этой сюиты, сотрудничали музыкант Лежарен Хиллер и математик Леонард Айзексон. Это было первое музыкальное произведение, в создании которого значительная роль отводилась компьютерам. Название сюиты, в действительности, является названием компьютера, который использовали Хиллер и Айзексон. Они экспериментировали с разными схемами, которые включали случайный выбор, а затем объединили некоторые результаты в сюиту.

Наиболее простой используемой ими схемой была схема, напоминающая приведенный выше пример. Исключением являлся тот факт, что вместо использования 12-тоновых классов они использовали 31 тон, т. е. $2\frac{1}{2}$ октавы от ноты С (до) до ноты Ф \sharp . А случайный выбор осуществлялся посредством компьютера *Iliac*, а не посредством карт. Но основная идея осталась той же самой: создание мелодии нота за нотой посредством последовательности случайного выбора, и каждый случайный выбор сделан, исходя из множества вариантов с одинаковой степенью вероятности выбора (на вставке 17 предлагаются некоторые комментарии по поводу аспектов случайного выбора музыки помимо случайного выбора мелодии. Комментарии даны на примере работы Джона Кейджа (John Cage)).



Неудивительно, что такие пустые методы приводят в результате к созданию музыки, которая не представляет интереса для большинства людей. Из-за чрезмерного отсутствия структуры в отборе нот получившиеся мелодии являются, так сказать, слишком случайными. Вспомните, как создавалась музыка на основе игр в кости. Несмотря на случайность выбора,

она не казалась случайным набором звуков, потому что композиторы ограничивали выбор возможностей для каждого броска кубика. Подобным же образом можно поступить и при создании музыки, где используется выбор отдельных нот, помогая тем самым придать оформление музыкальному произведению.

Одно из таких ограничений — не играть с полной колодой. Например, возьмите еще раз 12 индексных карт, но теперь разделите их на две колоды: одна из них будет включать пять нот: С \sharp , D \sharp , F \sharp , G \sharp , A \sharp (до-диез, ре-диез, фа-диез, соль-диез, ля-диез), а другая будет состоять из семи нот: С, D, E, F, G, A, B (до, ре, ми, фа, соль, ля, си). Набор из пяти карт дает вам так называемую «китайскую гамму» (пятитоновый звукоряд), черные клавиши на фортепьяно. Если вы будете строить мелодию лишь на основе указанных пяти нот, то для многих западных слушателей она будет звучать как восточная мелодия. (Но разные пятитоновые звукоряды появляются в традиционной музыке по всему миру, от острова Явы до Эфиопии, Венгрии и Перу.) С другой стороны, тоновые классы семи карт второй колоды соответствуют белым клавишам фортепьяно и образуют гамму до-мажор. Поэтому на основе второй колоды карт будет создаваться музыка, которая, по меньшей мере, намекает на тональность до-мажор. Хиллер и Айзексон в своей сюите экспериментировали с такого рода музыкой, исполняемой на белых клавишах.

Теперь давайте уточним, что если используются ноты гаммы до-мажор, это еще не значит, что произведение твердо можно отнести к этой тональности. Музыка в до-мажоре должна также делать акцент на нотах С (до), E (ми) и G (соль), особенно С. Но наша схема случайного выбора тоже может обеспечить такой акцент. Каким образом? Подтасовывая колоду, сделав так, что определенные ноты будут выпадать чаще других. Для этого необходимо просто добавить несколько карт с указанными нотами в колоду. Можно сформировать колоду из 11 карт, включив в нее, например, три карты с нотами С (до), две карты с нотами E (ми), две карты с нотами G (соль) и по одной с нотами D (ре), F (фа), A (ля) и B (си). Тогда вероятность выбора ноты С (до) составит $3/11$, ноты E (ми) — $2/11$ и т. д.

6.6. Колода Маркова

И все же во всех методиках, рассматриваемых на предыдущих страницах, отсутствует гибкость в том смысле, что каждый раз, когда вы совершаете случайный выбор, ваши возможности исходят из одного и того же меню. Каждую ноту вы вытаскиваете из одной и той же колоды, состоящей из двенадцати карт. Или из колоды, включающей 31 карту, как в случае сюиты *Illiad*. Естественно, что результатом такого выбора является достаточно

бесформенная музыка. Как можно включить в нее прогрессию, или ощущение начала, середины и конца, когда каждая нота выбирается на одинаковых условиях?

Эту проблему можно решить посредством использования нескольких колод в разное время. Например, вы хотите создать фрагмент, который напоминал бы трио из игры Гайдна. В сетке для трио (см. рис. 50) каждый возможный первый такт основывается на аккорде соль-мажора. Можно перенять этот прием, выбрав первые четыре (к примеру) ноты из колоды с нотами аккорда соль-мажор: G (соль), B (си), D (ре). Следующие четыре ноты можно извлечь из колоды с нотами C (до), D (ре), F \sharp (фа-диез), A (ля), соответствующими аккорду D⁷, который находится в основе некоторых вариантов Гайдна для второго такта. Продолжая в том же духе, можно комбинировать случайный выбор отдельных нот, пользуясь гармонической схемой Гайдна, чтобы создать довольно неплохую, если не особенно вдохновенную музыку.

Но несмотря на использование разных колод, данный метод также не особенно прогрессивен. А именно: результат одного выбора совсем не влияет на любой другой выбор. Конечно же, музыка выигрывает, если выбор каждой последующей ноты будет сделан на основе выбранной предыдущей ноты или на основе предыдущих нот.

Поэтому рассмотрим следующую стратегию создания мелодии. Приготовьте двенадцать разных колод. Выбор одной колоды из двенадцати будет зависеть от результата предыдущего выбора. Если последняя нота была нотой C (до), то будет использоваться первая колода, если это была нота C \sharp (до-диез), то будет использоваться вторая колода, и т. д. Затем та нота, которая выпала в результате первого выбора, будет определять колоду для следующей ноты, и эта, в общем-то, цепная реакция будет продолжаться и далее. Такой процесс получил название цепи Маркова в честь русского математика А. А. Маркова (1856–1922). Цепь Маркова является отличительным признаком не только сюиты *Illiad* и других ранних компьютерных исследований, но также и работ таких музыкантов, как Янис Ксенакис.

Позднее в данном разделе я буду рассматривать некоторые из указанных сочинений, но сначала позвольте мне более подробно описать небольшую музыкальную цепь Маркова. Эта цепь, используемая в качестве образца, будет состоять лишь из трех тонов и, следовательно, будет использовать только три колоды. Вы с легкостью можете приспособить данное описание для цепи с 12 тонами или взять любое другое количество тонов. Но по мере того, как я буду продолжать описывать данную цепь, вы поймете, почему я не захотел описать цепь, включающую 12 тонов! Возьмем три тона, пусть это будут ноты D (ре), G (соль) и B (си). (Такой набор нот по-

дошел бы для сигналов горна, создаваемых на основе случайного выбора.) Цепь будет выглядеть следующим образом.

Если последняя нота D, используйте колоду с 2 картами D, 5 картами G и 3 картами B.

Если последняя нота G, используйте колоду с 3 картами D, 3 картами G и 4 картами B.

Если последняя нота B, используйте колоду с 2 картами D, 7 картами G и 1 картой B.

Не существует какой-то особой причины, по которой должны использоваться именно указанные выше колоды карт. Я выбрал их более или менее произвольно. Если в колоды будет входить по 10 карт, то с некоторыми номерами работать будет лучше, чем с другими, но совсем не обязательно, чтобы колоды были одинаковыми по количеству карт и, конечно же, не обязательно, чтобы именно 10 карт были включены в каждую колоду.

Методика Маркова указывает на то, каким именно образом последняя выбранная нота должна влиять на выбор следующей, но она не указывает на то, как выбрать первую ноту, чтобы запустить в действие цепную реакцию. Давайте начнем, опять же произвольно, с ноты D (ре). Следовательно, вторая нота должна быть выбрана из колоды с 2 картами D (ре), 5 картами G (соль) и 3 картами B (си). Таким образом, D, G и B имеют следующие степени вероятности появиться в качестве второй ноты: $\frac{2}{5}$, $\frac{5}{10}$ и $\frac{3}{10}$ соответственно. На рис. 54 показана соответствующая схема ветвления.

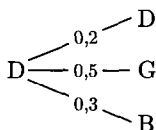


Рис. 54

Далее, каждый из трех вариантов второй ноты дает начало трем другим ветвям вариантов для третьей ноты. Но обратите внимание на то, что на рис. 55, в отличие от предыдущих схем, варианты изменяются в соответствии с тоном, от которого исходят ветви. Это, конечно, просто отражает основную идею цепи Маркова — результат выбора в одном звене должен влиять на выбор в следующем звене.

Три схемы, как и в случае игр в кости, могут облегчить расчет вероятностей в цепях Маркова. Например, какова вероятность того, что мелодия

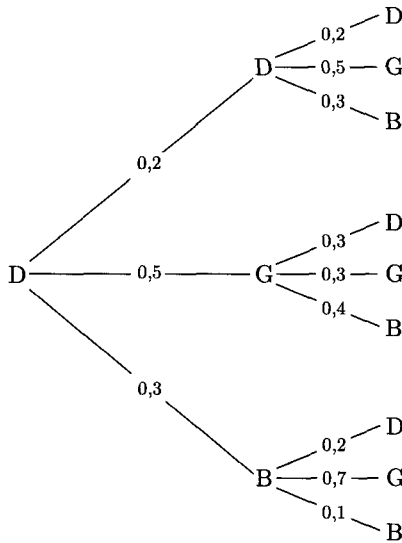


Рис. 55

будет начинаться как сигнал отбоя *Taps*, т. е., начавшись с D (ре), она продолжится опять же нотой D, а потом прозвучит нота G (соль)? Проследив по схеме, мы получим ответ $0,2 \times 0,5 = 0,1$. А какова вероятность того, что при первой ноте D третьей нотой будет нота G, независимо от выбора второй ноты? Просто соедините вероятности последовательностей DDG, DGG и DBG: $(0,2 \times 0,5) + (0,5 \times 0,3) + (0,3 \times 0,7) = 0,46$. Обратите внимание на то, как данный расчет напоминает процесс определения степени вероятности выпадения 8 с парой кубиков, который мы проводили ранее. В более сложных ситуациях используются другие техники (см. вставку 18).

6.7. Цепные мелодии

И наконец, давайте посмотрим, как использовалась идея цепи Маркова для создания музыкальных фрагментов. Естественно, вероятности ветвления — результат подтасовки колод — в большой степени влияют на полученное звучание. Хиллер и Айзексон экспериментировали с несколькими стратегиями выбора указанных вероятностей. Стратегии основывались на двух факторах: насколько удачно используемые высоты тона могут быть соединены в гармоническом отношении, и как близко друг к другу будут располагаться эти высоты. С другой стороны, Ф. Ф. Брукс (F. P. Brooks) и его коллеги в Гарварде выбрали другое направление. Они проанализировали 37



мелодий гимнов и рассчитали степень вероятности того, что, например, за нотой С (до) в указанных гимнах следовала нота Е (ми). Затем они использовали полученное число для задания вероятности ветви С–Е (до–ми). Таким образом, их мелодии, в определенной степени, отражали свойства существовавшего ранее объема музыки.

Команда Гарварда экспериментировала также с зависимостью вероятностей от нескольких последних нот, а не от одной лишь последней ноты. Например, они выставляли вероятность того, что нота F (фа) будет следующей нотой только в том случае, если последние три ноты будут CED (до–ми–ре). И вновь указывали степени вероятности так же, как в примере с гимном. Хиллер и Айзексон также экспериментировали с подобной за-

висимостью от нескольких нот. Кроме того, они объединяли разные цепи Маркова, используя процесс короткой цепи для генерации нот, исполняемых между последовательными нотами основной цепи.

Композитором, который наиболее известен использованием цепей Маркова для сочинения своей музыки, является Янис Ксенакис. И действительно, для большинства своих произведений Янис Ксенакис черпал вдохновение в математике. (К сожалению, его труды по поводу математических аспектов музыки, скорее, скрывают, чем открывают его методы.) Многие из работ Ксенакиса имеют отношение к идеям вероятности, в частности, его *Analogique A* и *Analogique B* выведены из цепей Маркова. В указанных композициях он применил цепи в отношении не только тона, но также громкости звучания и даже музыкального склада — сколько нот должны звучать в каждом музыкальном моменте.

Во многих отношениях, как с точки зрения музыки, так и с точки зрения математики, произведения XX века далеки от игр в кости Кирнбергера и его современников. Но все они представляют собой попытки использования непредсказуемого и сочетают упорядоченную структуру со случайным выбором. В калейдоскопе из случайного расположения кусочков стекла выстраиваются симметричные образцы узоров, так же и композиторы способны объединять в своих творениях упорядоченность и случайный выбор.

7. Модель, модель, модель

Музыка хорошо поддается математической трактовке, в большой мере благодаря структуре, свойственной музыке. Эта структура может проявляться на разных уровнях. В особенности, иногда можно обнаружить эффект сложного переплетения моделей, когда одна и та же модель одновременно работает в малом и в большом и, возможно, в середине. В данном разделе я буду рассматривать пару открытий, которые относятся к многоуровневым структурам в музыке и которые сделаны сравнительно недавно.

7.1. Тенденции развития прогрессий

На момент написания данной книги Кевин Хамлен (Kevin Hamlen) обучается в докторантуре Корнелльского университета на факультете компьютерных наук. Ожидается, что он окончит данное учебное заведение в 2006 году. Несколько лет назад, будучи еще учеником средней школы, он приступил к выполнению исследовательского проекта по математике и музыке. Цель его исследования состояла в том, чтобы в произведениях популярной музыки распознать классифицируемые модели, которые могут объяснить успех того или иного произведения у публики. Естественно,

что обнаружилось множество мелодических, гармонических и ритмических факторов. Хамлен сосредоточился на последовательности аккордов, определяющих гармоническую структуру песни.

Возьмите, к примеру, простую аранжировку песни *Twinkle, Twinkle, Little Star* в тональности *C* (до-мажор) (рис. 56). Аккомпанемент песни состоит из последовательности мажорных трезвучий, каждое трезвучие строится на основной (она же нижняя!) ноте, к ней добавляются две ноты посредством интервалов терции и квинты в направлении вверх. Свое название трезвучие получает от основной ноты. Итак, в выбранном музыкальном фрагменте звучит следующая последовательность трезвучий: *C-F-C-G-C*. Обратите внимание, что наблюдается движение гармонии между аккордами *C*, *F* и *G*. Такие гармонические последовательности — довольно распространенное явление. Это неудивительно, если вспомнить о том, насколько важными являются интервалы кварта и квинта. Действительно, трезвучие *F* является, по сути, трезвучием *C*, транспонированным на кварту вверх, подобным же образом дело обстоит и с трезвучием *G*. Использование таких модуляций трезвучий (которое обычно называют *прогрессиями*) способствует созданию достаточно приятных для слуха, но до некоторой степени скучных гармоний.

В качестве контраста рассмотрим песню *The Sound of Music*. Если записать эту песню в тональности *C* (до-мажор), как я записал песню *Twinkle, Twinkle, Little Star*, то аккомпанемент к ней также будет начинаться с аккорда *C*. Данный аккорд будет сохраняться на протяжении всей строки «*The hills are alive with the sound of*». Но на слове «*music*» созвучие изменяется на аккорд *Bb*. Такая гораздо менее распространенная прогрессия придает этому слову дополнительную выразительность. И хотя песня *The Sound of Music* не принадлежит к числу моих любимых песен, я соглашусь с тем, что прогрессия *C-Bb* работает в данном начальном фрагменте весьма эффективно.

В своем анализе Хамлен классифицировал каждую прогрессию от аккорда к аккорду в песне как встречающуюся «часто», «время от времени» или «редко». Как и следует ожидать, если полагаться на распространенные прогрессии, то в результате получается вполне предсказуемая, если



Рис. 56

не сказать откровенно скучная, гармоническая схема. Но не так все просто. Постоянное использование необычных прогрессий также далеко не всегда ведет к успеху. Если взять крайний случай, то результатом будет недостаток структуры в гармониях — результат, подобный неограниченному использованию случайного выбора, которое мы рассматривали в предыдущем разделе. Хамлен пришел к выводу, что «красота... является результатом частой и быстрой смены обычных прогрессий на редкие и наоборот». Поэтому имеют значение не только прогрессии из аккорда в аккорд, но и из прогрессии в прогрессию.

Фактически Хамлен расширил свой анализ еще на один уровень. Постоянная смена прогрессий: обычная, редкая, обычная, редкая — также оставляет желать лучшего. Необходимо, так сказать, больше вариативности в вариациях. Во вставке 19 вы можете познакомиться с математическими деталями работы Хамлена, но он показал основные идеи на примере пары песен, написанных одним и тем же человеком. Каждый из графиков на рис. 57 и рис. 58 отображает прогрессии в песне. Верхние точки соответствуют редким прогрессиям, нижние точки — часто встречающимся прогрессиям, а в середине находятся точки, показывающие прогрессии, которые встречаются в песнях время от времени. Как понятно из рис. 57, в первой песне редкие прогрессии отсутствуют вообще. Более того, смена частых прогрессий на средние происходит с достаточно монотонной регулярностью. Рис. 58 в визуальном отношении гораздо более интересен. Первые пятнадцать прогрессий следуют тому же образцу, что и на рис. 57, но смена прогрессий с частых на средние прерывается единственным пиком редкой прогрессии. И затем на графике следует вспышка сложности для следующих 25 прогрессий, после чего он возвращается к начальной схеме.

Что это за песни? *Flowers Never Bend With the Rainfall* и *Bridge Over Troubled Water* («Цветы никогда не сгибаются под дождем», «Мост через мутные воды»), автором которых является Пол Саймон (Paul Simon).

7.2. Волнообразные мелодии

В анализе Хамлена ключевую роль играли разные уровни вариаций — вариации от аккорда к аккорду, затем изменения в том, как эти вариации сопровождаются, и, наконец, изменения «третьего уровня». За пятнадцать лет до Хамлена физик Ричард Восс (Richard Voss) вместе с Джоном Кларком (John Clarke) подвергли анализу не гармонию, а мелодию. Их подход и методы очень отличались от подхода и методов Хамлена. Но в результате было выявлено то же явление моделей, повторяющихся на разных уровнях — можно назвать это шкалой в разных масштабах.

Вставка 19. Для того чтобы показать редкость прогрессии в числовом отношении, Халсиа привел к ней показатель 1 для редкой встречающейся прогрессии, показатель $1/2$ — для той, что встречается от случая к случаю, и показатель 0 — для часто встречающейся прогрессии. (Как он отметил, такую достаточно грубую классификацию можно удешевить, если собрать более детальную информацию о вероятностях прогрессий.) Затем Халсиа выявил сходство от прогрессии к прогрессии посредством выявления редкости между последовательными показателями. Таким образом, переключение между редкой и обычной прогрессией дает редкость ± 1 , а то время как переход от одной прогрессии к другой также не дает прогрессии дает в результате редкость, равную нулю. И именно, чтобы определить, как изменится эта редкость, Халсиа рассчитал их дисперсию. Как очевидно из названия, дисперсия — это статистическая оценка того, насколько широко разбросаны числа в числовом наборе. Квадратный корень дисперсии является гораздо более известной величиной — среднеквадратическим отклонением. Музыкантам приходится, в котором все прогрессии принадлежат к одному виду, будет иметь дисперсию равную нулю. Если прогрессии строго чередуются от четной к нечетной и т. д., то дисперсия будет близка к единице. Любое другое музыкальное произведение будет обладать дисперсией, которая находится в указанных крайних пределах. На основе всех выведенных данных Халсиа пришел к выводу, что лучше всего работает дисперсия равная 0,4.

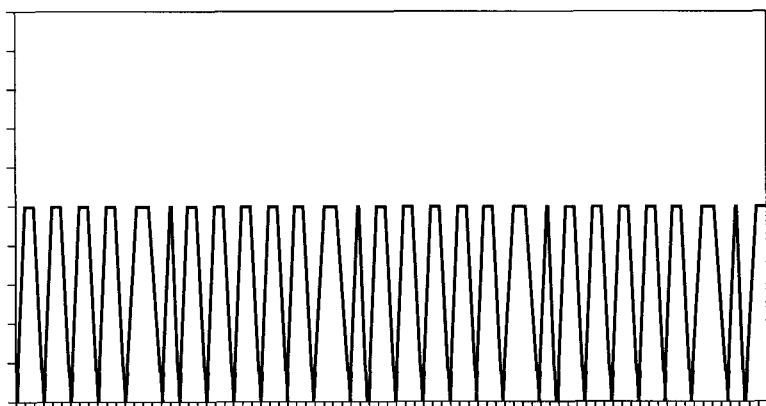


Рис. 57

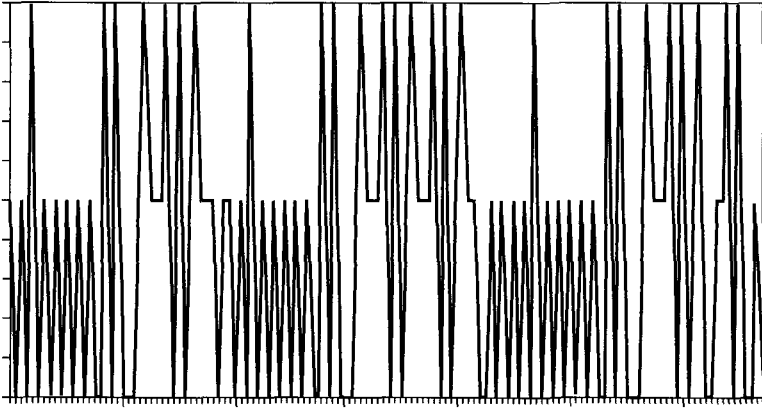


Рис. 58

Представьте, что мелодическая линия вычерчивается в виде кривой. Эта кривая линия поднимается на высоких нотах и опускается на низких. До известной степени, она играетя от точки до точки, с музыкальным обозначением этих точек (рис. 59). В разделе 2 мы видели, что кривую можно разложить на составляющие ее синусоиды. Тогда мы делали это, когда говорили о разложении звуковой волны, которая рождает одну ноту. Но тот же метод мы можем применить и к кривой, представляющей полную мелодику песни. В звуковой волне мы наблюдали повторяющуюся модель. Составляющие синусоидальные волны повторялись затем с частотами, которые представляли собой целые кратные числа нотной частоты. В случае кривой линии мелодики у нас обычно отсутствует повторяющаяся модель. В результате составляющие ее синусоиды — это разнообразие обычно несвязанных частот. Каждая такая синусоида представляет собой тенденцию мелодии показать модель на определенной частоте. Тогда сравнительный вклад этих синусоид в кривую мелодии означает относительное присутствие или отсутствие мелодической структуры на определенной временной шкале. (Должен сказать, что я упрощаю действия с риском их искажения для того, чтобы передать основные понятия. Если у вас есть образование в области математики, физики или прикладных наук, я рекомендую вам прочитать книгу Восса и Кларка в оригинале, чтобы составить полную картину о том, что они делали.)

Например, давайте еще раз вспомним песню *Twinkle, Twinkle, Little Star* (рис. 60). Эта песня демонстрирует модели повторения в разных временных масштабах. В самом малом масштабе мелодия состоит из нот, повторяющихся парами. На большей временной шкале такты 7 и 8 повторяют

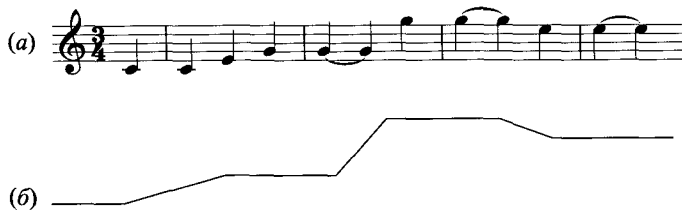


Рис. 59

такты 5 и 6. А в еще большем временном масштабе такты 9–12 повторяют такты 1–4. Расчеты Восса и Кларка выделяют три указанных интервала времени. И напротив, если бы мы задали полностью случайную последовательность нот, то в любом временном масштабе повторяющиеся модели отсутствовали бы. Для такого рода последовательности, в результате анализа Восса–Кларка, не выявилось бы ни одной временной шкалы. И хотя мелодия песни *Twinkle, Twinkle, Little Star* весьма бесхитростна, она представляет больший интерес, чем абсолютно случайная мелодия, и структура, выявленная посредством синусоид, отражает это.



Рис. 60

7.3. Взаимная связь

Для того чтобы сказать, что происходит в вышеприведенных примерах, конечно же, не нужен никакой математический аппарат. Но Восс и Кларк обнаружили нечто интригующее, когда рассматривали более сложные композиции. Они обнаружили простое отношение пропорциональности между относительным вкладом составляющей мелодической синусоиды и его периодом, временным интервалом, после которого модель начинает повторяться.

Таким образом, при объединении синусоидных составляющих в целях получения общей мелодической кривой, как мы делали в разделе 2, оказалось, что синусоида с периодом 6 с находится в два раза выше, чем синусоида с периодом 3 с. Нельзя сказать, что музыка строго придерживается этой пропорциональности. Это скорее тенденция, чем строгое правило. Но ряд отдельных композиций, а также общие выходные сигналы от радиостанций, которым свойственны разные жанры (классика, джаз, рок) следовали этому пропорциональному отношению достаточно близко, особенно в периоды между 1 и 10 с.

Восс и Кларк описывали свои открытия в терминах частоты, а не периода. Синусоида с периодом 10 с повторяет $1/10$ часть себя каждую секунду, поэтому имеет частоту $1/10$ Гц. В общем, период является обратной величиной частоты f . Соответственно, Восс и Кларк пришли к выводу, что относительные вклады составляющих синусоиды (если обратиться к термину, то это называется *спектральная плотность*) следовали правилу $1/f$. Рис. 61, взятый из их работы, демонстрирует пример кривой, спектральной плотности, которой свойственно поведение $1/f$. (Источником данной кривой не послужил никакой музыкальный фрагмент.)

Для спектральной плотности могут быть использованы другие правила. На рис. 62 Восс и Кларк продемонстрировали кривые с правилами $1/f^2$ и $1/f^0$ соответственно, визуально они абсолютно разные. Поскольку $1/f^0 = 1$, то независимо от значения f , правило $1/f^0$ ставит все временные масштабы в равные условия. Как уже отмечалось ранее, это происходит с абсолютно случайным, лишенным структуры колебанием. Кривая скачет вверх и вниз безотносительно к тому, что звучало ранее. (Фактически это та же самая кривая, которую мы видели во втором разделе, когда говорили о «белом шуме», представляющем собой случайные изменения в атмосферном давлении, а не мелодию.)

С другой стороны, кривая $1/f^2$ демонстрирует довольно хорошую «память». По мере продвижения слева направо эта кривая изменяет свою высоту на малые случайные значения, так что на длительном отрезке кривой высота остается примерно на одинаковом уровне. Форма кривой $1/f$ представляет собой компромисс между двумя формами, представленными



Рис. 61

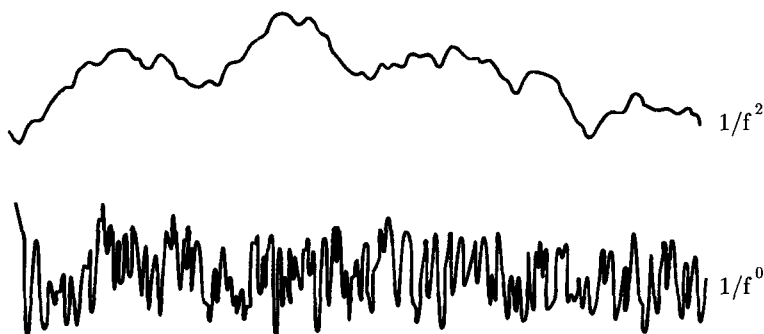


Рис. 62

на рис. 62. Я оставлю на ваш выбор решение о том, какая формула представляет больший визуальный интерес, но хочу лишь отметить, что Восс и Кларк пришли к заключению, что музыка, в общем, напоминает рис. 61.

7.4. При ближайшем рассмотрении

Каким образом все это можно отнести к отправной точке нашей беседы — повторению моделей на разных уровнях? Эта идея уже подразумевается в разложении мелодической кривой на копии синусоидальной волны, которые отличаются в своих масштабах времени. Но это еще не все. Каждый раз, когда спектральная плотность кривой ведет себя как $1/f^p$ для какой-то степени p , кривая демонстрирует так называемое самоподобие. Это означает, что если бы мы взяли какой-то фрагмент одной из кривой на рис. 61 или рис. 62 и увеличили этот фрагмент, мы бы увидели ту же модель, с которой начали. Движения вверх и вниз маленького отрезка кривой отражают, в миниатюре, те, что происходят в целой картине. А если мы возьмем крохотный фрагмент от выбранного маленького фрагмента и раздурим его, то обнаружим сохранившуюся модель. Полная кривая $1/f$ сохраняет один и тот же вид, независимо от того, насколько сильную лупу мы возьмем для ее рассмотрения. Подобным же образом, верно начерченная кривая $1/f^2$ в любом временном масштабе повторяет вид $1/f^2$.

Ни одно музыкальное произведение не отражает в точности вид $1/f$. И еще раз повторяюсь, поведение $1/f$ обычно сохраняется лишь на протяжении определенного диапазона частот, и даже там оно не является точным. В действительности, кривая, полностью имеющая вид $1/f$ (или $1/f^2$, и т. д.), образует фрактал, который никогда не может быть полностью реализован физически. Но приблизительное самоподобие, свойственное спек-

ральной плотности, подобной $1/f$, означает, что музыка имеет тенденцию демонстрировать модели, которые отображаются на разных уровнях.



До настоящего момента мы знакомились с анализом стандартных музыкальных произведений. Можно, конечно, создать музыку, основанную на правилах $1/f$. Так мы выйдем на анализ случайных композиций, рассмотренных нами в предыдущем разделе. Мы обсуждали, как композиторы избегали абсолютной случайности, ограничивая варианты, например, предварительно сочиненными тактами, привязанными к определенной гармонической схеме. При создании случайной музыки $1/f^p$ не происходит явного навязывания какой-то определенной структуры. Скорее, структура в скрытой форме исходит от природы спектральных свойств. Восс и Кларк экспериментировали с этим в качестве композиционного подхода. (См. вставку 20, чтобы узнать, как с легкостью можно сочинить музыку, подобную $1/f$.) На рис. 63 отражены некоторые результаты их экспериментов. В данных фрагментах не только тоны, но и ритмы построены по правилам

$1/f^p$. Как и ожидалось, музыка $1/f^0$ скачет вверх и вниз довольно-таки необузданным образом, тогда как мелодическая линия $1/f^2$ остается почти неподвижной, продвигаясь ровно большую часть времени. Отрывок $1/f$, который находится между этими крайностями, развивается по линии, которая визуально напоминает типичный музыкальный фрагмент. С конца 1970-х годов, когда Восс и Кларк опубликовали свою работу, некоторые музыканты продолжили эксперименты с правилами $1/f$. Но между этими спланированными применениями многоуровневого моделирования и интуитивным использованием того же понятия Полом Саймоном соперничество отсутствует, по крайней мере, оно никак не отражается в графиках продаж.

8. Взгляд встречается со звуком

Среди разных областей математики геометрия имеет наиболее тесную и естественную связь с изобразительными искусствами. Использование в рисовании и живописи законов перспективы, основанных на законах математики, являло собой основное направление развития в истории искусства. Роль геометрии в музыке не так очевидна. Однако музыкальные знаки являются попыткой отобразить слуховые явления с точки зрения пространства, и связь «зрение-слух» используется людьми разными способами. Кроме того, музыка соединяется с пространственной деятельностью в танце. В данном разделе вы найдете примеры использования геометрических понятий в музыкальном контексте.

8.1. Подъемы и спуски

В предыдущих разделах выражение «мелодическая линия» мы понимали буквально, обозначая подъемы и спуски мелодии графически. А почему бы не перевернуть процесс? Мы можем переложить на музыку заданную кривую, создав мелодию на основе предложенного контура. Данный способ создания мелодий — это не просто игрушка для математиков или авангардистов, он нашел применение в творчестве известных композиторов.

Эйтор Вилла-Лобос (Heitor Villa-Lobos) (1887–1959) известен в основном большим количеством произведений, отражающих музыкальное наследие его родной Бразилии. Но, кроме того, он сочинял произведения, пользуясь методом, который называл «миллиметризация». Этот метод сводится к той методике, о которой мы говорили выше. Вилла-Лобос обычно начинал работу с фотографии. Для своей Шестой симфонии он использовал фотографию гор Рио-де-Жанейро. В другом произведении для фортепьяно/оркестра он отразил силуэт Нью-Йорка. Каким бы ни был источник контура, он переносил его на миллиметровую бумагу. Затем, по словам Эро Тарас-

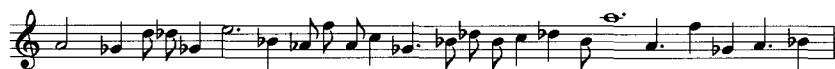
(a) $1/f^0$ (б) $1/f$ (в) $1/f^2$

Рис. 63

ти (Eero Tarasti)¹², «отмечались самые важные точки... контура, после чего для данных точек выбирались соответствующие ноты».

¹²Eero Aarne Pekka Tarasti — финский ученый, музыковед и семиолог.

Как отмечал Тараста, «тому, кто приспособливает данный контур для создания произведения, метод оставляет право поразмышлять над тем, какие именно точки на фотографическом контуре являются... поворотными пунктами в мелодии». Изображенный на рис. 64 силуэт города поддается недвусмысленному толкованию. Можно сразу же перевести его в последовательность нот, позволяя длине и высоте каждого горизонтального сегмента определить соответственно длительность звучания и высоту тона соответствующей ноты. Но что если на фотографии изображены горы или просто полукруг? В таком случае композитору предстоит решить, каким образом дискретизировать непрерывную кривую, чтобы получить тон, особенно для таких инструментов, как фортепьяно, на которых невозможно сыграть бесступенчатый тональный ряд. (В своей Шестой симфонии Вилла-Лобос все-таки воспользовался преимуществом струнных инструментов, чтобы исполнить непрерывное глissандо.) Тараста связывает успехи Вилла-Лобоса в толковании графика с его композиционным мастерством.

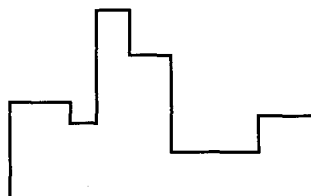
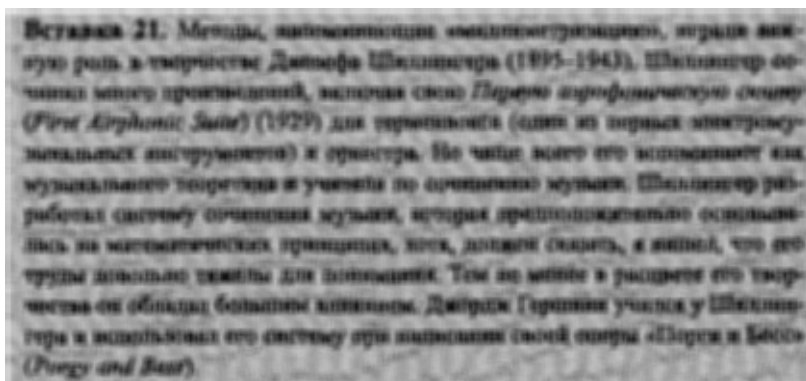


Рис. 64

Писали, что Сергей Прокофьев тоже применял подобный метод. По словам корреспондента, цитируемого Мартином Гарднером (Martin Gardner), Прокофьев преобразовывал контуры в мелодии при сочинении музыки для фильма «Александр Невский». Предположительно, Прокофьев брал фотоснимки с уже снятых сцен и основывал музыкальные темы на зрительных контурах. Прокофьев и режиссер Сергей Эйзенштейн тесно сотрудничали на киносъемках и при озвучивании оказывали взаимное влияние друг на друга, хотя я ничем не могу подтвердить версию Гарднера.

Схема «миллиметризации» естественным образом подходит для толкования графиков городских силуэтов, линии горизонта и горных контуров, которым свойственны явно выраженные подъемы и спуски. Но для других контуров данный метод может показаться, в некоторой степени, условным. Возьмем, к примеру, контур снежинки. У данного контура нет единственно предпочтительной направленности. Если вращать его вокруг центра, он возвращается к легко распознаваемому контуру. Но мелодия, созданная по схеме «миллиметризации», может значительно отличаться. Нам будет лег-



че представить это, если мы рассмотрим всего лишь один сегмент, включающий одну единственную линию. Мы можем повернуть ее под любым углом, и перед нами по-прежнему будет тот же сегмент с той же длиной линии (рис. 65). Получившиеся два сегмента могут и не привести к созданию одинаковой музыки, но мы можем разумно надеяться на то, что соответствующие им мелодии будут, по крайней мере, иметь родственное сходство. Вместо этого «миллиметризация» порождает мелодии, которые очень мало напоминают друг друга. Одна мелодия представляет собой почти монотонное звучание в течение длительного времени, в то время как другая очень быстро охватывает широкий диапазон высот тона.

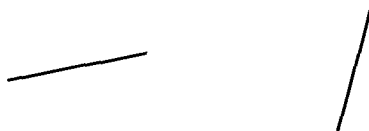


Рис. 65

Есть альтернативный подход, который позволяет избежать этого недостатка. Вместо того, чтобы сканировать контур слева направо, как это делалось ранее, следует двигаться вокруг контура. В каждый момент выберите ноту, которая соответствует направлению вашего движения. В случае примера со снежинкой вы прочертите путь, огибая края снежинки и задавая новую ноту при каждом повороте. Обратите внимание на то, что каждый сегмент линии рождает одну ноту. Длительность ноты будет варьироваться в зависимости от длины сегмента, а высота тона — в зависимости от направленности сегмента. Конечно, что касается дуг окружности и подобных им очертаний, вам по-прежнему необходимо дискретизировать

непрерывную линию, как в случае «миллиметризации». Я разработал эту схему и экспериментировал с ней несколько лет назад. Каковы результаты? Я сочинил несколько интересных фрагментов, хотя должен признать, что я не Вилла-Лобос!

8.2. ... Изгибы и повороты

В 1896 году Пржемыслав Прузинкевич (Przemyslaw Prusinkiewicz) представил еще один способ преобразования контуров в музыку. Этот метод, усовершенствованный позднее Стефани Мейсон (Stephanie Mason) и другими, напоминает и метод «миллиметризации», и мой метод, а также включает и собственные характерные особенности. Для начала следует отметить, что метод Прузинкевича применим только к контурам, включающим лишь горизонтальные и вертикальные сегменты линии. Городские силуэты на фоне неба вновь хорошо подходят для данного метода. Но и тот контур, который мы видим на рис. 66, также подходит для его применения (немного позже мы подробнее рассмотрим этот рисунок). Проследите очертание линии от одного конца до другого. Когда вы делаете это, вы перемещаете взгляд поочередно по горизонтальным и вертикальным сегментам. Каждая последовательная горизонтальная-вертикальная пара сегментов будет определять ноту. Неудивительно, что длина горизонтального сегмента пары будет определять продолжительность звучания ноты. Что касается длины вертикального сегмента, то по ней определяется *изменение* тона по сравнению с предыдущей нотой. Например, используя шаг размером в полутон, вертикальный подъем на три отрезка линии будет соответствовать повышению тона на три полтона. Снижение по вертикали будет отражено, соответственно, понижением тона. Если допустить, что исходный основной уровень тона — это нота С (до), то рис. 66 рождает следующую мелодию (рис. 67).

Прежде всего, откуда берется данный контур? Не обращая внимания на маленькие зигзагообразные линии, общая траектория выглядит следующим образом (рис. 68).

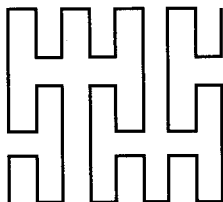


Рис. 66



Рис. 67

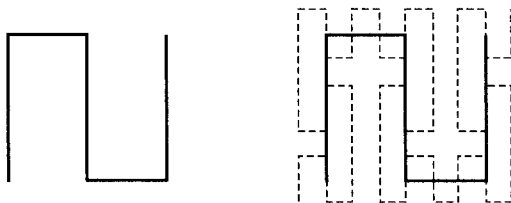


Рис. 68

Но и сама зигзагообразная линия состоит из такой же линии меньшего размера, но с несколькими соединительными сегментами (рис. 69).

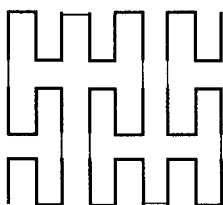


Рис. 69

Другими словами, мы вновь встретились с явлением самоподобия, которое мы рассматривали в предыдущем разделе. Признаком данного явления является одновременное проявление модели на большом и малом уровнях. Мы могли бы добавить и третий уровень к данному процессу (рис. 70). На этом рисунке копии модели, отраженной на рис. 68, соединены по образцу траектории рис. 66. (Или, с таким же обоснованием, мы могли бы сказать, что копии рис. 66 нанизаны на траекторию рис. 68.)

В качестве альтернативы мы можем описать указанные кривые способом, отличным от графического, посредством указания последовательности поворотов. Итерационный процесс, порождающий последовательные кривые, можно затем выразительно представить в терминах так называемых «L-систем» (вставка 22). Более детальную информацию об указанных системах, кривых другой формы и соответствующую справочную информацию можно найти в работе (см. библиографию) Стефани Мейсон и Майкла Сэффла (Michael Saffle). Кстати, если бы мы продолжили повтор данной операции и далее, мы бы получили модель полного самоподобия. Результиру-

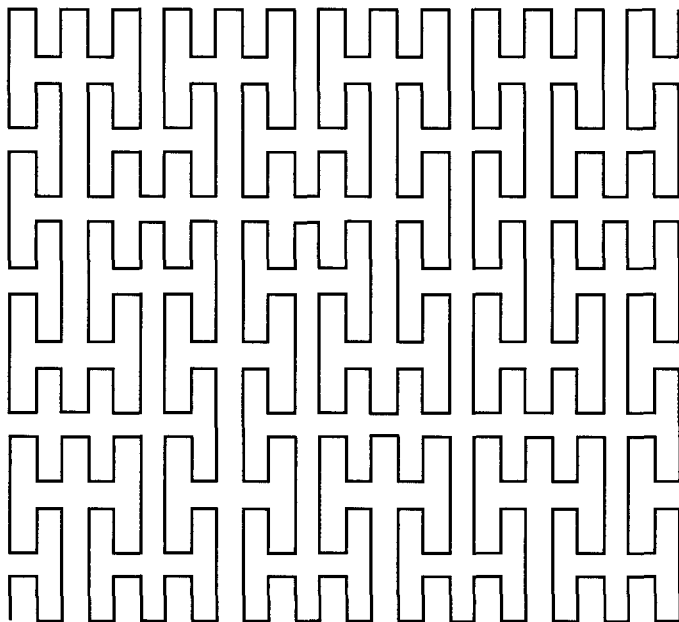


Рис. 70

ющая кривая обладает замечательным свойством проходить через каждую точку квадрата. Такая кривая названа в честь представившего ее математика, имя которого, по чистому совпадению, звучит почти как музыкальный термин — Джузеппе Пеано (Guiseppe Peano).

8.3. «Колокольные» танцы

Абсолютно в другой манере музыка и геометрия естественным образом встречаются на танцполе. Из многих видов танцевального искусства я выбираю для нашего рассмотрения контраданс по двум причинам. Во-первых, некоторые математики недавно уже рассматривали данную танцевальную форму с профессиональной точки зрения не только для того, чтобы проанализировать ее, но также чтобы увеличить репертуар контрадансов. Во-вторых, мы уже имели дело с релевантной математикой, а именно с теорией групп (см. разделы 4 и 5). Люди, не имеющие отношения к математике, часто связывают научные области геометрии с доказательствами о треугольниках согласно школе Евклида, которые традиционно изучаются в курсе средней школы. Но практическая математика и физическое приме-

Вставка 22. В 1968 году Аристид Линдэнберг (Aristid Lindenbergh) математически эмпирически исследовал различные прописки в фортепиано. С тех пор его методы известны как системы Линдэнберга, или L-системы. L-система состоит из заданной последовательности букв, а также правил замены каждой буквы на другую последовательность букв. Например, мы могли бы использовать правила

A заменяется на *ADBDARDRBDADBLDLADDBDA*;

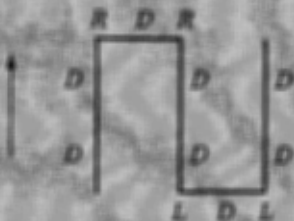
B заменяется на *BDADBLDLADBDARDRBDADB*;

D, L, R заменяются сами на себя.

Если мы начнем просто с буквы A, то на втором этапе мы получим A последовательностью *ADBDARDRBDADBLDLADDBDA*. На третьем этапе мы заменим каждую букву последовательности, полученной на втором этапе, в соответствии с правилами. В результате получится очень длинная строка, которая начинается так:

ADBDARDRBDADBLDLADDBDAADBDAD...

Мы можем преобразовать строку каждого этапа в графическое изображение, используя такие обозначения: D как «прямая линия (заданной длины) в направлении, в котором мы обращены», L как «поворот влево на 90°», а R как «поворот вправо на 90°». С помощью полученных записей мы визуализируем как A и B. Строка второго этапа *ADBDARDRBDADBLDLADDBDA* создает рис. 68.



Подобным же образом строка третьего этапа создает рис. 66 и т.д.

нение геометрии гораздо в большей степени использует теорию групп. Мы совсем немного коснемся этого вопроса в данном разделе.

Пары, танцующие контраданс, выстраиваются в линию, партнеры располагаются лицом друг к другу, как показано на рис. 71. По мере продолжения танца пары меняются позициями с соседними парами. Так, через какое-то количество танцевальных элементов, пары располагаются уже сле-

Вставка 23. Название *контрданс* (*contredanse*) и сам танцевальный стиль происходят от древнеанглийского древнеисландского танца «контри» (т. е. переодический танец). Примерно в XVIII веке на основе английского танца французские придумали свой подобный танец и назвали его *contredanse*. Но французское название первоначально не стало как «ирландский танец», означало как «противоположный танец»¹³, в связи с движением танцоров разных пар в противоположном друг другу направлении. Такое значение слова потом переишло обратно в английскую речь, и название танца стало звучать как *контрданс*, а в ирландской речи — *Контриданс*. Действительно, сначала о нем во двадцатых *Контриданс* для оркестра. В дальнейшем контрдансы из данной серии звучат музыкальными темами, которые потом становятся в вальсе. Третий вариант — *контрданс*, а в *Балете Вариации* для фортепиано, а в балете «Творения Прометея» (*Scenes of Prometheus*).

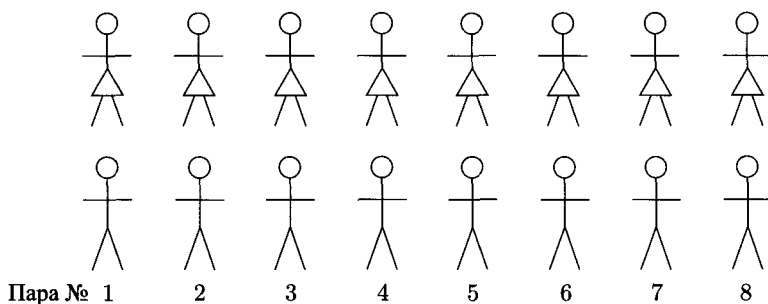


Рис. 71

дующим образом: 2 1 4 3 6 5 8 7. И вот здесь для нас должен, так сказать, «прозвенеть колокольчик» как в переносном, так и в буквальном смысле. Потому что обмен позициями в танце очень напоминает вариации в последовательности звонов при вызванивании на колоколах. В действительности, модель противоположного направления развивается как порядок для четырех колоколов в разделе 5 (рис. 72).

Но, в отличие от схемы вызванивания на колоколах, модель обмена продолжает работать на протяжении всего движения в противоположную сторону. Что касается колоколов, как вы помните, нам нужно было время от времени отрываться от этой модели, чтобы убедиться, что представлены все возможные порядки звучания колоколов. В контрдансе с восемью парами танцоры благоразумно не делают попыток расположиться во всех

¹³Французское слово «противоположный» (*counter*) созвучно английскому и французскому слову «кантри». — Прим. пер.

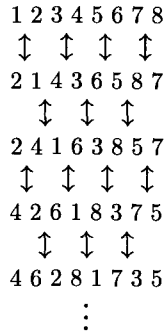


Рис. 72

возможных позициях, коих насчитывается 40 320. Они проходят лишь через шестнадцать различных вариантов взаимного расположения, прежде чем вернуться на исходные позиции.

Ранее я упоминал, что пары изменяют конфигурацию своего расположения после некоторой работы ног. Танец был бы весьма скучен, если бы состоял лишь из переходов пар на новые позиции. Вместо этого, каждая пара участвует в ряде действий с той парой, место которой им предстоит занять. Например, группа из четырех человек берется за руки и продвигается на четверть оборота. (см. рис. 73). Затем, уже разбившись на пары, партнеры могут повернуться лицом друг к другу и выполнить поворот, обменявшись позициями (рис. 74). Затем выполнение группой четверти оборота завершает обмен позициями пар (рис. 75).

Четверть оборота работает как транспозиция T_3 , о которой мы говорили в разделе 4. Если выполнить данный элемент танца четыре раза подряд, вы оказываетесь в исходной позиции. А половина оборота, выполненная партнерами, в действительности, зеркально отображает структуру маленького квадрата. Такое отображение объединяется с четвертью оборота так же, как инверсия I объединяется с транспозицией. Ранее мы убедились, что $T_3IT_3 = I$. Подобным же образом четверть оборота, отображение и вновь четверть оборота дают в результате отображение, меняя пары местами, как и требовалось.

Настоящие контрадансы представляют собой более сложный набор движений, чем приведенный в качестве примера выше. Но последовательность шагов все равно, в конечном итоге, должна давать отображение, при котором пары меняются местами. Такие математики, как Берни Скэнлон (Bernie Scanlon) в Калифорнии и Ларри Коупс (Larry Copes) в Миннесоте, в последние годы разработали новые контрадансы, открыто используя

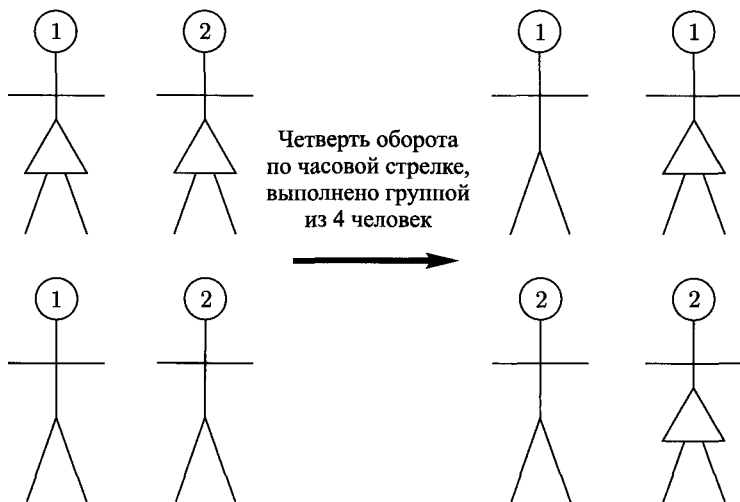


Рис. 73

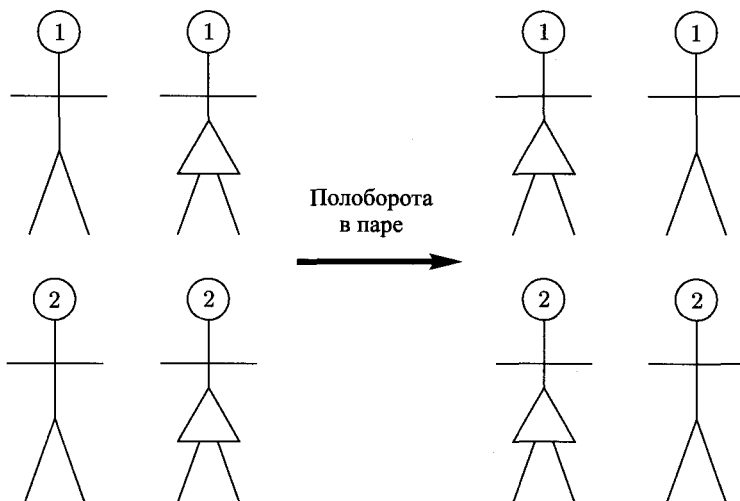


Рис. 74

лежащую в их основе геометрию теории групп. Как и со схемами, с которыми мы встречались ранее в данном разделе, математика пространства служит, чтобы создавать новые произведения в области музыки.

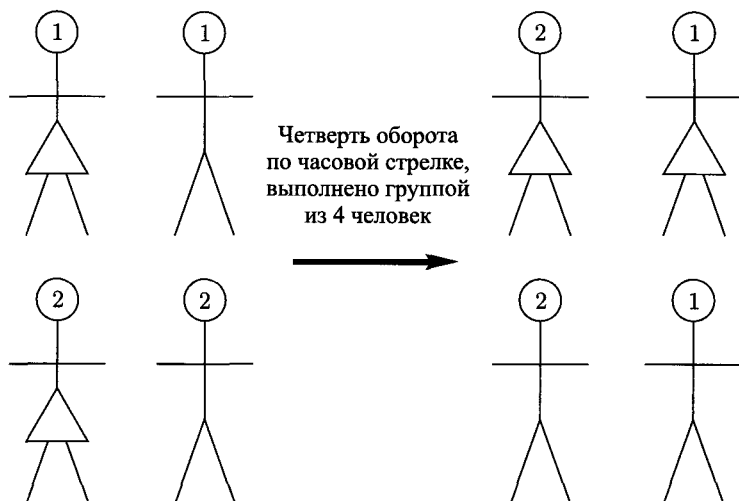


Рис. 75

9. Как не смешивать математику с музыкой

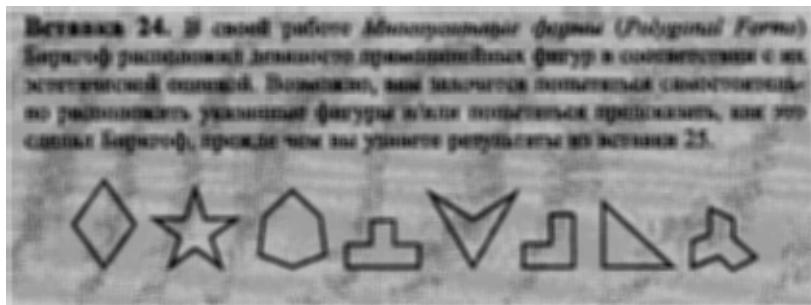
В предыдущих разделах мы стали свидетелями того, что математика помогает лучше понять различные аспекты музыки. А теперь давайте рассмотрим несколько примеров неудачных попыток объединить две указанные области. Такие неудачи, сами по себе часто очень интересные или даже забавные, также служат напоминанием о том, что математический анализ музыки требует осторожного обращения. Неудивительно, что многие наталкиваются на непреодолимые препятствия в силу того, что их знание математики оказывается недостаточным. Но я начну со случая, который демонстрирует, что даже лучшие математики могут сбиться с верного пути.

9.1. Арифметика эстетики

Джордж Дэвид Биркгоф (Gerge David Birkhoff) относится к числу лучших математиков первой половины XX столетия, его труды по сей день остаются весьма актуальными. Более 200 публикаций Биркгофа охватывают широкий диапазон областей математики. И действительно, Биркгоф помог основать и сформировать несколько из этих областей. Более того, многие из 45 его докторантов, диссертациями которых он руководил, стали звездами следующего поколения математиков. Биркгоф, несомненно, был великим математиком.

Я, как математик с гораздо более скромными достижениями, чувствую себя отчасти высокомерным, рассматривая его работу в таком контексте. Можно ли рассматривать работу Дж. Д. Биркгофа в качестве примера — хотя, конечно же, не самого худшего — того, как не смешивать математику и музыку? Боюсь, что можно. Мне кажется, что попытка Биркгофа не оправдала ожиданий отчасти из-за того, что ему следовало выполнить эту работу гораздо более тщательно, затратив свои способности и свое воодушевление на раскрытие данной темы.

Но, в действительности, Биркгоф был более амбициозен. Он хотел разработать общую математическую теорию на тему эстетики и применить ее к произведениям изобразительного искусства (см. вставку 24) и литературы, а также музыки. На протяжении многих лет, начиная с конца 1920-х годов, он пространно излагал свои идеи по эстетике в публикациях и лекциях. Биркгоф увлек этой темой своих коллег в Гарварде и заручился их поддержкой. Среди них был не кто иной, как Уолтер Пистон (Walter Piston), — автор классических учебников по написанию музыки и обладатель двух Пулитцеровских премий.



Так в чем же состоит теория Биркгофа? Вся она сводится к оценке эстетической ценности произведения по формуле O/C . O здесь не является нулем, что означало бы более простую теорию! Однако величина O означает степень порядка¹⁴, присутствующего в произведении, а буква C означает степень сложности¹⁵. По мнению Биркгофа, эстетические свойства чего бы то ни было возникают из гармоничного соотношения его компонентов. Элемент O измеряет данную внутреннюю структуру. Но, для Биркгофа, количество усилий, необходимых для того, чтобы понять произведение, в первую очередь уменьшает привлекательность его структуры. Элемент C отражает

¹⁴ Английское слово «порядок» начинается с буквы «O» («order»). — Прим. пер.

¹⁵ Английское слово «сложность» начинается, соответственно, с буквы «C» («complexity»). — Прим. пер.

данное усилие, и чем большим оказывается значение C в данной формуле, тем меньше эстетическая ценность.

Естественно, послышки Биркгофа вызывают сомнение не столько в количественном, сколько в качественном отношении. Становится ли художественная ценность произведения меньше с увеличением его сложности? Разве именно не благодаря сложности и снежинки, и фрактальные картины обретают большую часть своей визуальной притягательности? И почему формулой стало именно соотношение O/C ? Почему не разность $O - C$? Или не другое соотношение, например, O/C^2 ? Или что-то еще? Биркгоф уподобил свою меру эстетического нормы прибыли на инвестиции, которая так же рассчитывается через пропорцию, хотя он и допускал, что его обоснования не являются убедительными в достаточной мере.

9.2. Упорядоченная мера сложности, сложная мера порядка

Но по сути и сами по себе рассмотренные выше недостатки теории Биркгофа не являются роковыми. В самом деле, нельзя ожидать, что первая же попытка решения такой грандиозной задачи уловит все ограничения, да еще и с очень высокой точностью. Но от теории следует ожидать, что она предоставит удобную концептуальную основу, которая упрощает и объединяет посредством выделения общих основных принципов. В случае лаконичной гравитационной формулы $F = GmM/r^2$ Ньютон описал фундаментальное свойство материи, отвечающее за такое разное, на первый взгляд, поведение, как падающий плод фигового дерева и вращающаяся вокруг звезды планета.

Что касается формулы O/C Биркгофа, то она, кажется, также способна проникать в самую суть. Эта формула так очевидна, как мы только можем желать. Кроме того, она выделяет два основных свойства произведения искусства. Причина разочарования в том, каким образом Биркгоф приписывает значение элементу O для музыкального произведения, т. е. как он определяет, насколько структурировано то или иное музыкальное произведение. Что касается элемента C , то здесь настоящих проблем нет. Биркгоф определяет сложность мелодии по количеству нот, которые в ней звучат — хотя и грубый, но не лишенный оснований критерий. С другой стороны, способом, которым Биркгоф определяет значение O , недостает прямоты способа определения C или величин, подобных массе и расстоянию, которые присутствуют в формуле Ньютона. Нельзя также сказать, что определение значения O основывается на простых унифицированных принципах. Наоборот, Биркгоф выдумал запутанную систему подсчета очков, которая отчасти произвольно присуждает или отнимает очки в соответствии с неким, по-видимому, специально подобранным набором музыкальных правил.

В своей монографии *Математическая теория эстетики (Mathematical Theory of Aesthetics)* Биркгоф перечислил девятнадцать разных категорий своей системы подсчета очков для мелодий с комментарием на полях, что данный список почти наверняка не полон. И это еще не принимая в расчет гармонию и ритм! Приведенные ниже выборки указывают на суть его подхода: «(5) Повторение в сравниваемых фразах: Если какая-то часть одной фразы, по меньшей мере продолжительностью в один такт, повторяется в более поздней фразе, с которой она сравнивается, или если повторяются ноты в соответствующей позиции, то начисляется 1 (очко) за каждую повторяющуюся ноту. [...] (11) Гармонический контраст: Если все ноты такта кроме одной соответствуют консонансному мажорному аккорду, то для последних двух нот начисляется по одному очку».

В сущности, Биркгоф утверждал, что музыкальное произведение оценивается как хорошее в соответствии с нормами учебной литературы по музыке, если оно следует правилам, указанным в этой литературе. Логика неоспорима, но едва ли содержательна! В этом и состоит проблема проекта Биркгофа. В конечном итоге, в нем нет ничего нового. Вместо того, чтобы привнести ясность и единообразие по примеру формулы Ньютона, Биркгоф лишь переносит неприятную работу по оценке эстетической ценности на оценку величины O , не предлагая ничего, кроме пестрого набора эмпирических правил по поводу того, как выполнить эту оценку.

Я не думаю, что попытка Биркгофа была обречена на провал с самого начала. Лично у меня нет никаких философских возражений против идеи выведения математической формулы, измеряющей красоту. Однако я должен признать, что мне еще предстоит увидеть формулу, которая, на мой взгляд, окажется полезной. Несомненно, формула Биркгофа не годится для этого, несмотря на его явно самые серьезные намерения и исключительные таланты.

Вставка 25. В соответствии с логикой Биркгофа эстетическая ценность определяется формулой $O = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1}{f_i}$, где f_i — частота i -го звука. Например, для фразы «Синий цвет — это цвет неба» эстетическая ценность $O = \frac{1}{14} (0,5 + 0,33 + 0,25 + 0,17 + 0,14 + 0,11) = 0,11$.

9.3. Числа, от которых волосы встают дыбом

Некоторые из наиболее ошибочных попыток связать математику и музыку связаны с числами Фибоначчи и связанным с ним «золотым сечением» (см. вставку 26). Указанные числа обладают весьма интересными математическими свойствами и иногда проявляются в природе, особенно в формах таких вещей, как семена подсолнечника или лепестки маргарит-

ки. Но для некоторых людей этого оказывается недостаточно. Существует целый раздел литературы, который приписывает этим числам не только математические, но и мистические свойства и находит их не только в определенных формах растений, но буквально во всем, даже там, где их нет.

Вставка 26. В 1202 году Леонардо из Пизы, известный также как Фибоначчи, написал книгу о математике. В одном упражнении в данной книге речь шла о популяции кроликов. Исходя из отчасти воображаемых условий упражнения следовало найти число кроликов на число лет кроликов в течение последовательных месяцев: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13 и т.д. В данной последовательности каждые два числа, которые называются рядом, в сумме дают следующее число. Такая последовательность чисел Фибоначчи тесно связана с золотым сечением $(\sqrt{5} - 1)/2$ ($\approx 0,618$), эта величина часто обозначается как φ . Число $1/\varphi$, которое называется рядом $\varphi + 1$, часто обозначают как τ . Как число φ , так и число τ являются «золотым сечением». По формуле $(\tau^n - (-\varphi)^n)/\sqrt{5}$ вычисляются n -е числа, которое должно появляться в последовательности Фибоначчи. В результате чем дальше мы продвигаемся в последовательности Фибоначчи, тем больше приближаемся к φ соотношения между числом в последующем звенении последовательности. Например, $8/13$ равно $\approx 0,615$. Числа Фибоначчи обильно встречаются в действительности, некоторые из них просто любопытны, другие представляют практической ценности, иногда применяются в архитектурных конструкциях или где-то еще. В качестве примера, сумма первых n чисел Фибоначчи всегда на один меньше, чем $(n + 2)$ -е число Фибоначчи.

Вот пример, приведенный в книге, изданной в уважаемой компании, которая специализируется на издании учебной литературы. В книге заявляется, что, помимо прочих мест проявления, числа Фибоначчи можно найти в количестве элементов музыкального звукоряда:

Пентатонный звукоряд	C D E G A	5 нот
Диатонический звукоряд	C D E F G A B C	8 нот
Хроматический звукоряд	C C# D D# E F F# G G# A A# B C	13 нот

Рассмотрим данный пример подробно, потому что в нем заключены многие из тех промахов, которые встречаются в музыкальной нумерологии. Среди многих заблуждений наиболее очевидным является, пожалуй, сомнительный метод подсчета нот. В пентатонном звукоряде, действительно, содержится пять нот. Но в диатоническом их семь, а не восемь. Да и хроматический звукоряд состоит из двенадцати звуков. Автор увеличил результаты подсчета, включив дополнительную ноту C (до). Конечно, вполне возмож-

но заканчивать подсчет нот октавой выше, но тогда и в пентатонном ряду их будет не пять (независимо от названия), а шесть. В любом случае, автор не представил объяснения того, по какой причине он провел подсчет нот по-разному в разных видах звукоряда. Но благодаря таким прокрустовым ограничениям автор смог сделать заявление о том, что он нашел здесь числа Фибоначчи.

Более того, автор не упомянул другие виды звукоряда. В частности, ничего не говорится о тоновом звукоряде (C, D, E, F \sharp , G \sharp , A \sharp), в котором насчитывается шесть нот или семь, если мы добавим верхнюю ноту C. Ни шесть, ни семь не являются числами Фибоначчи. Несомненно, что утверждать, что числа Фибоначчи играют важную роль в звукорядах, гораздо легче в том случае, если не принимать во внимание те ряды, которые не подходят под данное заявление.

Но что если бы тоновый звукоряд состоял из пяти нот, а другие его виды также насчитывали бы такие числа, которые являются числами Фибоначчи без всяких натяжек? Означало бы это, что числа Фибоначчи играют значительную роль в музыке? Не обязательно. В конце концов, в последовательности чисел от 1 до 13 шесть — почти половина — являются числами Фибоначчи. Поэтому, когда речь идет о небольших числах, велика вероятность того, что число окажется числом Фибоначчи. И даже если оно оказывается не числом Фибоначчи, при желании ему легко можно навязать эту роль.

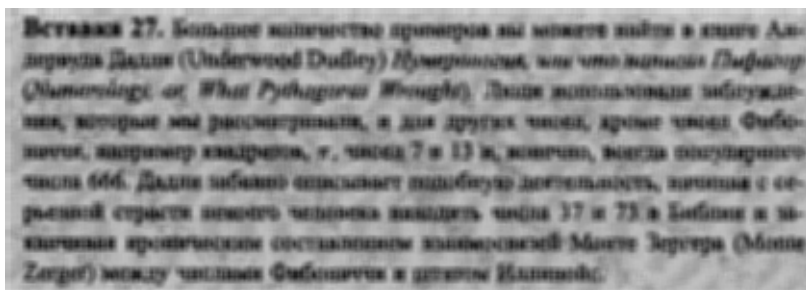
Например, я родился 27 апреля 1955 года. Если записать дату в обычной краткой форме — 4/27/55¹⁶, можно отметить, что $4 = 2^2$, а $27 = 3^3$. Числа 2 и 3 являются следующими друг за другом числами Фибоначчи. Более того, в числе 55 наблюдается повтор числа 5 — следующего числа Фибоначчи, кроме того, оно и само по себе является числом Фибоначчи. Свидетельствуют ли о чем-либо эти любопытные факты? Конечно, нет.

Канадский математик Ричард Гай (Richard Guy) в своей работе *Усиленный закон малых чисел (Strong Law of Small Numbers)* обращает внимание на то, что «малых чисел слишком мало для того, чтобы удовлетворить многочисленные варианты их востребованности». Если вы посмотрите на какие-то числа, вы и в самом деле сможете найти среди них либо числа Фибоначчи, либо квадраты целых чисел, либо простые числа, либо любой другой наиболее предпочтительный для вас вид чисел. Но пока вы не обнаружите конкретную причину, по которой числа того или иного вида *должны* появляться, это, скорее всего, будет просто совпадением.

Подводя итог, следует сказать, что совпадения случаются. Можно увеличить вероятность их появления соответствующим отношением. А если

¹⁶В отличие от европейцев, американцы указывают в дате сначала месяц, а потом число и год. — *Прим. пер.*

не брать в расчет те случаи, когда жонглирование числами не срабатывает в нужном направлении, можно убедить себя/или других в том, что несуществующая модель существует (см. вставку 27). Пример со звукорядом достаточно прост в смысле распознавания присутствующих в нем ошибок. Но существует еще одно утверждение о числах Фибоначчи, нашедшее много сторонников. Это утверждение гораздо более сложное, хотя, в конечном итоге, оно основывается на тех же заблуждениях.



9.4. Миф и музыка

Существует народная легенда о математике и музыке, что-то вроде музыкальной байки, которая повествует о том, что великий венгерский композитор Бела Барток (Béla Bartók) многие из своих произведений сочинял на основе чисел Фибоначчи и золотого сечения. Музыковеды, такие как Ласло Сомфай (László Somfai), развенчали этот миф. Сомфай изучил «все существующие исходные материалы о сочинениях Бартока, а также рукописи аранжировок народной музыки, черновики статей и обрывочные документы, которые являются собственностью Америки и Венгрии». Он отмечал, что «не обнаружилось ни одно вычисление с числами Фибоначчи или любыми другими числами, которое касалось бы количественного соотношения частей его произведений». И это несмотря на «общеизвестную пожизненную привычку композитора хранить и повторно использовать каждый клочок бумаги». Но легенда существует и по сей день.

Идея о том, что произведения Бартока связаны с числами Фибоначчи, прослеживается до музыковеда Эрно Лендваи (Ernő Lendvai). В своих трудах он представил множество примеров из произведений Бартока, имея целью показать, каким образом числа Фибоначчи наполнили эту музыку. Интересен тот факт, что даже Лендваи удержался и не заявил, что Барток обдуманно использовал числа Фибоначчи и золотое сечение в качестве методов сочинения. Вместо этого Лендваи написал: «У меня нет желания

доказывать, что он стремился к системе, арифметической или геометрической; но, возвращаясь к истокам музыки, он действительно открыл фундаментальные законы и тонические связи, которые *могут быть выражены математическими символами, подобными формуле*». С тех пор существует легенда о Бартоке как о композиторе, сочинившем музыку, которая выражает числовую последовательность.

Встречаются ли числа Фибоначчи в музыке Бартока, будь то намеренно или нет? Если мы подробно рассмотрим примеры Лендваи, то обнаружим, что они так же иллюзорны, как и в рассмотренных нами звукорядах. Существует несколько причин, согласно которым мы можем это утверждать. Во-первых, закон малых чисел действует здесь мстительным образом. Барток написал много музыки. Хотя Барток и не был таким плодовитым, как, скажем, Гайдн, его произведения относятся к разным жанрам: оркестровая музыка, вокальная музыка, балеты, опера, кантата, несколько концертов, шесть струнных квартетов и другая камерная музыка, а также немало произведений для фортепьяно. Его шеститомное собрание фортепьянной музыки *Mikrokosmos* включает более 150 произведений. При таком количестве музыки было бы чудом *не* найти несколько случаев, в которых подсчет того или другого не оказался бы числом Фибоначчи или когда результаты двух вычислений не оказались бы приблизительно в золотом сечении друг с другом.

Например, Лендваи указывал на звукоряд, который звучит в кантате Бартока под названием *Cantata Profana*. Этот звукоряд состоит из исходной ноты D (ре), за которой следуют ноты, расположенные на 2, 3, 5, 6 и 8 полутонов выше D. Вы помните, что невеликое число имеет большую вероятность оказаться, прежде всего, числом Фибоначчи. В данном конкретном случае не все числа являются числами Фибоначчи, но Лендваи сосредоточил свое внимание лишь на тех, что ими являются. Он описал данный звукоряд как звукоряд 2, 3, 5, 8 с добавленной пятой нотой (та самая пропущенная 6), которая играет тише, тем самым отмечая неудобную ноту, которая не вписывается в его предвзятое объяснение. Указанный звукоряд можно с таким же успехом назвать звукорядом 2, 3, 6, 8 с добавленной нотой 5, но такое толкование не подходит к его схеме и по этой причине было проигнорировано.

Лендваи не раз искажал факты с целью доказать свои утверждения. Рассматривая первую часть в *Sonate для двух фортепьяно и ударных инструментов (Sonata for Two Pianos and Percussion)*, он подсчитывал для доказательства своего мнения такты. Но для первой части *Дивертисмента (Divertimento)*, где такты не подходят для доказательства его теории, он подсчитывал триоли. В свою защиту он приводил следующие доводы: «Число

тактов не относится к делу по той причине, что их тактовые размеры разные», хотя изменение тактовых размеров в сонате его не волновало. Кроме того, когда он анализировал сонату в целом, он вместо тактов пересчитывал восьмые, не объяснив, почему он выбрал для подсчетов другой, в отличие от первой части, объект. Я повторюсь, утверждая, что если рассмотреть достаточное количество отрывков и перепробовать достаточное количество способов подгонки, то рано или поздно вы натолкнетесь на почти золотое сечение. Представив несколько таких примеров — а не то абсолютное множество примеров, где чисел Фибоначчи и в помине нет, — Лендваи составил на первый взгляд впечатляющий, но в конечном счете не имеющий смысла перечень.

Фактически один пример, представленный Лендваи, отсекает его собственную историю. Он пересмотрел первую часть сонаты *Sonata for Two Pianos and Percussion*, на этот раз подсчитывая целые ноты! Насчитав в результате 804, Лендваи нашел важным, что « $2^8\pi = 804$ ». Давайте проигнорируем тот факт, что данное «уравнение» не верно — в действительности, $804/2^8 = 804/256$ даже не дает особенно большого приближения к числу π ; величина $355/113$ делает это лучше. Но в гораздо большей степени данный пример наглядно показывает, что утверждения Лендваи основываются не на истинной связи Бартока с числами Фибоначчи, а, скорее, на терпении и способности Лендваи жонглировать числами. В кои-то веки Лендваи не удалось подогнать число 804 под шаблон Фибоначчи. Вместо этого он выразил 804 (приблизительно) на основе некоторых других интересных чисел. Все это доказывает, что существует множество способов играть с числами. Если есть время и склонность, то вы можете найти не только числа Фибоначчи, но и числа π , степени числа 2, простые числа и тому подобное и в музыке Бартока, и в телефонной книге.

Позвольте мне обратить ваше внимание на то, что я не пытаюсь обвинить Лендваи или автора отрывка о звукорядах в намеренном жульничестве. Подобное неправильное применение математики можно найти в изобилии (для примера см. вставку 28), очень часто это всего лишь самообман. И тому есть хорошая причина. Человеческий разум обладает замечательной и в высшей степени полезной способностью видеть модели там, где их нет. Возьмите пару объектов, изобилующих моделями, таких, например, как математика и музыка, и искушение становится непреодолимым. Так же как в случае Биркгофа, наш энтузиазм может полностью завладеть нами. В конце концов, все эти неудачные попытки воздают должное красоте музыки и математики и тому чувству очарования, которое они вызывают у человека.

Вставка 28. Математики часто рассматривают часть октавы как состоящую из *интервалов*, представляющих музыкальные тоны, и более дробного *результата*, который включает *гармонию и ритм*, в которых композитор играет с тоном (используя такие термины, как *те*, что описаны в разделе 4), после чего часть *инвертируется*. Пусть a и b , соответственно, представляют количество тонов в двух указанных разделах части. Некоторые ярые поклонники малотона сечения φ обращали внимание на то, что в фортиссимальных сонатах Моцарта соотношение $b/(a+b)$ обычно имеет очень хорошее приближение к φ . Но Джон Путо (John Putz) рассмотрел это в перспективе. В своей работе *Золотое сечение и фортиссимальные сонаты Моцарта (Golden Section and Piano Sonatas of Mozart)* он отметил, что если часть действительна близка к малотону сечения, тогда и a/b также должны приближаться к φ . Но значение величины a/b не приближается к φ настолько близко, как соотношение $b/(a+b)$. В действительности, если $0 < a < b$, тогда $b/(a+b)$ будет *всегда* находиться ближе к φ , чем a/b . Так, округленные значения на $b/(a+b)$ вместо a/b , эти трудности автоматически сдвигают результаты вычислений в пользу φ .

Литература

Перечисленные ниже материалы упоминались в тексте, использовались мной в качестве опорных источников или рассматривают относящиеся к делу темы.

- [1] Assayag G., Feichtinger G. H., and Rodrigues F. J. (ed.). *Mathematics and Music*. New York: Springer-Verlag, 2002. [Они внесли разный вклад в создание главы, некоторые из них — весьма существенный. См. мой обзор *MAA Online* данной книги на сайте <http://www.maa.org/reviews/mathmusic.html>.]
- [2] Babbitt M. Set structure as a compositional determinant. *Journal of Music Theory* 5, 72–94, 1961.
- [3] Backus J. *The Acoustical Foundations of music*. New York: Norton W. W., 1969.
- [4] Barbour J. *Tuning and Temperament*. East Lansing, MI: Michigan State College Press, 1953.
- [5] Birkhoff D. G. *Aesthetic Measure*. Cambridge, MA: Harvard University Press, 1933. [Also, see A Mathematical Theory of Aesthetics and other

papers in Volume III of Birkhoff's *College Papers*, American Mathematical Society, 1950.]

- [6] Blackwood E. *The Structure of Recognizable Diatonic Tunings*. Princeton, NJ: Princeton University Press, 1985.
- [7] Brooks P. F., Hopkins L. A., Neumann G. P., and Wright V. W. An experiment in musical composition. *IRE Transactions on Electronic Computers* **6**, 175–182, 1957. [IRE — это старое название IEEE (Института инженеров по электротехнике и радиоэлектронике, ИИЭР, США).]
- [8] Budden J. F. *The Fascination of Groups*. Cambridge: Cambridge University Press, 1972.
- [9] Butler D. *The Musician's Guide to Perception and Cognition*. New York: Schirmer Books, 1992. [Включает аудиодиск с музыкальными примерами.]
- [10] Cope D. *Experiments in Musical Intelligence*. A-R Editions, Madison, WI, 1996.
- [11] Cope D. *Virtual Music*. Cambridge, MA: MIT Press, 2001. [Включает аудиодиск с музыкальными примерами.]
ibitemCopes Copes L. Dancing with mathematics: Mathematics related to contra dancing.
<http://www.edmath.org/copes/contra>.
- [12] Dudley U. *Numerology, or, What Pythagoras Wrought*. Washington, DC: Mathematical Association of America, 1997.
- [13] Dunne E. and McConnell M. Pianos and continued fractions. *Mathematics Magazine* **72**, 104–115, 1999.
- [14] Fauvel J., Flood R., and Wilson R. (ed.). *Music and Mathematics*. Oxford: Oxford University Press, 2003. [Огромное количество хорошего материала.]
- [15] Fletcher N. and Rossing T. *The Physics of Musical Instruments*. New York: Springer-Verlag, 1991.
- [16] Forte A. *The Structure of Atonal Music*. New Haven, CT: Yale University Press, 1973.

- [17] Gardner M. *Fractal Music, Hypercards and More...* New York: Freeman H. W., 1992.
- [18] Hall D. *Musical Acoustics*. Belmont, CA: Wadsworth Publishing, 1980.
- [19] Hedges S. Dice music in the eighteenth century. *Music and Letters* **59**, 180–187, 1978.
- [20] Hiller L. and Isaacson L. *Experimental Music*. New York: McGraw-Hill, 1959. [Описывает Illiac-сюиту.]
- [21] Hodges W. and Wilson R. Musical patterns. In Assayag G., Feichtinger G. H., and Rodrigues F. J. (ed.), *Mathematics and Music*. New York: Springer-Verlag, 2002.
- [22] Houtsma J. A. M., Rossing D. T., and Wagenaars M. W. *Auditory Demonstrations*. Sewickley, PA: Acoustical Society of America, 1989. [Включает компакт-диск.]
- [23] Isihara P. and Knapp M. Basic Z_{12} analysis of musical chords. *UMAP Journal* **14**, 319–348, 1993.
- [24] Jorgensen O. *Tuning*. East Lansing, MI: Michigan State University Press, 1991.
- [25] Kemeny G. J., Snell L. J., and Thompson L. G. *Introduction to Finite Mathematics*.
<http://math.dartmouth.edu/~doyle/docs/finite/cover/cover.html>. [Классический учебник, уже распроданный, но его электронный вариант можно скачать бесплатно.]
- [26] Markowsky G. Misconceptions about the golden ratio. *College Mathematics Journal* **23**, 2–19, 1992.
- [27] Mason S. and Saffle M. L-systems, melodies and musical structure. *Leonardo Music Journal* **4**, 31–38, 1994.
- [28] McCartin B. Prelude to musical geometry. *College Mathematics Journal* **29**, 354–370, 1998.
- [29] Neuwirth E. Music and Fun (and some Mathematics).
<http://sunsite.univie.ac.at/musicfun/>. [Помимо материалов по настройкам, на данном сайте есть ссылки на музыкальные игры в кости и многое другое.]

- [30] Neuwirth E. *Musical Temperaments*. New York: Springer-Verlag, 1997. [Включает компакт-диск.]
- [31] Neuwirth E. The mathematics of tuning music instruments — A simple toolkit for experimets. In Assayag G., Feichtinger G. H., and Rodrigues F. J. (ed.), *Mathematics and Music*. New York: Springer-Verlag, 2002. [Включает математический код, применяемый для создания звуков для его *Musical Temperaments*.]
- [32] O'Veirme N. T. 940, 369, 969, 152 Dice-music trios. *Musical Times* **109**, 911–913, 1968. [Содержит менуэт Гайдна.]
- [33] Perle G. *Serial Composition and Atonality*. University of Berkeley, CA: California Press, 1962.
- [34] Petersen R. M. Musical analysis and synthesis in Matlab. *College Mathematics Journal* **35**, 396–401, 2004.
- [35] Petersen R. M. Resources to accompany musical analysis and synthesis in Matlab.
<http://amath.colorado.edu/pub/mathlab/music>.
[Mathlab code and other material related to the above article.]
- [36] Pierce J. *The Science of Musical Sounds*. New York: Scientific American Books (Freeman H. W.), 1983. [Вышло переработанное издание Фримана, но в первое издание был включен виниловый диск с аудиопримерами.]
- [37] Polster B. *The Mathematics of Juggling*. New York: Springer-Verlag, 2003. [Глава 6 посвящена вызваниванию на колоколах, ее вполне можно читать отдельно от остального содержания книги.]
- [38] Prunsinkiewicz P. Score generation with L-systems. In *Proceedings of the 1986 International Computer Music Conference*. International Computer Music Association, 1986.
- [39] Putz J. The golden section and the piano sonatas of Mozart. *Mathematics Magazine* **64**, 275–282, 1995.
- [40] Rahn J. *Basic Atonal Theory*. New York: Longman, 1980.
- [41] Ratner L. Ars combinatoria: Chance and choice in eighteenth-century music. In Robbins Landon C. H. and Chapman. R. (ed.), *Studies in Eighteenth-Century Music*. Oxford: Oxford University Press, 1970.

- [42] Roederer J. *The Physics and Psychophysics of Music*. New York: Springer-Verlag, 1995.
- [43] Smullyan R. *5000 C B. and Other Philosophical Fantasies*. New York: St. Martin's Press, 1983.
- [44] Snowdon J. and Snowdon W. *Diagrams*. England: Christopher Groome, Burton Latimer, 1978.
- [45] Somfai L. *Béla Bartók: Composition, Concepts, and Authograph Sources*. Berkeley, CA: University of California Press, 1996.
- [46] Svobodny T. *Mathematical Modeling for Industry and Engineering*. NJ: Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1998. [Глава 9 включает подробное описание работы человеческого уха.]
- [47] Tarasti E. *Heitor Villa-Lobos: The Life and Works, 1887–1959*. Jefferson, NC: McFarland, 1995.
- [48] Taylor C. *The Physics of Musical Sounds*. L.: English University Press, 1965. [Включает виниловый диск с аудиопримерами.]
- [49] Voss F.R. and Clarke J. « $1/f$ noise» in music. *Journal of the Acoustical Society of America* **63**, 258–263, 1978.
- [50] White A. Fabian Stedman: The First Group Theorist? *American Mathematical Monthly* **103**, 771–78, 1996.

Гармония пифагорейцев¹

Б. Пажиш

Чтобы определить свой музыкальный строй, пифагорейцы создали целую теорию. Используя только квинту и октаву, они разработали справочный инструмент, влиявший на музыку Запада вплоть до эпохи Возрождения.

Общество пифагорейцев, основанное в VI веке до нашей эры, пережило своего основателя более, чем на столетие. Одним из членов этого общества был Аристоксен, родившийся в Таренте около 350 года до Р.Х. Именно благодаря ему мы знакомы с трудами пифагорейцев, посвященными музыке, точнее, благодаря двум из его работ: «Гармонические элементы» и «О ритме» (от нее остались только фрагменты).

В музыкальном строе Пифагора² используются только числа 1, 2, 3.

1. Организация звуков

Основная идея состоит в том, чтобы интересоваться только высотой звуков (сегодня мы бы сказали: их частотой), рассматривать только ограниченное число таких высот, упорядочивая их от низких к высоким, и при сочинении музыки использовать только эти звуки. В таких случаях

¹Parzys B. *L'harmonie des pythagoriciens*. Maths & musique: Des destinées parallèles. Tangente Hors-Série № 11, 2005. P. 14–17. Перевод с французского В. В. Шуликовской.

²Пифагор (580–480 до Р.Х.), греческий философ, математик и астроном, не оставил после себя книг. Его учение известно только по работам учеников и последователей. Пифагорейцы верили во всемогущество числа, которое правит миром. (Под «числом» они имели в виду целое натуральное число.) Иррациональность квадратичного корня из 2, вытекающая из теоремы Пифагора, повлекла за собой первый «интеллектуальный кризис» в истории мысли.

говорят о музыкальном строе. Чтобы определить его, пифагорейцы пользуются монокордом, примитивным инструментом, состоящим из резонатора, на котором зафиксирована струна, натянутая на два неподвижных колышка (рис. 1). Подвижный гриф позволяет изменять длину струны, которую мы заставляем вибрировать.

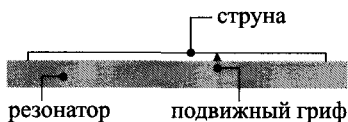


Рис. 1

Один из часто используемых в музыке способов извлечения звуков — это вибрация натянутой струны (гитара, скрипка и т. д.). При одинаковом натяжении получаемый звук будет тем выше, чем короче струна. Так, пифагорейцы смогли установить, что если установить гриф на середину струны, то обе ее половины дают один и тот же звук (очевидно!); они звучат в унисон. Более того, каждая из них издает звук, очень сильно «напоминающий» звук, который получается из целой струны (но более высокий). Промежуток (интервал) между новым звуком и начальным называют октавой. Таким образом, октава соответствует отношению $1/2$.

Поместив гриф на $2/3$ длины струны (рис. 2), мы, разумеется, получим два звука, составляющих октаву друг с другом, так как одна из двух частей в два раза длиннее другой.

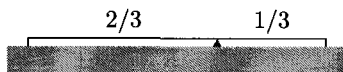


Рис. 2

Оказывается, что звук, издаваемый большей из двух частей струны, «хорошо сочетается» с основным звуком, тем, который издает струна целиком. Интервал между этими двумя звуками образует квинту, которая таким образом соответствует отношению длин $2/3$.

Для пифагорейцев этих простых замечаний оказалось достаточно, чтобы создать музыкальный строй. Этот строй имеет дело только с числами 1, 2, 3, и сложно понять, что может быть проще. Действительно, что бы случилось, если бы мы захотели рассматривать только числа 1 и 2? Тогда единственные получаемые нами звуки соответствовали бы длинам вида $(1/2)^n$ (где n — целое), т. е. монотонной последовательности октав. Но эти звуки настолько похожи друг на друга, что мы бы с трудом различали их:

представим себе смешанные хоралы, поющие «на один голос», где женщины поют на октаву выше мужчин.

2. 1, 2, 3 и все!

Все звуки, которые отличаются друг от друга на целое число октав, образуют одну ноту. Иначе говоря, оперируя числами 1 и 2, мы получим только одну ноту (и это воистину минимальный музыкальный строй!). Вводя число 3 (т. е. квинту), мы получаем звук, лежащий между базовым и тем, который на октаву его выше, следовательно, новую ноту.

Теперь, чтобы создать музыкальный строй, нам надо разделить октаву с помощью небольшого числа промежуточных нот (рис. 3). Идея пифагорейцев состоит в том, чтобы повторять исходное деление, образуя квинту от квинты, затем квинту от квинты от квинты и т. д. Когда мы дойдем до звука, выходящего за пределы начальной октавы, мы можем вернуться в эту октаву, удвоив изначальную длину струны, издающей этот звук. Таким образом пифагорейцы получают все звуки, соответствующие длинам $2^n/3^p$, лежащим между 1 и $1/2$ (где числа n и p — целые).

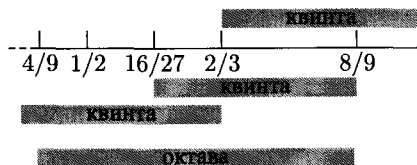


Рис. 3

В идеале с помощью таких делений мы бы разбили октаву на определенное число интервалов, зафиксировав промежуточные звуки октавы. К сожалению, число 2^n — четное, а 3^p — нечетное, поэтому мы никогда не получим $2^n/3^p = 1$ или $2^n/3^p = 1/2$ (разве что, очевидно, $n = p = 0$ или $n = 1, p = 0$), и описанная выше процедура сама по себе даст нам бесконечно много разных звуков внутри октавы. Конечно, все это верно только с теоретической точки зрения, так как на практике мы не сможем различить на слух два звука, соответствующие двум близким значениям длины струны.

Поэтому на практике считают, что «цикл завершился», когда мы оказываемся «вблизи» исходной ноты, т. е. когда $2^n/3^p$ близко к 1. В этом случае возникает музыкальный строй, содержащий p нот, так как мы свели в октаву p последовательных квинт.

Исторически было принято выбирать следующие значения p :

p	n	$2^n/3^p$	строй
5	8	1,053498	пентатоника
7	11	0,936443	гептатоника
12	19	0,9986540	хроматический
53	84	0,997914	
665	1054	1,000044	

В любом случае октава делится на последовательные интервалы только двух типов. Например, в пентатонике возникает следующее деление (рис. 4):

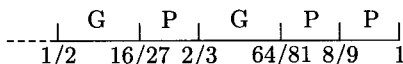


Рис. 4

Малые интервалы, обозначенные буквой P, соответствуют отношениям длин $8/9$ ($\approx 0,889$). Для больших интервалов, обозначенных через G, это значение равно $27/32$ ($\approx 0,884$).

Мажорная гамма пифагорейцев соответствует следующему делению октавы, где дроби указывают длину струны по отношению к исходной (рис. 5).

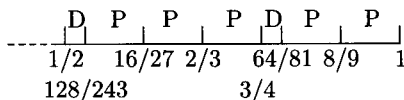


Рис. 5

Пентатонику можно обнаружить по всему миру, путешествуя из Перу в Китай через Шотландию. Это почти что «китайская гамма», образованная черными клавишами пианино. Гептатоника утвердилась на Западе, став, после различных превращений (см. следующие страницы), нашей обычной «мажорной» гаммой из 7 нот (белые клавиши пианино). Точно так же строй из 12 нот дал нашу «хроматическую» гамму (все клавиши пианино, белые и черные). А строй, содержащий 53 ноты, стал «гаммой сольфеджио», которой пользуются специалисты.

Был ли Бах математиком?¹

В. Декевовилье²

Фуга — это почти математическое доказательство, в котором можно говорить о теме, аргументации и решении.

«Математик Бах», «Глубокая математическая сущность произведений Баха». . . Мы часто находим такие утверждения в программах концертов или на обложках компакт-дисков. И если некоторые эксперты согласны в том, что музыку Баха вдохновляла математика, то объясняют они это по-разному.

В это сложно поверить, но у нас нет ни одного документа, ни одного свидетельства той эпохи, удостоверяющего, что Бах тем или иным образом использовал в своих произведениях какую-то математическую технику или хотя бы проявлял к ней какой-то интерес. Для Моцарта, Скрибина, Бартока или Берга такие свидетельства существуют. Для Баха их нет.

Но к чему эти теории? Разум опирается на особую природу музыки Баха. И если работы его современников без труда поддаются анализу, то в произведениях Баха обнаруживается немало любопытных деталей, вроде бы необъяснимых. Мы не перестаем удивляться его выбору, нам кажется, что он вызван какой-то загадочной необходимостью. «Математическая» гипотеза представляет собой попытку объяснить эту необходимость. Но каким образом мы должны проверять ее? Раз источники молчат, единственное решение — внимательно изучать произведения. Их исследуют уже больше века, причем в очень разных направлениях.

¹Dequevauviller V. *Bach mathématicien*. Maths & musique: Des destinées parallèles. Tangente Hors-Série № 11, 2005. P. 68–75. Перевод с французского В. В. Шуликовской.

²Винсент Декевовилье — исследователь CNRS в лаборатории эстетики и искусствоведения (UMR 8592).

1. Ученая музыка

Даже в свое время музыка Баха считалась сложной, смущающей разум. И, не имея возможности разобрать ее по частям, слушатель «Музыкального приношения» или «Искусства фуги» осознавал интеллектуальное измерение этих произведений, в которых Бах использует почти исключительно некоторую высоко виртуозную технику композиции, принадлежащую к своего рода «кругу силы».

Жанр «канона» представляет собой архетип данной музыкальной концепции, где деление на части — это прежде всего своеобразная сеть из абстрактных фигур, устроенных в соответствии с правилами науки. Хорошим примером служит канцовка «Искусства фуги» (рис. 1); ее последний канон, написанный «с увеличением и противоположным движением», можно считать вершиной технической сложности; эта пьеса обращена к разуму в той же степени, что и к слуху. Жанр «фуги», играющий центральную роль в музыке Баха, свидетельствует о том же самом состоянии ума: сама по себе fuga — это почти «математическое доказательство», в котором можно говорить о «теме», «аргументации» и «решении».

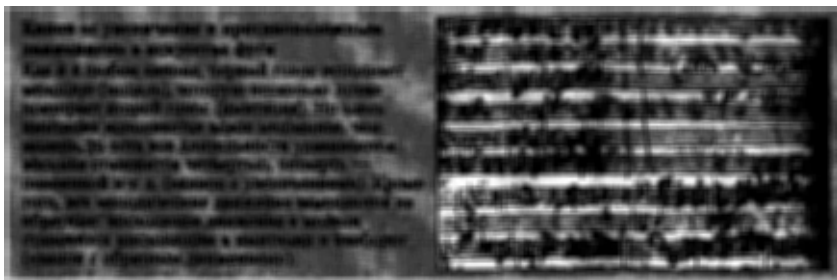


Рис. 1. Оригинальная рукопись с пометками Баха

Эта концепция музыкальной учености вписывается в очень древнюю традицию корпоративного духа, когда музыкант — прежде всего ремесленник, обладающий «запасом» знаний, который устно передается от учителя к ученику. На знаменитом портрете Хауссманна [Hausmann] Бах держит в руке небольшой листок с нотами, на котором три короткие мелодии должны образовывать канон на шесть голосов; но он не дает нам решения этой задачи, предоставляя коллегам возможность его найти. Несколько эзотерическое заглавие «Хорошо темперированного клавира» напоминает нам о том, что поводом для этого произведения послужило желание показать (доказать?), что можно сочинять музыку, исходя из двенадцати нот хрома-

тической гаммы: интеллектуальное пари, вызов ремесленника, который хочет продемонстрировать своим товарищам, на что он способен. Вспомним Пьера де Ферма, который веком раньше посылал Уоллису математические «загадки».

Наконец, этой тяги к *интеллектуальной* музыке почти достаточно, чтобы обосновать уравнение

$$\text{Бах} = \text{математик}.$$

Обе части данного уравнения имеют общий вкус к абстрактным рассуждениям, к технически сложным манипуляциям.

Девятнадцатый век часто сводит Баха именно к этому аспекту. Для духа романтики композитор — это своего рода «медиум», которого регулярно посещает вдохновение, диктующее ему его произведения в каком-то «сомнамбулическом» состоянии. Такой подход прямо противоположен Баху, и он для Шумана или Шопена становится прежде всего музыкантом для музыкантов, ученым метром, которому известны все «секреты» ремесла и который вполне сознательно использует их.

«Как и любая музыка, цифровой бас не имеет другой цели, нежели прославление Господа и отдохновение духа; иначе, это уже не настоящая музыка, а беспрестанное бормотание дьявола».

2. Зашифрованные символы

В начале предыдущего века Альберт Швейцер заявил, что Баха нельзя сводить к одному только интеллектуальному измерению, как бы заманчиво это ни было. Изучая прежде всего его священные кантаты, Швейцер показывает, до какой степени музыка Баха полна поэзии, звуковых образов, переводящих в звук идеи, выраженные в тексте.

Иногда в этих образах используются цифры. По своей природе язык музыки функционирует с помощью дискретных величин (ноты, такты и т. д.), так что он хорошо подготовлен для таких числовых транспозиций. Наиболее известный пример можно найти в «Страстях по Матфею» (рис. 2), в момент Тайной вечери. Когда Иисус объявляет своим ученикам, что один из них предаст его, те хором восклицают: «Не я ли, Господи?» Если сосчитать внимательно, Бах написал мотив «*Nein, bin ichs?*» только одиннадцать раз: предатель молчит... Такой прием может показаться почти наивным в своей простоте. Но прежде всего он очень эффективен. Как Дюрер, которому одним ударом миллиметрового резца удалось создать игру

Хор учеников в «Страстях по Матфею»

9^e Chorus
Allegro

Violino I

Violino II

Viola

Soprano
Herr, bin ichs, bin ichs, bin ichs, Herr, bin ichs, Herr, bin ichs?

Alto
Herr, bin ichs, bin ichs, Herr, bin ichs, bin ichs, bin ichs, bin ichs, Herr, bin ichs?

Tenore
Ev.
ihm: Herr, bin ichs, bin ichs, Herr, bin ichs, bin ichs, bin ichs, Herr, bin ichs, bin ichs?

Basso

Рис. 2

тени и света, Бах с помощью одой ноты (или отсутствием одной ноты) открывает перед нами целое пространство скрытых интерпретаций.

Но иногда этот символизм интерпретируется тоньше. Во вступительном хоре «Страстей по Иоанну» (рис. 3), благодаря небольшим «напльвам» нот у скрипок и повторению нот у других струнных, кажется, что музыка мерцает, как море, слегка волнуемое ветром. Это образ воды, так часто встречающийся у Баха. Но в чем его смысл здесь, в данном отрывке? Возможно, вот в чем: в пьесе 153 такта. 153 — это число чудесных рыб в евангелии от Иоанна. Может быть, этим началом Бах хотел поместить свою работу под знак «Христос — ловец человеков»?

Может быть... Мы видим, насколько опасны такого рода интерпретации: как можно быть в них уверенным? Как нам узнать, этого ли хотел Бах? Обнаруживая эти образы и эти символы, книга Швейцера открывает нам путь к анализу герменевтического типа. На этом пути всегда очень трудно понять, где остановиться, как отделить возможное от невероятного.

С таких же позиций следует рассматривать знаменитую теорию, предложенную Фридрихом Смендом³ около 1950 года. Он считает, что Бах постоянно использовал число 14, равное сумме чисел, соответствующих буквам его имени в алфавите (B = 2, A = 1, C = 3, H = 8 и 2 + 1 + 3 + 8 = 14),

³Фридрих Сменд (1893–1980) — немецкий теолог, исследователь творчества И. С. Баха.

Начало «Страстей по Иоанну»

The image shows a musical score for the beginning of the 'Passion according to St. John' by J.S. Bach. The score is arranged in a system with six staves. From top to bottom, the staves are: Flauto traverso I (Oboe I), Flauto traverso II (Oboe II), Violino I, Violino II, Viola, and Continuo. The Continuo part includes figured bass notation with numbers 6, 6, 7, 4, 5, 3 and a '3' below the final measure. The score is in C major and 4/4 time.

Рис. 3

т. е. ставил свою «цифровую подпись». В те времена такая техника перевода букв в числа действительно существовала. После того как Сменд сформулировал свою теорию, она прочно обосновалась в литературе, посвященной Баху. Но в то же время она страдает от «прирожденной слабости». Само по себе число 14 незначительно, и не обязательно быть статистиком, чтобы понять, что это число можно найти более-менее повсюду. Ну и как тогда доказать, что Бах сознательно использовал его вместо подписи? Противники данной теории сделали неплохой ход, утверждая, что некоторые произведения Моцарта написаны Бахом, так как в них есть число 14. . .

Да и в конце концов, стоит ли называть «математикой» эту технику музыкальных иллюстраций на основе чисел? Какова бы ни была роль «числа 14» или одиннадцати мотивов в хоре апостолов, но числа использованы здесь как знаки, предполагается, что они наделены смыслом, однако их арифметические свойства тут ни при чем.

3. Пропорции

Возможно, это была реакция на опасности герменевтического метода, предложенного Швейцером, но с 1922 года Вильгельм Веркер пытался показать, что музыка Баха — это «прежде всего» порядок архитектурной абстракции. В своей книге, посвященной «Хорошо темперированному клавиру», он старается оценить принципы композиции, в частности, правила симметрии. С этой целью Веркер обчисляет некоторые параметры, на-

пример, количество тактов, чтобы показать, что данный цикл произведений разбит на части точно по своему среднему арифметическому.

Этим методом регулярно пользовались и позже. Нет сомнений, что он отвечает реалиям музыки Баха. Нельзя отрицать, что Бах часто использует соотношения в простых пропорциях, их равенство. В первой части первого из «Бранденбургских концертов» 84 такта при возвращении к главной теме делятся ровно на две половины по 42 такта. В знаменитой «Прелюдии до минор» для органа (BWV 546) 144 такта делятся на три совершенно одинаковые группы по 48 тактов: с точки зрения пропорций, сложно придумать что-то более простое!

Кажется, что здесь мы напали на многообещающий след; иначе говоря, музыка Баха прекрасно и основательно построена по заранее установленной схеме, на основе числовых пропорций. Но произведения Баха опять сопротивляются! И если какие-то его пьесы превосходно устроены, то другие обнаруживают полное отсутствие пропорций. Например, за упомянутой выше «Прелюдией до минор» следует «Фуга», содержащая четыре части по 58, 28, 34 и 39 тактов: трудно найти что-то менее регулярное. . .

Все исследования, посвященные поиску пропорций, упирались в эту задачу. Некоторые ученые, желая спасти теорию, пытались отыскать более сложные правила, такие как пропорция «среднего и крайнего» (золотое сечение). Но удовлетворительных результатов до сих пор нет. По своей природе золотое сечение не выражается в целых числах и поэтому не приспособлено к языку музыки, который, как уже было сказано, оперирует дискретными величинами. Поэтому до сегодняшнего дня результаты остаются приближенными и малоубедительными.

4. Другой метод

Таким образом, все перечисленные выше подходы дают нам лишь фрагментарные результаты. Может быть, надо согласиться на такое разорванное видение Баха, где случайная логика, несомненно, соседствует с какой-то общей системой? В качестве последнего замечания мы предложим глобальный численный анализ шести «Бранденбургских концертов» методом, который отличается от предыдущих. После данного анализа кажется, что этот знаменитый отрывок представляет собой прекрасно выполненный результат точного числового планирования (см. рис. 4).

По большому счету, такое планирование — это явный поиск пропорций. Полное число тактов, 2 664, кратно числу 72 (т. е. $2^3 \cdot 3^2$), что дает нам множество возможных разбиений. Кажется, что проще всего разбить эти 2 664 такта на три одинаковые группы по 888 тактов так же, как 144 такта



Рис. 4

(еще одно число, кратное 72) «Прелюдии» делятся на группы по 48 тактов. Но Бах, несомненно, желавший получить разнообразные решения, предпочел «внести неравенство» в это разбиение и исходил из формулы арифметической прогрессии: 787 + 888 + 989.

На этом и основана тонкость его системы. Чтобы распределить 787, 888 и 989 тактов, Бах отказывается от поиска пропорций и выбирает числа в зависимости от их «визуальных» характеристик: 989 тактов делятся на 247 + 742, 787 тактов — на 232 + 233 + 322. Но почему в концертах № 5 и № 6 использованы произвольные числа? Несомненно, потому что Бах хотел сохранить в своем цифровом плане какую-то загадку. Даже число 247 появляется, только если изолировать танцы, служащие в итоге ключом

к этой цифровой архитектуре. (У нас слишком мало места для более глубокого анализа.) В своем «Музыкальном приношении» И. С. Бах написал: «*Quaerendo invenietis*», т. е. «находят ищущие». И мы, наконец, возвращаемся к тому, с чего начинали: музыка Баха, в том числе и все ее тайные аспекты, — это приглашение ко все новому и новому поиску причин ее очарования.

Симметрия и композиция¹

Э. Бюссе

Палиндром, т. е. число или слово, которое можно читать как справа налево, так и слева направо, стар как мир. Его существование выходит далеко за рамки арифметики или лингвистики. Что касается музыки, то именитые композиторы пользовались симметрией. В шутку или в творческих целях? Именно это мы и попытаемся выяснить.

Год 2002 — до странности симметричен. Такие даты, как 10/02/2001 или 20/02/2002 допускают прочтение в двух направлениях. Любители палиндромов знают, что их можно найти во всех областях: географические наименования, такие как *Нойон* или *Лавал*, слова, такие как *радар*, числа, такие как 1001, 1111, 1221, 1991, 2112, даты, среди которых ближайшие к нам 01/02/2010 или 21/02/2012.

1. От симметрии слов...

Палиндром могут образовывать целые фразы, при условии, как уточняет Люк Этьенн, несравненный специалист в области игры слов, что мы не будем учитывать «ни пробелов между словами, ни знаков препинания, ни апострофов, ни диакритических знаков». «А роза упала на лапу Азора», — один из наиболее известных примеров палиндрома.

От античных авторов, таких как латинский ритор Квинтиллиан («*goma tibi subito motibus ibit amor*»)², до самых современных, вроде Луизы де

¹Busser É. *Symétrie et composition*. Maths & musique: Des destinées parallèles. Tangente Hors-Série № 11, 2005. P. 46–50. Перевод с французского В. В. Шуликовской.

²«Рим, из-за этих жестов к тебе вдруг придет любовь» (лат.). Традиционно считается, что речь идет о крестном знаменнии. — *Прим. перев.*

Вильморин, с ее «Rue, verte fenêtre, verte nef, et rêveur» («Улица, зеленое окно, зеленый неф и мечтатель»), через поэзию Сирано де Бержерака («À révéler mon nom, mon nom relèvera» («Если раскрыть мое имя, мое имя возвысится»)), мы регулярно сталкиваемся с палиндромами в текстах. Но пальма первенства, конечно, принадлежит Жоржу Переку с его палиндромом «9691», который был написан в 1969 году и содержит 5000 букв³.

Люк Этъенн идет еще дальше, изобретая слоговые и даже фонетические палиндромы⁴. А от фонетики до музыки — один шаг.

2. ... К симметрии нот

Звуковые качества музыки при симметрии практически не изменяются.

Мы видим, что симметрия служит неплохим писательским приемом. Музыканты тоже не лишают себя возможности использовать симметрию, изображая на своих нотных станах обратные движения, ретроградные движения и другие палиндромы, на сей раз — музыкальные. Необходимо отметить, что если композиция, характерная для алеаторики, порой преподносит нам неприятные для слуха сюрпризы, то при симметрии звуковые качества музыки практически не изменяются: приятная на слух музыка после симметричного отображения нот остается приятной.

Для подобной «симметризации» лучше других подходят такие музыкальные формы, как контрапункт и канон. Цель контрапункта — наложение мелодических линий. В частности, такое наложение можно выполнить с помощью обратного движения, когда повышение тона превращается в понижение, как в широко известной мелодии «Ах, я скажу Вам, мамá» (см. рис. 1).



Рис. 1

³В русской литературе палиндромами увлекался Велимир Хлебников (его стихотворение «Перевертень», поэма «Разин» составлены из однострочных палиндромов). Палиндромы можно найти в поэзии Валерия Брюсова, Андрея Вознесенского. — *Прим. перев.*

⁴Имеются в виду фразы, симметричные не по написанию, а по произношению. — *Прим. перев.*

Наложение можно выполнить и с помощью ретроградного движения, т. е. зеркального отображения нот, как в примере, изображенном на рис. 2.



«Начало мелодии повторяется в ретроградном движении»

Рис. 2

Здесь мы оказываемся среди изощренных музыкальных произведений, таких как созданное Гийомом Машо в XIV веке, где голоса после двадцати тактов меняют направление, а верхние партии меняются местами.

Заголовок говорит сам за себя: «Мой конец есть мое начало, а мое начало — мой конец» (рис. 3).



«Мой конец есть мое начало, а мое начало — мой конец». Г. Машо

Рис. 3

Например, в двухголосном каноне сначала вступает один голос, «ведущий», а потом второй, «ведомый», и тут возможны любые варианты, включая развитие второго голоса с обратным движением или с учетом какой-то формы симметрии, как в «Вариациях Гольдберга» И. С. Баха для клавесина с двумя клавирами (рис. 4).



Рис. 4. Канон в квинту в вариациях Гольдберга

В канонах можно использовать и ретроградное движение (рис. 5). О нем говорят «à l'écrevisse»⁵. Тогда, чтобы получить партию второго голоса, надо прочитать партию первого голоса задом наперед.

⁵«Как у раков» (фр.) — Прим. перев.



Рис. 5. Ретроградное движение в канонах

Гайдн. Менуэт из симфонии № 47 «Палиндром»

Menuet
a2

2 Oboi
2 Corni in G/Sol
Violino I
Violino II
Viola
Violoncello,
Basso
e Fagotto

The image displays the first system of a musical score for a minuet. It features six staves for different instruments: 2 Oboes, 2 Horns in G/Sol, Violin I, Violin II, Viola, and Cello/Bass/Double Bass. The music is in 3/4 time with a key signature of one sharp (F#). The score includes dynamic markings such as *f*, *p*, and *fp* throughout. A second system of the score is also visible below, continuing the musical piece.

Рис. 6

2.1. Бах, Моцарт, а также Гайдн

Бах, к примеру, принял вызов короля Фридриха II, увлекавшегося игрой на флейте, когда тот потребовал симпровизировать фугу на шесть голосов с очень сложной темой. Композитор отказался от импровизации, но сочинил для короля не только фуги на три голоса и шесть голосов, но и сонату, а также несколько канонов, составляющих «Музыкальное приношение», изданное в 1747 году. Это настоящие музыкальные задачи, в которых надо найти ведомые партии по известным ведущим.

Тот же самый Иоганн Себастьян Бах, как всегда, влюбленный в симметрию, приводит две версии, прямую и обратную, «Четырехголосной фуги» № 16 из своего «Искусства фуги». В этих версиях он меняет местами два крайних и два средних голоса, более того, связывает каждый из них ретроградным движением. . . Настоящий подвиг!

Немного позже пришла очередь Гайдна сочинить симфонию № 47 (рис. 6), которая, кстати, называется «Палиндром». Второй раздел ее третьей части («minuetto al reverso», т. е. «обратный менуэт») воспроизводит десять первых тактов первой части в обратном порядке.

А разве Моцарт, как всегда, полный юмора, не сочинил еще немного позже это переложение двухголосного канона для гитары. . . в котором, впрочем, только одна партитура! (рис. 7). Прочитайте ее, и вы сами все поймете: ее можно читать как вверх, так и вниз головой, и, чтобы получить вторую мелодию, надо перевернуть партитуру, так что музыканты могли бы исполнять это произведение, сев за стол с противоположных сторон. Остроумно, не правда ли? Если мы умеем читать между строк, то мы увидим, что эта партитура похожа на палиндром, хотя и несовершенный: кажется, что голоса все время отличаются на октаву, но после четвертого такта симметрия нарушается, к пятому такту голоса разделяет терция, к седьмому — кварта. Конечно, читатель и сам обнаружит все остальные различия, которыми шутник Моцарт усыпал этот отрывок!

Allegro Mozart

The image displays a musical score for a palindromic canon by Wolfgang Amadeus Mozart. The score is written in treble clef with a key signature of one sharp (F#) and a common time signature (C). It consists of 12 staves of music. The tempo is marked 'Allegro'. The score includes dynamic markings: 'f' (forte) and 'p' (piano). The music is characterized by its palindromic structure, where the second half of the piece is a mirror image of the first half. The notation includes various rhythmic patterns, including eighth and sixteenth notes, and rests. The piece concludes with a final cadence.

Рис. 7. Палиндромический канон Моцарта

Введение в физику и психофизику музыки¹

Х. Рёдерер

1. Наука о музыке и музыка науки. Мультидисциплинарный подход

1.1. Взаимодействующие физические системы

Представьте, что вы сидите в концертном зале и слушаете выступление солиста. Посмотрим, какие системы причастны к музыке, которую вы слышите. Прежде всего это, очевидно, исполнитель и инструмент, который «делает» музыку. Во-вторых, это воздух в зале, который разносит звук во все стороны. В-третьих, это вы, слушатель. Другими словами, мы имеем цепочку систем *инструмент* → *воздух* → *слушатель*. Что связывает их при исполнении музыки? Колебания определенного типа и формы, называемые звуком, которые распространяются от точки к точке в виде волн и к которым чувствительно наше ухо. (Существует много других типов и форм колебаний, которые мы воспринимать не можем, либо воспринимаем, но посредством других чувств, таких как осязание или зрение).

Физик для описания этих трех систем использует более общие термины. Он называет их так: *источник* → *среда* → *приемник*. Такая цепочка систем появляется при изучении и других физических процессов взаимодействия, включая свет радиоволны, электрические токи, космические лучи и т. д. Источник излучает, среда проводит, приемник воспринимает, регистрирует или, в общем случае, реагирует каким-то специфическим образом. То, что излучается, распространяется и регистрируется, представляет

¹Roederer J. G. *The Physics and Psychophysics of Music*. Springer Science+Business Media, 2008. 228 p. Перевод с английского Э. М. Эпштейна.

собой энергию в одной из многих форм, и эта форма зависит от конкретной ситуации. В случае звуковых волн это упругая энергия, заключенная в колебаниях давления, т. е. быстром чередовании сжатия и расширения воздуха². Перенос такой энергии сопровождается переносом акустической информации, при котором возникает связь между структурой колебаний в источнике и откликом на них приемника (также проявляющимся в форме колебаний). Таким образом, можно сказать, что звуковая волна является носителем информации, которая может составлять содержание и смысл речи и музыки (при этом переносимая энергия необходима, но не она определяет произносимые слова и исполняемую музыку!).

Взглянем более пристально на системы, причастные к созданию музыки. В источнике, т. е. музыкальном инструменте, можно выделить несколько различных физических компонент:

1. *Первичный механизм возбуждения*, который должен быть активирован исполнителем. Примерами могут служить возбуждение скрипичной струны смычком или щипком (пиццикато), поток воздуха, обдувающий клин во флейте, мундштук кларнета, губы играющего на медном духовом инструменте, а также голосовые связки в гортани певца³. Этот механизм возбуждения действует как первичный источник акустической энергии.

2. *Основной колеблющийся элемент*, который при возбуждении первичным механизмом способен поддерживать четко определенные моды колебаний нужной частоты; таковым служат струны скрипки, столб воздуха внутри духового инструмента или органной трубы. Этот колеблющийся элемент определяет высоту музыкального тона и, в качестве приятного подарка, добавляет высокие гармоники, необходимые для придания этому тону характерного звучания (тембра). Вдобавок он может служить накопителем колебательной энергии. В духовых инструментах он также управляет первичным механизмом возбуждения посредством обратной связи (сильной в деревянных духовых инструментах, слабой в медных и отсутствующей в фисгармонии и в человеческом голосе).

3. Многие инструменты содержат дополнительный *резонатор* (дека рояля, корпус струнного инструмента, раструб духового инструмента, буккофарингеальная полость), предназначенный для более эффективного преобразования колебаний первичного элемента (струны, столба воздуха)

²Звук, конечно, может распространяться также в жидкостях и твердых телах.

³Для полноты описания сюда следовало бы добавить следующие «компоненты» исполнителя: фронтальные доли его мозга, побуждающие моторную кору посылать команды определенным мышцам, которые активируют музыкальный инструмент или вокальный тракт певца; обратную связь от ушей и мышц, которая позволяет контролировать качество исполнения, и т. д. Однако в этой книге исполнителя как такового мы исключаем из рассмотрения.

в звуковые колебания окружающего воздуха и придания тону его окончательного тембра.

Что касается среды, то здесь также необходимо различать *собственно среду*, через которую проходит звук, и ее *границы*, т. е. стены, потолок, пол, публику в зале и т. д., которые сильно влияют на распространение звука вследствие отражения и поглощения звуковых волн и конфигурация которых определяет качество акустики зала (реверберацию, эхо).

Наконец, у слушателя мы выделяем следующие основные компоненты: 1) наружное ухо с *барабанной перепонкой*, которое улавливает колебания давления в звуковой волне и превращает их в механические колебания, которые через связь из трех маленьких косточек передаются в 2) внутреннее ухо, или *улитку*, где колебания сортируются по частотным диапазонам, воспринимаются рецепторными клетками и преобразуются в электрические нервные импульсы. 3) *Слуховая нервная система* передает нервные импульсы в мозг, где акустическая информация обрабатывается и отображается в виде реакций нейронов на слуховые сигналы в определенных участках коры головного мозга, запоминается в памяти и в конечном итоге передается другим центрам мозга для дальнейшего распознавания и аффективной реакции. Эти последние стадии приводят к сознательному восприятию музыкальных звуков.

Заметим, что мы можем заменить слушателя каким-либо записывающим устройством: например, магнитофоном, или цифровым дисковым рекордером, или системой фотоэлектрической записи на пленке. При этом по-прежнему можно распознать по крайней мере три из упомянутых подсистем — механическое детектирование с последующим преобразованием в электрические сигналы в микрофоне, преднамеренное или случайное преобразование или обработку в электрической цепи и запоминание, соответственно, на ленте, диске или пленке. Первую систему, инструмент, можно заменить электронным проигрывающим устройством, в котором мы легко распознаем первичный механизм возбуждения и колеблющийся элемент в громкоговорителе. Итог проведенному обсуждению подводит табл. 1.

Главная цель этой книги состоит в подробном анализе того, что происходит на каждом этапе, отмеченном в этой таблице, и при каждом переходе от одного этапа к следующему при исполнении музыки на реальных инструментах.

1.2. Характерные особенности музыкальных звуков

Представители всех культур согласятся в том, что любой отдельно звучащий музыкальный тон обладает тремя первичными характеристиками —

Таблица 1. Физические и биологические системы, участвующие в создании и восприятии музыки

Система	Функция
Источник { Механизм возбуждения Колеблющийся элемент Резонатор	Снабжение акустической энергией Задание характеристик основного тона Установление окончательных характеристик музыкального тона Преобразование в колебания давления воздуха
Среда { Собственно среда Границы	Распространение звука Отражение, преломление, поглощение
Приемник { Барабанная перепонка Внутреннее ухо Нервная система	Превращение в механические колебания Первичная сортировка по частотам Преобразование в нервные импульсы Обработка акустической информации Перенос к определенным центрам мозга Процессы распознавания и аффективная реакция

высотой, громкостью и тембром⁴. Мы не будем пытаться дать формальные определения этим субъективным характеристикам («психофизическим величинам»), а лишь отметим, что высота тона ощущается как басовитость или визгливость, а громкость — как сила или интенсивность звука. Тембр, или окраска, тона позволяет нам различать звуки разных инструментов даже при одинаковой высоте и громкости. Эти три характеристики звука отличают *музыкальный тон* от *шума*; хотя шуму можно приписать вполне определенную громкость, гораздо труднее говорить о какой-то определенной высоте и тембре шума.

Ощущение высоты, громкости и тембра музыкального тона возникает в результате действия сложных физических механизмов уха и обработки информации нервной системой. Как будет показано в разд. 1.4, это ощущение субъективно и не поддается непосредственному физическому измерению. Однако каждое из этих первичных ощущений в отдельности можно связать со вполне определенной физической характеристикой исходного

⁴Иногда употребляются характеристики «объем» и «плотность» (или «яркость»), представляющие составные понятия, которые можно «разложить» на комбинацию эффектов высоты и громкости (понижение высоты с одновременным увеличением громкости приводит к ощущению увеличения объема, повышение высоты тона с одновременным увеличением громкости приводит к увеличению плотности, или яркости). В этой книге мы не будем пользоваться этими понятиями.

стимула — звуковой волны, которую можно измерить и представить в числовой форме при помощи *физических* методов. Как будет показано, соответственно, в разд. 2, 3 и 4, ощущение высоты тона связано в первую очередь с *основной частотой* (частотой повторения картины колебаний в гармоническом звуке, определяемой числом колебаний в секунду), ощущение громкости — с *интенсивностью* (потоком энергии или амплитудой колебаний давления в звуковой волне, достигающей уха), и ощущение тембра — со *спектром*, т. е. пропорцией, в которой смешиваются между собой другие, более высокие частоты, называемые *гармониками*.

Это слишком упрощенная картина. Во-первых, высота сложного музыкального тона может четко ощущаться даже при отсутствии основной частоты (разд. 2.7), она немного меняется при изменении громкости, и одна и та же нота может в одном ухе вызывать несколько иное ощущение высоты, чем в другом. Во-вторых, ощущение громкости тона постоянной физической интенсивности будет меняться при изменении частоты, так что громкость суперпозиции нескольких тонов различной высоты (например, аккорда) не связана простым образом с суммой потоков звуковой энергии, создаваемых отдельными компонентами; с другой стороны, воспринимаемая громкость последовательности тонов очень короткой протяженности (например, при игре стакато) также зависит от длительности каждого тона (разд. 3.4). В-третьих, ощущение тембра, необходимое для распознавания музыкальных инструментов, представляет процесс, использующий гораздо больше информации, нежели просто спектр тона, столь же важными оказываются характеристики нарастания и спада (разд. 4.8), это легко проверить, попробовав узнать музыкальные инструменты при воспроизведении магнитной записи в обратном направлении.

Чтобы еще более усложнить картину, заметим, что на реальное музыкальное восприятие оказывают влияние процессы в мозге, связанные с прошлым знанием. Например, тона данного инструмента могут иметь спектральные характеристики, заметно меняющиеся в пределах ближайшего окружения инструмента, так что спектральный состав данного тона может существенно меняться от одной точки концертного зала к другой (разд. 4.7), тем не менее эти тона могут без труда распознаваться как принадлежащие одному и тому же инструменту. Или наоборот, опытный музыкант может испытывать большие трудности при определении точной высоты одиночного тона, порождаемого электронным устройством и лишённого высоких гармоник, который поступает к нему через наушники, поскольку его центральная нервная система не имеет нужной ключевой дополнительной информации, которая обычно приходит вместе с «реальными» знаковыми звуками.

Другой существенной физической характеристикой музыкального тона является пространственное направление, с которого приходит соответствующая звуковая волна. Здесь существенна небольшая разница во времени прихода акустического сигнала в каждое ухо, зависящая от направления распространения звука. Эта временная разность измеряется и кодируется нервной системой, давая ощущение *направленности* тона, стереофоничности или латерализации (разд. 2.9).

Когда два (или более) тона звучат одновременно, наш мозг способен, с некоторыми ограничениями, различить их по отдельности. Новые, менее определенные, но тем не менее очень важные в музыкальном отношении субъективные ощущения возникают при наложении двух или более тонов, в совокупности приводя к понятию гармонии. Среди других существуют «статические» ощущения *консонанса* и *диссонанса*, связанные, соответственно, с приятным или раздражающим характером определенных сочетаний тонов (разд. 5.2), и «динамическое» ощущение стремления *разрешить* данный диссонансный интервал или аккорд (разд. 5.5), своеобразный эффект биений (разд. 2.4) или различный характер *мажорных* и *минорных* аккордов. В частности, как мы увидим в разд. 5.2, наиболее «совершенный» музыкальный интервал, октава, обладает уникальным свойством: два тона, высота которых различается на одну или большее число октав, воспринимаются как принадлежащие одному и тому же «семейству» тонов. Вследствие этого все ноты, отличающиеся на одну или несколько октав, имеют одно и то же название. Это циклическое свойство музыкальных тонов (возвращение к тому же «семейству» при перемещении на одну октаву вверх или вниз) носит наименование *хрома*, оно возбуждало интерес людей в течение тысяч лет и сегодня находит объяснение в физических, физиологических и нервных процессах, происходящих в слуховой системе. Все эти фундаментальные музыкальные ощущения «высшего порядка» универсальны, они присущи людям всех культур с самого раннего возраста.

Корреляция высоты тона, громкости и статических аспектов тембра со специфическими физическими характеристиками отдельных тонов «универсальна» — она не зависит от культурного окружения данного индивидуума. Это относится к хроме и особой роли октавы и квинты как совершенных консонансов. Такие универсальные субъективные характеристики должны быть естественным следствием механизмов обработки информации в центральной нервной системе и, следовательно, результатом биологической эволюции, а не культуры (см. разд. 5.5 и приложение В). Представляется универсальным даже существование определенных музыкальных шкал. Это действительно подтверждается недавними находками

археологов, которые показали, что музыкальные гаммы были в ходу уже во времена верхнего палеолита [35], 27 000–21 000 лет назад (рис. 1).

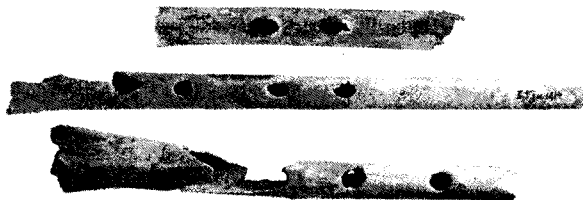


Рис. 1. Трубы, изготовленные из птичьих костей. Датируется 27 000–21 000 годами до нынешнего времени

Пока, конечно, мы говорим лишь об основных элементах, общей «инфраструктуре» музыки. На самом деле музыка зависит от того, как эта инфраструктура *используется*, как сочетаются мелодия, гармония и ритм. Здесь также существуют некоторые основополагающие правила, связанные с физиологическими и нейрологическими функциями слуховой системы человека, которые следовало бы рассмотреть в этой книге. Однако этот набор правил непрерывно меняется и усложняется под влиянием «окружения», т. е. развития конкретной музыкальной культуры. Поскольку мозгу предъявляется более новый репертуар, контекстная зависимость этого набора меняется.

1.3. Фактор времени в музыке

Непрерывный звук постоянной частоты, интенсивности и спектрального состава быстро надоедает. Более того, спустя некоторое время мы перестаем осознавать его и можем вдруг уразуметь его бывшее присутствие лишь после того, как он прекратился (разд. 2.9). Музыка слагается из тонов, физические характеристики которых меняются со временем по некоторому закону. Именно эта зависимость от времени делает воспринимаемый звук «музыкальным» в истинном смысле. Далее мы будем именовать временную последовательность отдельных тонов или суперпозиций тонов *музыкальным сообщением*. Такое сообщение может быть *смысловым* (его называют также «тональным образом»), если оно несет *информацию*, которая каким-то образом заставляет наш мозг реагировать, не просто замечая наличие сообщения, а инициируя целый ряд действий — анализ, ассоциирование с ранее полученными сообщениями, накопление в памяти и эмоциональный отклик.

Мелодия есть простейший пример музыкального сообщения. Некоторые признаки смыслового музыкального послания являются ключевыми элементами западной музыки: тональность и ведущая нота (доминирование одного тона в последовательности), чувство возврата к тонике, модуляция и ритм (разд. 5.5). Основная черта мелодии состоит в том, что последовательность тонов представляет ряд дискретных конечных ступенек высоты звука, и так практически во всех музыкальных культурах. Это означает, что из бесконечного числа всевозможных частот наша слуховая система предпочитает выделять дискретные значения, соответствующие нотам *музыкальной шкалы*, хотя мы способны различать изменения частоты, гораздо меньшие основного шага любой шкалы (разд. 5.3). Другая характерная особенность состоит в том, что нервный механизм, анализирующий музыкальное сообщение, обращает внимание только на *изменения* высоты тона; способность определять «абсолютную» высоту (абсолютный слух) большинством людей утрачивается в раннем возрасте.

Рассмотрим фактор времени в музыке несколько подробнее. Существуют три различных шкалы времени, в которых происходят временные вариации, доступные для психоакустического восприятия. Во-первых, это «микроскопическая» временная шкала реальных колебаний в звуковой волне, охватывающая область периодов от 0,00007 до 0,05 с. Далее имеется «промежуточная» область с центром в области одной десятой секунды, в которой происходят изменения, связанные с нарастанием и затиханием тона, представленного изменениями в микроскопической области. Наконец, мы имеем «макроскопическую» временную шкалу, идущую вверх от 0,1 с, соответствующую обычной длительности музыкального тона, чередованиям и ритму. Важно отметить, что каждой такой временной шкале соответствует определенный уровень обработки в слуховой системе со своей особой функцией. 1) Микроскопические колебания принимаются и кодируются *внутренним ухом* (разд. 2.8) и создают в основном первичное восприятие тона (высоту, громкость и тембр). 2) Промежуточные (переходные) изменения влияют в основном на механизмы работы *нервных путей* от уха к слуховым областям мозга (разд. 2.9) и создают дополнительные условия для восприятия качества, идентификации и дискриминации тонов (разд. 4.9). 3) Макроскопические изменения времени обрабатываются на высшем уровне нервной системы — в *коре головного мозга*⁵, они определяют действительное музыкальное сообщение и его познавательные харак-

⁵Кора головного мозга представляет складчатый наружный слой, состоящий из белой нервной ткани, в котором происходит основная обработка сенсорной и познавательной информации (см. разд. 5.6). Мы здесь не будем, за немногими исключениями, специально заниматься анатомией и нейрофизиологией мозга. Имеется много классических и современных книг на эту тему, которые можно найти в медицинских библиотеках [23, 65].

теристики (разд. 4.9). Чем выше мы поднимаемся по этим уровням обработки слуховой информации, тем труднее становится определить и выделить те психологические эффекты, к которым приводит эта обработка, и тем сильнее влияние контекста, в котором появляется данный тон, — образования, культурного окружения, а также нынешнего эмоционального и поведенческого состояния индивидуума. Но даже эта контекстная зависимость в значительной степени определяется тем универсальным способом, которым мозг обрабатывает акустическую информацию (разд. 5.6).

Вот уже более 100 лет музыковеды жалуются, что физика музыки и психоакустика занимаются в основном изучением создания и восприятия стационарных, постоянных тонов или непонятных комплексов тонов, производимых лабораторным оборудованием. Эти жалобы вполне оправданны, но столь же оправданными являются и причины таких ограничений. Как уже отмечалось, обработка последовательностей тонов происходит на высшем уровне центральной нервной системы, включающем сложную и пока недостаточно изученную цепочку механизмов. Чтобы дать научное описание всего этого, необходимо иметь ясное представление обо всех основных деталях — фундаментальных простых физических и психоакустических механизмах. Следует однако, отметить, что такие неинвазивные методы, как функциональная магнито-резонансная визуализация и позитронно-эмиссионная томография, действительно приносят новые фундаментальные знания о *нервных коррелятах* «реальной музыки» (разд. 4.9), т. е. о специфической нервной активности и взаимодействиях, участвующих в обработке музыкальной информации.

1.4. Физика и психофизика

Главную цель физики можно сформулировать следующим образом: создание методов, позволяющих делать предсказания количественного характера относительно будущей эволюции данной физической системы (или восстанавливать ее прошлую историю), исходя из тех условий, в которых эта система находится в некоторый заданный момент времени. Например, физика позволяет предсказать, как долго будет двигаться данный автомобиль определенной массы при заданных силах торможения и где он остановится, при условии, что нам известны положение и скорость автомобиля в начальный момент времени. Если заданы масса, длина и натяжение скрипичной струны, физика предсказывает возможные частоты, с которыми она будет колебаться, если дернуть за нее или ударить по ней каким-либо образом (см. разд. 4.3). Если известны форма и размеры органной трубы, а также состав и температура газа (воздуха) внутри нее, физика может предсказать

частоты основного тона и обертонов звука, издаваемого ею при прохождении через нее воздуха (разд. 4.5).

В классической физике «предсказать» означает предоставить математический аппарат, ряд алгоритмов, уравнения или «рецепты», которые, будучи основаны на физических законах, управляющих анализируемой системой, устанавливают математические соотношения между значениями физических величин, характеризующих систему в любой данный момент времени (такowymi являются положение и скорость автомобиля, а также частота и амплитуда колебаний в двух приведенных примерах). Эти соотношения затем используются для определения этих величин и их изменения во времени.

Чтобы установить, какие физические законы управляют данной системой, мы должны сначала наблюдать за этой системой и проводить количественные измерения соответствующих физических величин, которые позволят экспериментально найти причинные связи между ними. Физический закон выражает определенное соотношение, общее для многих различных физических систем независимо от частных обстоятельств. Например, законы тяготения справедливы и здесь на Земле, и для Солнечной системы, и для звезды, движущейся по орбите в галактике, и всюду во Вселенной. Ньютоновские законы движения применимы ко всем телам независимо от их химического состава, цвета, температуры, скорости, размера или положения в пространстве.

Большинство реальных систем, изучаемых в физике, даже простые и знакомые, как те, что фигурировали в приведенных выше примерах, настолько сложны, что точные и подробные предсказания оказываются невозможными. Поэтому приходится вводить приближения и придумывать упрощенные модели, которые представляют данную систему только в ее основных чертах. Вездесущая «материальная точка», к которой обычно сводится в начальных учебниках физики реальное тело, будь то планета, автомобиль или молекула газа, — это наиболее простая модель из всех возможных. Аналогично, изучение колеблющихся струн или органичных труб начинается с предположения, что эти струны и трубы представляют собой бесконечно тонкие объекты. Далее эта модель уточняется, ей придается более реалистическая цилиндрическая (или коническая) форма (разд. 4). Во многих случаях требуется разбить изучаемую систему на ряд более элементарных подсистем, взаимодействующих между собой, каждая из которых описывается определенным набором физических законов.

Что касается психофизики, то, как и физика вообще, она стремится делать предсказания о поведении данной системы при заданных начальных условиях. Рассматриваемой системой здесь является сенсорная система человека (или животного) — рецепторный орган и связанные с ним отделы

нервной системы, — условия определяются *физическими входными стимулами*, а отклик выражается в виде возникающих в мозгу *психологических ощущений*, которые человек словесно описывает, а животное проявляет в специфическом поведении. В частности, одна из ветвей психофизики — *психоакустика* связывает звуковые стимулы со слуховыми ощущениями. Опять-таки, как и физика в целом, психофизика требует, чтобы причинная связь между физическим стимулом на входе и психологическим (или поведенческим) откликом на выходе устанавливалась в результате экспериментов и измерений; она также вынуждена вводить упрощающие допущения и конструировать модели для того, чтобы иметь возможность находить количественные математические соотношения и на их основе делать предсказания. На раннем этапе развития психофизики эмпирические связи вход-выход были сведены в так называемые психофизические законы, при этом реагирующий организм рассматривался как черный ящик. Сегодня психофизические модели учитывают психологические функции органов чувств и соответствующих отделов нервной системы.

В отличие от классической физики, но подобно тому, как обстоит дело в квантовой физике⁶, большинство процессов измерения в психофизике оказывает существенное возмущающее действие на наблюдаемую систему (примерами могут служить человек, рассказывающий об ощущениях, вызванных данным физическим стимулом, животное, приучаемое реагировать определенным образом на некоторые стимулы), и такое возмущение не уда-

⁶Физика повседневной жизни, или *классическая физика*, предполагает, что измерения и предсказания всегда должны быть точными и однозначными, единственным ограничением могут быть ошибки, порождаемые несовершенством наших методов измерения и численных методов (или, в случае хаотических систем вроде пинбол-машин, физической невозможностью *точно* воспроизводить одни и те же начальные условия). Однако в области атомных и субатомных размеров эта точка зрения становится ненадежной. Природа устроена так, что как бы мы ни старались улучшить наши методы, большинство измерений всегда будет иметь ограниченную точность, и могут быть предсказаны только *вероятности* значений физических величин в атомной области. Например, невозможно предсказать, *когда* распадется данное радиоактивное ядро (даже если ждать невообразимо долгое время) или *где* окажется в данный момент времени электрон с данной энергией, летящий от катода к экрану телевизора, — можно определить лишь вероятность. Для описания атомных и субатомных систем в начале XX века потребовалось создать совершенно новую физику — так называемую *квантовую механику*. Когда мы пытаемся применить к квантовой области тот способ мышления, который наш мозг приобрел во взаимодействии с макроскопическим классическим миром, и пробуем представить, что должно произойти «внутри» квантовой системы, пока она остается ненаблюдаемой, мы вынуждены предполагать парадоксальное, контринтуитивное, а то и вовсе мистическое поведение, чтобы «объяснить» результаты измерения. Тем не менее квантовая механика оказалась исключительно успешной, и мы должны смириться с тем фактом, что мы в принципе не можем знать, что происходит внутри квантовой системы, когда она предоставлена самой себе в промежутках между измерениями; доступна лишь информация относительно гораздо более сложного объекта — квантовой системы *под наблюдением*.

ется устранить полностью. Вследствие этого результат психофизического измерения отражает не состояние системы самой по себе, а более сложное состояние «наблюдаемой системы». В отличие от классической физики и в тесной аналогии с квантовой физикой нельзя ожидать, что предсказания психофизики будут точными или однозначными, они указывают только на возможность данного результата, т. е. позволяют определить его вероятность⁷. В отличие от классической физики и подобно квантовой физике здесь один и тот же стимул может привести к различным дискретным выходам, как в случае множественных не вполне определенных ощущений высоты звука, создаваемого некоторой суперпозицией чистых тонов (см. приложение В). В общем случае психофизика требует экспериментировать со многими различными эквивалентными системами (субъектами), поставленными в одинаковые условия, и подвергать результаты статистической обработке.

Совершенно очевидно, что указанные аналогии между физикой и психофизикой имеют свои пределы. В физике процесс, или «рецепт», измерения, определяющий данную физическую величину, например, длину, массу или скорость объекта, можно сформулировать вполне строгим и однозначным способом. Пока мы имеем дело с физиологическим откликом, скажем, скоростью нервного импульса, наведенным эффектом «гусиной кожи» (мурашек) или учащением сердцебиения, психофизические измерения также можно представить в строгой количественной форме. Но как в психоакустике определить и измерить субъективные ощущения высоты тона, громкости, тембра или, если пойти дальше, силу стремления, привести данную мелодию к ее тоническому завершению? Или как провести измерения «внутреннего слуха», т. е. действия, создающего впечатление от музыкального тона по собственной воле, без внешних стимулов? Можно ли это сделать только с помощью функционального магнито-резонансного сканирования или микроэлектродов, вживленных в клетки мозга? Как мы увидим в разд. 5.6, подробные процедуры говорят нам о локализации изучаемых нейробиологических процессов, но не могут дать какой-либо количественной информации о реальных *ощущениях*, испытываемых субъектом!

Многие ощущения можно *классифицировать*, относя их к более или менее хорошо определенным типам (называемым сенсорными качествами, если они вызываются одним и тем же органом чувств). Примером может служить тот факт, что люди обмениваются мнениями относительно высоты тона, громкости, качества звучания, консонанса и т. д. без взаимного

⁷Необходимо подчеркнуть, что это всего лишь *аналогия*. Квантовая физика как таковая не играет заметной роли в работе нервной системы как целого, она определяет лишь химические и электрохимические реакции внутри нейронов и между ними.

непонимания относительно смысла этих понятий. Более того, два ощущения, принадлежащие к одному и тому же типу и испытываемые непосредственно одно за другим, достаточно подготовленный субъект может упорядочить, отметив, что у одного из них данное качество «больше» (или «выше», «сильнее», «ярче» «сильнее выражено» и т. д.), или «такое же», или «меньше», чем у другого. Например, в эксперименте с принудительным выбором при последовательном предъявлении двух тонов испытуемый должен решить, имеет ли второй тон высоту более высокую, такую же или более низкую, чем первый тон (разд. 2.4). Другой пример упорядочения: предъявляются три сложных тона одинаковой высоты и громкости, и требуется объединить их в пары, установив, какие из тонов наиболее близки по тембру, а какие, наоборот, далеки (разд. 4.8). Одной из основных задач психофизики является определение для каждого типа ощущений минимального обнаруживаемого значения (порогового значения) физической величины, ответственной за данный стимул, минимального обнаруживаемого изменения (*дифференциального предела*, или замечаемой разницы) и минимальной дискриминации между двумя одновременными ощущениями одного и того же типа (разд. 2.3 и 3.4). Обычно психоакустические измерения с людьми состоят в предъявлении звуков, создаваемых электронными устройствами и подаваемых в наушники, в условиях звукоизолированной комнаты (безэховой камеры). Испытуемых просят следовать строгому протоколу слушания на предмет оценки услышанных тонов и сравнения их с эталонными тонами с последующим описанием испытанных ощущений по возможности объективным образом.

Способность любого индивидуума классифицировать и упорядочивать субъективные ощущения придает таким ощущениям статус, почти эквивалентный статусу физической величины, и оправдывает введение понятия *психофизическая величина*. При этом мы не должны ожидать априори, что любой человек сможет без предварительной тренировки решить, является ли данное ощущение по отношению к некоторому эталонному ощущению, принятому за единицу измерения, «вдвое большим», или «вдвое меньшим», или вообще отличающимся каким-то другим *численным* коэффициентом. Однако существуют ситуации, в которых можно научить делать количественные оценки психофизических величин на статистической основе, и в некоторых случаях мозг оказывается вполне успешным в этом деле. Примером может служить зрение. При достаточной практике можно с большой точностью оценивать размеры предметов, если имеется достаточно информации о данном объекте. Такие утверждения, как «вдвое длиннее» или «в два раза ниже», делаются без особого труда. Из этого примера вполне ясно, что «единица измерения» и соответствующий психофизический про-

цесс сравнения встраивается в мозг только в результате *приобретения опыта и обучения*, при многочисленных контактах с исходными физическими величинами. Того же можно добиться и в отношении других психофизических ощущений, например, громкости, это достигается путем тренировки способности к сравнению и количественным оценкам. Показательным примером может служить тот факт, что музыканты всего мира используют одинаковые обозначения для уровня громкости (разд. 3.4). И тот факт, что мы можем оценить громкость ослабленного звучания полного органного аккорда, слушая его за пределами церкви, или звуков отдаленного оркестра, играющего фортиссимо, может служить подтверждением того, что громкость представляет контекстно-зависимую психофизическую величину.

Здесь мы приходим, пожалуй, к наиболее существенным различиям между физикой и психофизикой. 1) Повторяющиеся эксперименты одного и того же рода могут *изменять* отклик психофизической системы, подвергнутой наблюдению; мозг обладает способностью к обучению, постепенно изменяющему отклик на один и тот же входной стимул по мере увеличения числа его повторений. 2) Степень *мотивации* обучаемого субъекта и вытекающие отсюда последствия, ментальные или физические, могут влиять на результаты измерений совершенно непредсказуемым образом. 3) Экспериментатор может невольным образом побудить испытуемого сосредоточиться на некоторых отдельных областях или контекстах предъявляемого стимула, что приведет к неопределенности результатов. Вследствие первого из указанных факторов статистическое психофизическое исследование с одним отдельным субъектом, подвергнутым повторяющимся «измерениям», не тождественно статистическому изучению, состоящему в проведении одного измерения на многих различных субъектах (точно так же, как при измерении квантовой системы!). Это расхождение связано не только с различиями между отдельными индивидуумами, но и с теми изменениями, которые производят в них повторные воздействия. И вообще, очень сложные петли обратной связи в нервной системе и стратегия мозга, предсказывающего ближайшие события (и затем вносящего поправки, если предсказание оказалось ошибочным), делают психоакустические измерения особенно трудными для планирования, постановки и интерпретации.

1.5. Психофизика и нейрология

Психофизика представляет часть другой, более широкой дисциплины — нейрологии. Например, психоакустика задается лишь вопросом, *почему* мы слышим то, что мы слышим, при предъявлении данного звукового стимула, но она не ставит вопроса о *смысле* данного акустического сигнала, оставляя в стороне все процессы более высокого уровня — распоз-

навание, эмоциональный отклик и поведение. Нейрология, или, более точно, *системная нейрология*^{8,9}, — это дисциплина, которая изучает функции нервной системы, связанные с *информацией*, получаемой из внешнего мира и собственного тела, вместе со всеми распознавательными, эмоциональными и поведенческими реакциями. Как и физика, она работает с моделями. Это в основном модели функциональных перекрестных соотношений (например, информационных блок-схем) и, на микроскопическом уровне, модели нервных сетей. Хотя такие модели представляют собой идеализации и приближения, в них реалистически учитываются нейроанатомическая структура и физиологические процессы (разд. 2.8).

Главной системой, подлежащей изучению, разумеется, является мозг. Коротко говоря, наиболее важные функции *мозга животных* (в основном, коры головного мозга) состоят в отображении и предсказании изменений окружающего мира, а также в планировании поведенческого отклика для максимизации шансов на выживание и продолжение вида. Для этого мозг должен в долгосрочной перспективе приобрести необходимую сенсорную информацию, чтобы иметь представление о пространственном окружении и понять причинно-следственные связи во временной череде событий. В краткосрочной перспективе необходимо отслеживать текущее состояние окружающей среды и собственного организма, замечать значимые изменения, делать краткосрочные предсказания, основываясь на жизненном опыте (приобретенная информация) и инстинктах (генетическая информация), и формировать поведенческий отклик, наиболее благоприятный для организма (разд. 4.9). Общее руководство и мотивация к решению этих задач осуществляются *лимбической системой*, филогенетически старым отделом мозга (в популярной литературе его иногда называют «наш мозг ящера»), представляющим группу глубоко расположенных ядер, но в конечном счете связанным с корой мозга. Лимбическая система выдает сигналы, определяющие аффективное состояние организма (удовольствие или боль, страх или смелость, любовь или ненависть, тревога или надежда, радость или печаль, и т. д.). В разд. 4.8 и 5.6 будут подробно рассмотрены функции мозга и их связь с восприятием музыки.

Человеческий мозг может «уходить в себя», работать в собственных интересах, планируя поведенческий отклик, полностью независимый от те-

⁸В более ранних изданиях этой книги мы пользовались термином «нейропсихология», однако в некоторых медицинских сообществах этим термином обозначают изучение влияния повреждения мозга на определенные функции. Часто используется также термин «нейробиология», но он охватывает более широкую область, нежели изучение функций мозга.

⁹Используемый автором термин *neuroscience* пока не имеет установившегося русского аналога. При переводе мы используем термин *нейрология* (не путать с неврологией — разделом медицины, занимающимся нервными болезнями!). — *Прим. перев.*

кующего состояния окружающей среды и своего организма и не связанный с проблемами сиюминутного выживания (разд. 5.6). Он может вызывать информацию по своему желанию, без внешней или соматической стимуляции, анализировать ее и запоминать модифицированные таким образом варианты для последующего использования; мы называем это *процессом человеческого мышления*. Кроме того, из-за способности к таким «внутренним командам» мозг может отменять веления лимбической системы (хорошим примером может служить диета!), а также включать в оборот такие процессы обработки информации, для которых он не предназначался изначально, — в качестве примеров можно указать на математику и музыку!

Все функции мозга, связанные с восприятием и познанием, основаны на генерации, распространении и преобразовании *электрических импульсов* нейронами — основными элементами нервной системы (разд. 2.8). Человеческий мозг содержит более десяти миллиардов таких клеток, один нейрон может соединяться с сотнями, даже тысячами других, и каждая мозговая операция, какой бы простой она ни казалась, обычно включает в работу миллионы нейронов. Именно в архитектуре синаптических межсоединений этого конгломерата нейронов и его активации электрическими импульсами скрыты чудеса памяти, сознания, мышления и чувства (разд. 5.6). Любая мозговая операция, будь то узнавание знакомого лица, впечатление от музыкального звука или удовольствие от поедаемого шоколада, определяется совершенно особым *пространственно-временным распределением электрической активности нейронов*. Вышеупомянутое отображение окружающего мира или, коли на то пошло, любое умственное действие, даже вполне абстрактная мысль, — все это не более чем возникновение некоторого распределения нервных импульсов в определенных областях коры, которое, будучи невероятно сложным, имеет структуру, абсолютно *специфическую*, присущую тому, что представляется или отображается (является его *нейронным коррелятом*)¹⁰.

Из-за этой сложности нет надежды, по крайней мере в настоящее время, определить полную, подробную нейронную картину экспериментально и представить ее форме, которую можно описать математически. Однако, как мы увидим в разд. 2.8, можно опрашивать отдельные нейроны путем имплантации микроэлектродов, регистрирующих электрические всплески их активности у лабораторных животных и в мозгу человека при нейрохирургических операциях. В то же время можно регистрировать средние

¹⁰Отметим особо, что такие структуры, будучи абсолютно специфическими, не имеют никакого «видимого» сходства с тем, что они представляют! Когда мы видим дерево, думаем о дереве или мечтаем о дереве, в нашем мозгу не возникает ничего, напоминающего форму дерева, — только невероятно сложное распределение нейронной активности, которое всегда одно и то же, специфическое для образа дерева (разд. 5.6).

изменения коллективной активности сотен, тысяч или миллионов нейронов при использовании методов неинвазивной томографической визуализации — *функционального магниторезонансного сканирования и позитронно-эмиссионной томографии* — или более старые методы электро- или магнитоэнцефалографии (разд. 2.8 и 5.6). Сравнение результатов клинического исследования пациентов с локализованными *мозговыми нарушениями*, впоследствии подробно идентифицированными при посмертном вскрытии, явилось исторически первым методом, использованным для определения функций различных областей мозга.

Человеческий мозг представляет наиболее сложную информационную систему во Вселенной, насколько мы ее знаем сегодня. Поэтому неудивительно, что любой ученый, не говоря о людях, далеких от науки, испытывает наибольшие трудности, пытаясь понять, почему, несмотря на эту сложность, функция нашего собственного мозга представляется нам такой «простой» и в виде «единого целого», которым мы вроде бы можем полностью управлять (это называют, соответственно, «естественной простотой мыслительной функции» и «унитарным характером сознательного опыта»). Аналогично, вполне понятно, что мы сталкиваемся с наибольшими трудностями, признавая тот факт, что для научного описания человеческого мозга в современной нейрологии нет необходимости привлекать какие-либо физически неопределимые и неизмеримые понятия, такие как «ум» или «душа»!

1.6. Нейрология и информатика

В предыдущих разделах несколько раз в разных контекстах упоминалось понятие «информация». Например, музыкальное сообщение, по самому смыслу этого слова, представляет собой информацию (разд. 1.3). Но *что такое информация?* Сама постановка этого вопроса представляется абсурдной. Разве мы не живем в Век Информации? Информация формирует человеческое общество. И это не только в нынешнее время — так было с самого начала существования человеческой расы, именно способность к обработке информации отличает нас от животных. Много позже в ходе эволюции человека появились великие изобретения, облегчающие распространение информации, — древние петроглифы, книгопечатание Гутенберга, фотография, звукозапись, радиосвязь, телевидение, компьютер и Интернет стали причиной взрывного, революционного развития. Информация, полезная, ошибочная или умышленно ложная, образовательная, художественная, развлекательная или эротическая, в настоящее время представляет бизнес, оцениваемый в триллионы долларов.

Устройства для обработки информации становятся все быстрее, лучше, дешевле и меньше по размерам. Как уже упоминалось в предыдущем разделе, наиболее сложной, наиболее хитроумной, наиболее совершенной информационной машиной, которая использовалась в ее более или менее современной форме в течение десятков тысяч лет и будет оставаться таковой еще долгое время, является человеческий мозг. Любая задача, решаемая мозгом, — это задача переработки информации, простая или сложная. Наше самосознание, без которого мы не были бы людьми, связывает в реальном времени информацию из прошлого (инстинкты и приобретенный опыт), из настоящего (состояние организма и окружающего мира) и относительно будущего (желания и цели). Эта связь настолько сложна и в то же время взаимосогласована, что она предстает перед нами как единый процесс осознания собственной единственной личности и чувства возможности полного управления ею безо всяких усилий.

Это обстоятельство само по себе представляет большую проблему для ученых при попытке подлинно объективной интерпретации понятия информации. Поскольку «информация — это мы», из-за такой предвзятости нам труднее всего отделить себя от нашего опыта обращения с информацией всякий раз, когда мы пытаемся подойти к этому понятию с научной точки зрения. Подобно порнографии, «мы узнаем ее, когда видим ее», но затрудняемся дать точное определение!

В повседневной речи слово «информация» используется как синоним многих разных слов: «сообщение», «новости», «данные», «инструкция», «объявление», «ответ», «знание», «характеристика» и т. п. Но в науке под информацией обычно понимается сообщение, которое дает ответ на заранее поставленный вопрос (например, «какова масса данного объекта?») или определяет реализацию некоторого ожидаемого исхода (например, результат бросания игральных костей). В физике такими альтернативными вариантами часто служат возможные состояния физической системы (например, многочисленные устойчивые моды колебаний струны или органной трубы), и информация обычно выступает как сообщение о результате некоторого измерения (например, «эта мода является третьей гармоникой»). В технике связь альтернативы обычно имеют вид сообщений, выбранных из данного известного набора возможностей (букв алфавита, слов языка). Мы будем пользоваться термином *информатика* применительно ко всем аспектам информации¹¹.

В 1940-х годах Клод Шеннон [150] разработал *классическую теорию информации*, которая имеет дело с математическими выражениями, коли-

¹¹В Соединенных Штатах этот термин не завоевал такой популярности, как в Европе и остальном мире.

чественно описывающими такие понятия, как «степень новизны» одной определенной альтернативы¹², «ожидаемый средний прирост информации» в процессе, допускающем различные возможные исходы¹³, или степень неопределенности некоторого набора возможных исходов. Сегодня каждый знает, что ответ на вопрос «да или нет?» или решение в пользу одной из двух равновероятных альтернатив содержит один *бит* информации (это есть сокращение от «binary unit» — двоичная единица).

Традиционная теория информации не интересуется смыслом передаваемой информации, целью, с которой ее посылают, мотивацией ее приобретения и действием, которое она может произвести на получателя (реципиента). Поэтому она не дает универсального и объективного определения понятия информации, пригодного для *всех* наук. Она занимается в основном системами связи, системами управления и компьютерами и в общем случае имеет дело с математическими ожиданиями, определяющими количество информации, содержащееся в данном сообщении. Это представляет серьезную проблему при использовании понятия информации в биологии, науке о мозге, социологии, — а также и в языке!

Так что же представляет собой то «неуловимое», что содержится на компакт-дисках или в музыкальной партитуре, переносится звуковыми волнами, воспринимается нашими органами чувств, изменяет наше настроение, — или заключено в геноме, определяющем устройство и функции организма? Это *не* углубления на компакт-диске, *не* знаки на нотном стане, *не* колебания давления воздуха в звуковой волне, *не* нейронная активность мозга и *не* химическая основа молекулы ДНК — все это *носители* информации, но *не* сама информация. Стоит слегка нарушить порядок в этих носителях, и мы можем получить шум, бессмыслицу или исчезновение того эффекта или функции, для выполнения которой они предназначались. С другой стороны, информация может принимать множество форм и тем не менее оставаться самой собой; в конечном счете имеет значение, что *делает* информация, а не то, как она выглядит или звучит, насколько

¹²Например, при бросании двух игральные костей имеется лишь один способ получить в сумме 12 очков (выпадение двух шестерок), в то время как 6 очков можно получить пятью различными способами, поэтому для выпадения 12 очков степень новизны должна быть выше, чем для 6 очков. Чем менее вероятен данный исход, тем выше степень новизны при его реализации.

¹³Например, для набора вариантов, в котором все варианты, кроме одного, имеют нулевой шанс реализоваться, ожидаемый средний прирост информации равен нулю (поскольку мы уже знаем, что произойдет!); для утяжеленной монеты этот прирост информации меньше, чем для правильной монеты (потому что мы можем угадывать результат бросания с большими шансами на успех), в случае правильной монеты неопределенность результата максимальна, поэтому, узнав результат, мы получаем максимальный прирост информации (один *бит*).

она велика или из чего состоит. Информация всегда имеет *цель*, и эта цель всегда, без исключения, состоит в том, чтобы где-то и когда-то вызвать определенное *изменение*, которое в противном случае не возникло бы или произошло лишь случайно.

Фундаментальное свойство информации состоит в том, что именно *форма или структура чего-нибудь*, а не энергия или сила, вызывает такое определенное изменение и может делать это еще много раз (конечно, силы и энергия необходимы для того, чтобы реализовать изменение, но они лишь содействуют информации в достижении цели). Важно еще раз подчеркнуть, что сама такая структура или материал, из которого она сделана, — это *не* информация как таковая, хотя часто мы склонны забывать об этом. Имеет значение однозначная причинно-следственная связь между данной структурой и определенным физическим откликом на нее. Не существует *информации самой по себе* в изолированном виде.

Информация всегда требует наличия *источника* или *отправителя* (где располагается или создается исходная структура) и *реципиента* (где происходит нужное изменение). Она должна *передаваться* от одного к другому. Для того, чтобы необходимое изменение произошло, должен существовать и быть задействованным некоторый определенный механизм. Это последнее действие обычно называют *обработкой информации*. Информацию можно *накапливать* и *воспроизводить* как в виде первоначальной структуры, так и в несколько преобразованном виде. В конечном счете информацию определяет производимый ею эффект. Коротко говоря, информация есть обобщающее понятие, определяющее однозначное *соответствие* между определенной структурой в источнике и требуемым изменением у реципиента; это называют *прагматическим аспектом информации* [89]. Определенная таким образом информация играет роль только в *живых системах* с их уникальной способностью устанавливать *информационное взаимодействие* с окружающей средой и между собой, чтобы противостоять «нормальному» (часто неблагоприятному) ходу физических событий. В чисто физическом, неживом, макроскопическом мире изменения происходят под действием сил, возникающих в результате индивидуальных актов взаимодействия между частицами и полями; информация появляется, только когда вмешивается живое существо, например, человек (и связанные с ним проявления в виде книг, компьютеров, роботов и т. д.). Если теперь вернуться к первым абзацам этого раздела и табл. 1, должно стать ясно, что *музыка* — это *информация*, информация совершенно особого рода (разд. 5.8), связывающая весьма специфические структуры физических колебаний с весьма специфическими откликами нейронов мозга.

Существует множество акустических структур, не вызывающих какого-либо специфического отклика за пределами низших слуховых отделов (т. е. не вызывающих ничего, кроме ощущения, что «что-то звучит»); они не создают никакого специфически информационного взаимодействия и не переносят никакой прагматической информации. Но многие акустические структуры способны на это, примером могут служить звуки речи при условии, что вы знаете данный язык, или звуки окружающего мира, если вам известно, чем они вызываются. Существует, однако, один класс акустических структур, которые могут вызывать определенный отклик нейронов в высших отделах мозга *без* какого-либо предварительного обучения, будучи связанными с врожденными механизмами обработки информации, — это суперпозиции и последовательности периодических тонов, образующие *музыку* во всех культурах (разд. 5.8). Таким образом, вопрос о том, какая информация участвует в создании музыки, сводится к определению соответствующих структур нервного отклика, возникающих в мозгу человека, с последующими поведенческими следствиями. На принятом в этой книге языке информатики это означает, что мы будем изучать те акустические *структуры*, которые создают «музыкальные» звуковые волны, физические механизмы, посредством которых они генерируются и распространяются, и *соответствие* между характеристиками таких структур и вызываемыми ими *изменениями* в системах обработки информации уха и мозга слушателя, в результате которых возникают ощущения и чувства.

1.7. Информатика и музыка. Почему существует музыка?

Предыдущее обсуждение может вызвать раздражение у некоторых читателей. Музыка, скажут они, — это «чистая эстетика», проявление врожденной возвышенной способности человека к постижению красоты, а вовсе не просто результат воздействия «холодной информации», заключенной в некоторых волнах давления воздуха, на сложную сеть миллиардов нервных клеток. Однако, как уже отмечалось в разд. 1.5, даже эстетические чувства связаны с нейронной обработкой информации (разд. 5.6). Характерная смесь регулярных упорядоченных структур, чередующихся с элементами удивления и неопределенности, характерными для всех сенсорных впечатлений, оцениваемых как «эстетические», может быть проявлением любопытной, хотя и фундаментальной склонности людей использовать свою сложную нервную сеть для биологически несущественных операций обработки информации с изменяющейся или чередующейся сложностью. В самом деле, восприятие искусства — это, пожалуй, наиболее человеческая из всех интеллектуальных способностей; хотя познание и способность

к общению у человека развиты сильнее, чем у животных, тем не менее художественное творчество и восприятие искусства присущи исключительно человеческим существам¹⁴.

И действительно, как показывают исторические и археологические изыскания, музыка неизменно присутствовала в человеческом обществе в течение очень долгого времени (см. рис. 1 и разд. 5.6). Подобно утверждению, сделанному в первом абзаце предыдущего раздела, что мы живем в информационном обществе, можно заявить, что мы обитаем и в «музыкальном обществе»! Обработка музыкальной информации отличает нас от животных; музыка, нравится она нам или нет, окружает нас повсюду; музыка стала многомиллиардным бизнесом; мы посвящаем музыке заметную часть нашего свободного времени, и музыка всегда находилась на переднем крае техники — от изготовления допалеолитических флейт (рис. 1) к сложной системе труб и рычагов органов эпохи Возрождения и к цифровой электронике для современных систем синтеза и воспроизведения звука. Тем не менее, вряд ли можно сомневаться в том, что самым первым «музыкальным инструментом» был человеческий голос (см. ниже), и, с антропологической точки зрения, разумно предположить, что пение предшествовало изготовлению инструментов в течение сотни тысяч лет или более того.

Но знаем ли мы на самом деле, что такое музыка? Как и в случае информации, мы знаем, что это такое, но затрудняемся дать определение! Когда животное слушает звуки внешнего мира, оно делает это в силу врожденного стремления получить представление о том, что его окружает (разд. 1.5). Когда мы говорим, мы передаем сообщения, которое запускают определенные реакции в мозгу реципиента, даже если переносимая информация представляет вполне абстрактные понятия. Цель речи состоит в том, чтобы произвести определенное изменение *состояния информированности* реципиента. В целом слух повышает шансы выживания всех высших животных, а интерпретация звуковой информации, передаваемой с помощью речи, имеет первостепенное биологическое значение для человеческих существ. Да, но какую информацию переносит музыка? Как отмечалось в разд. 1.2, почти во всех культурах музыка состоит из организованных, структурированных, ритмических последовательностей и наложений тонов, выбранных из весьма ограниченного набора дискретных звуков некоторой музыкальной гаммы. Типичные звуки окружающей среды не предлагают эквивалентных структур¹⁵, и имитация таких звуков вряд ли когда-нибудь была основной движущей силой в развитии музыкальной

¹⁴Мы не разделяем мнения, что растения, коровы или цыплята под влиянием музыки того или иного рода повышают свою продуктивность вследствие эстетического воздействия!

¹⁵Пение птиц звучит как музыка *для нас*, но для птиц она представляет вполне конкретную

культуры, за исключением, может быть, самых ранних стадий развития (например, в целях успешной охоты). Но если музыка вроде бы не несет биологически ценной информации, *почему* она действует на нас? Плачущий ребенок затихает при звуках простой мелодии колыбельной песни, которую поет ему мать, прекрасные пассажи могут вызывать мурашки по коже, возбуждающая музыка может привести в неистовство. Военная музыка может вызвать гордость за страну или покорность жестокому диктатору. Почему так происходит? *Почему существует музыка?*

Как мы обсудим в разд. 5.8, музыка, возможно, является естественным побочным продуктом эволюции *человеческого языка*. В ходе этой эволюции, которая, несомненно, стала важным фактором становления вида *homo sapiens*, появилась нервная сеть, способная обрабатывать чрезвычайно сложную акустическую информацию, проводить операции по ее анализу, запоминанию и восстановлению, необходимые для распознавания фона, идентификации голоса, осмысления речи и понимания содержания. Язык подарил людям возможность неизмеримо расширить свою память и связанную с этим способность к обработке информации путем сведения сложных картин окружающего мира, объектов и сложных связей между ними к коротким символическим представлениям. В ходе этой эволюции произошло наиболее замечательное разделение задач между двумя полушариями мозга (разд. 5.8). Левое полушарие (у 97% всех людей) заведует в основном коротковременными операциями, которые требуются, например, для понимания словесной информации, и другими подобными операциями, играющими важную роль в мышлении. Правое полушарие управляет пространственной интеграцией и долговременными представлениями. Целостные операции правого полушария определяют зрительные представления и восприятие музыки. Как мы увидим далее, восприятие музыки включает решение задач целостного характера — от анализа пространственных картин возбуждения слухового рецепторного органа, создаваемых музыкальными тонами и суперпозициями тонов, до анализа долговременных картин мелодических линий.

Почему человек реагирует на музыку *эмоционально*, почему музыка вызывает выброс эндорфинов, которые возбуждают центры удовольствия в мозгу человека (разд. 5.6), и что побуждает нас *создавать* музыку? Другими словами, какое значение имеет (или имела в прошлом) музыка для биологического выживания, из которого и развилась любовь к музыке в ходе эволюции человека? Каково было биологическое *предназначение* изготов-

и «земную» информацию, например, «Эта территория занята» или «Этот самец ищет себе пару».

ления древних инструментов, изображенных на рис. 1? Не так уж трудно строить гипотезы относительно возникновения мотивации к совершению действий, не имеющих вроде бы непосредственной биологической цели, таких как восхождение на горы (инстинкт исследования), игра в футбол (отработка ловких движений, инстинкт лидерства и победы) или радость при виде заката солнца (предвкушение отдыха под покровом темноты). Но какие генетические преимущества для первобытных людей могли заключаться в сочетаниях «абстрактных» музыкальных тонов и форм? Конечно, этот вопрос следует рассматривать как часть более общего вопроса, связанного с возникновением эстетической мотивации, аффективных реакций и творческой активности.

Мотивация к слушанию музыки могла бы возникнуть как врожденная потребность, в дальнейшем подкрепленная лимбической системой, в обучении с раннего возраста сложным операциям анализа слуховых ощущений, необходимым для восприятия речи и использования языка (разд. 5.8). Это похоже на игры животных, которые являются проявлением врожденной мотивации к развитию и совершенствованию сложных движений, необходимых для нападения и защиты. Дети, рожденные без способности внимательно слушать или родившиеся у матерей, не склонных напевать простые музыкальные звуки при общении с ребенком, должны были испытывать трудности при общении и иметь меньше шансов выжить в первобытном людском сообществе. Не является ли убедительным аргументом универсальность первых звуков речи у детей и колыбельных песен во всем мире? Восприятие языка развивается спонтанно, без всяких усилий, и то же относится к восприятию музыкальных форм — практически в том же возрасте. Поразительные эксперименты, проведенные с грудными детьми (рис. 2), дают убедительные свидетельства в пользу врожденной предрасположенности к обработке музыкальных сообщений (раздел 5.8).

Однако в вопросе о совместной эволюции языка и музыки нет единодушия. Больше всего возражений исходит от антропологов и специалистов по физиологии поведения. Однако большое количество основных универсальных музыкальных характеристик, которые могут быть связаны со специфическими операционными режимами систем обработки сенсорной и церебральной информации, делает крайне маловероятным, что «музыка — это просто счастливая эволюционная случайность», как утверждают некоторые оппоненты.

Логично предположить, что после начальной стадии эволюции музыки идентификация более или менее сложных тональных сообщений, степень успеха и соответствующие поощрения со стороны лимбической системы при операциях предсказания, проводимых мозгом для ускорения этого про-



Рис. 2. «Проволочный» ребенок со 126 электроэнцефалографическими электродами для изучения влияния различных звуков на активность нейронов

цесса идентификации, а также ассоциации, вызываемые сравнением с ранее накопленной информацией, — все это вносило свой вклад в возникновение музыкальных впечатлений от данного музыкального послания. Если это так, то должно быть ясно, что наш эмоциональный отклик на музыку определяется как врожденными нервными механизмами (операциями первичной обработки), так и культурными наслоениями (накопленными впечатлениями и операциями обработки, приобретенными в результате обучения) (разд. 5.6 и 5.8). И, наконец, эти культурные наслоения могли подкрепляться эффективностью музыки в достижении согласованного поведения больших масс людей; это проявляется в той роли, которую она издавна играет в религиозных и свадебных обрядах, идеологическом прозелитизме, пробуждении милитаристских настроений и даже в антисоциальном поведении.

Приблизительно 90 % этого раздела было посвящено восприятию, хотя половина этой книги относится к физике музыки — звуковым волнам, генерации звука музыкальными инструментами и распространению звука. Причина такого тематического дисбаланса в этом введении очень проста. Физическая акустика — наука древняя [25], она появилась 2 600 лет назад и связывается с именем Пифагора. Со многими из ее современных отраслей, от основных представлений о принципах действия музыкальных инструментов до сложностей электроакустики, знакомы многие непрофессионалы. Психоакустика, наоборот, наука молодая, ей всего 160 лет, изучение музыкального восприятия стало энергично развиваться лишь

в последние несколько десятилетий¹⁶, и результаты лишь сейчас начинают становиться известными неспециалистам и широкой публике. Я лишь хотел изобразить науку о музыке в должной перспективе — как *музыку науки!*

2. Звуковые колебания, чистые тона и восприятие высоты звука

Мы слышим звук, когда наша барабанная перепонка приводится в движение определенного типа — *колебания*. Эти колебания вызываются малыми изменениями давления воздуха в слуховом канале, связанном с проходящей звуковой волной. В этом разделе мы сначала обсудим основные свойства периодического колебательного движения вообще, а затем сосредоточимся на колебаниях барабанной перепонки и их роли в нашем восприятии звука. На этом этапе мы не будем интересоваться тем, *каким образом* барабанная перепонка приводится в движение. Для этого представим, что мы надели наушники и слушаем создаваемые ими звуки. В области низких частот барабанная перепонка точно следует за колебаниями диафрагмы наушников. Такой подход к предмету несколько необычен. Однако он позволит нам непосредственно перейти к изучению некоторых основных понятий, связанных со звуковыми колебаниями и восприятием звука, не тратя много времени на изучение звуковых волн и генерации звука. С практической точки зрения, этот подход имеет один недостаток: в экспериментах, которые мы будем описывать и анализировать в этом разделе, генерация звука должна осуществляться с помощью электронных устройств, а не производиться естественным образом с участием реальных музыкальных инструментов. Однако по возможности мы будем указывать, как данный эксперимент можно было бы провести с использованием реальных инструментов.

¹⁶ Автор имел честь активно способствовать развитию такого мультидисциплинарного подхода, что засвидетельствовано всемирно известным специалистом в области психологии музыки Дианой Дейч в ее редакционной статье, посвященной 20-летию международного журнала *Music Perception* [39]:

... «Ряд междисциплинарных рабочих совещаний по физическим и нейропсихологическим основам музыки, организованных Хуаном Редерером, был проведен в Оссиах (Австрия) (между 1973 и 1985 годами во время Каринтийских летних фестивалей). Именно во время этих совещаний многие из нас впервые узнали, с большим воодушевлением, об исследовании музыки, проводимом специалистами в других областях. Стало ясно, что междисциплинарное изучение музыки с участием теоретиков музыки, композиторов, психологов, лингвистов, специалистов в области неврологии, компьютерной техники и т. д. не только возможно, но и необходимо для нашего продвижения в понимании музыки».

2.1. Движение и колебания

Под движением понимается *изменение положения* данного тела по отношению к некоторому другому телу, принятому за начало отсчета. Если движущееся тело очень мало по сравнению с телом отсчета или по сравнению с размерами области пространства, проходимой телом при движении, так что форма тела практически несущественна, задача сводится к описанию движения *точки* в пространстве. Поэтому такое малое тело часто называют материальной точкой, или частицей. Если же тело не столь мало, но мы заранее знаем, что в данных условиях все точки тела вынуждены двигаться вдоль прямых линий, параллельных между собой (это называется *прямолинейным переносом*), то этого также достаточно, чтобы рассматривать движение всего *одной* данной точки тела. Это случай *одномерного* движения, при котором положение данной точки (и, следовательно, всего тела) полностью определяется всего *одним* числом — расстоянием до неподвижной точки отсчета.

В этой книге мы будем иметь дело лишь с одномерными движениями. Предположим, что наша материальная точка движется вдоль вертикальной прямой (рис. 3). Обозначим точку отсчета на этой прямой буквой O . Точкой отсчета может служить любая неподвижная точка, хотя для удобства мы иногда будем выбирать вполне определенную точку (например, положение равновесия для данного колебательного движения). Положение материальной точки P определяется ее расстоянием y от точки отсчета O (рис. 3); величину y называют также *смещением* точки P относительно точки O , или *координатой* точки P . При этом мы должны использовать как положительные, так и отрицательные числа, чтобы различать две стороны относительно точки O ¹⁷.

Материальная точка P находится в движении относительно точки O , когда ее положение y изменяется с течением времени. Будем обозначать время буквой t . Оно измеряется с помощью часов и также требует задания «момента начала отсчета» $t = 0$. Движение можно математически описывать двумя способами — аналитически, с использованием так называемых функциональных соотношений, и геометрически, применяя графическое представление. Мы будем пользоваться только геометрическим методом. Чтобы графически изобразить одномерное движение, возьмем две взаимно перпендикулярные оси, одна из которых представляет время t , другая — ко-

¹⁷В науке для измерения расстояний используется *метрическая система мер*. Единицей длины в ней служит метр ($1 \text{ м} = 3,28 \text{ футов}$); применяются также его десятичные доли (например, сантиметр = $0,01 \text{ м} = 0,394 \text{ дюйма}$ или миллиметр = $0,001 \text{ м}$) и кратные меры (например, километр = $1\,000 \text{ м} = 0,625 \text{ мили}$).

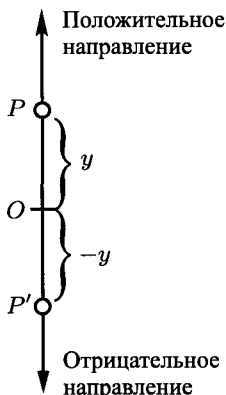


Рис. 3. Мгновенные положения точки, движущейся по прямой линии. y — координата, O — неподвижная точка отсчета

ординату y (рис. 4). Для обеих осей мы должны указать *масштаб*, т. е. единичные интервалы (соответственно времени и смещения). Движение можно изобразить, указав мгновенное значение расстояния y для каждого момента времени t . Каждой точке получающейся при этом кривой отвечает положение частицы в соответствующий момент времени, например, точка S_1 на рис. 4 сообщает нам, что в момент времени $t = t_1$ частица P находится на расстоянии y_1 от точки O , т. е. в положении P_1 . Следует особо подчеркнуть, что на этом графике материальная точка отнюдь *не* движется вдоль кривой, образуемой точками S ! Эта кривая есть всего лишь искусственное построение, помогающее нам определить положение частицы y на вертикальной оси в произвольный момент времени t .

График, показанный на рис. 4, дает также информацию о скорости материальной точки, т. е. о быстроте изменения ее положения. Она определяется *наклоном* кривой на графике. В момент t_1 частица движется с некоторой скоростью вверх, в момент t_3 — с меньшей скоростью вниз, в момент t_2 она на мгновение останавливается, меняя направление движения.

Существует определенный класс движений, при которых материальная точка следует некоторому временному закону, повторяющемуся снова и снова. Это называется *периодическим движением*, или *колебаниями*. Движение такого типа имеет наибольшее значение для музыки. Чтобы получить подлинно периодическое движение, тело не просто должно периодически возвращаться в прежнее положение — оно должно делать это через точно одинаковые промежутки времени и точно повторять один и тот же вид движения между этими моментами возвращения. Интервал времени, после

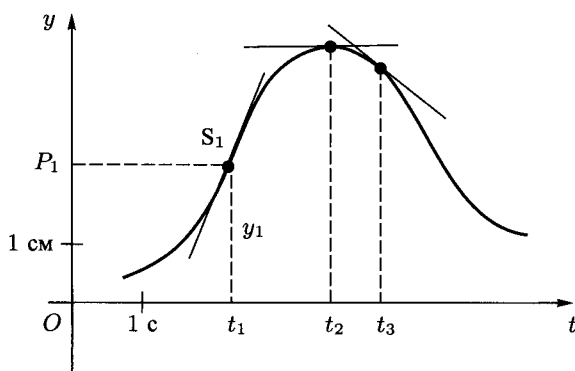


Рис. 4. Графическое представление движения точки. Сплошная кривая — это не траектория! Она определяет положения точки в различные моменты времени t , когда она движется вдоль *прямой* линии (координаты представлены точками оси y)

которого картина движения повторяется, называется *периодом* (рис. 5). Мы будем обозначать период греческой буквой «тау» (τ). В течение одного периода движение может быть как очень простым (рис. 5, а), так и довольно сложным (рис. 5, б)¹⁸. Элемент картины движения, который осуществляется в течение одного периода и повторяется снова и снова, называется *циклом*.

Имеются механические и электронные устройства, которые могут автоматически строить график периодического движения. В *самописце* перо воспроизводит в направлении y описываемое периодическое движение и оставляет след на бумажной ленте, которая движется с постоянной скоростью в направлении, перпендикулярном к оси y . Поскольку эта скорость нам известна, мы можем приписать шкалу *времени* оси, направленной вдоль бумажной ленты. Полученная кривая является графическим представлением движения. Однако для регистрации звуковых колебаний этот метод непригоден. Они имеют столь короткие периоды, что для воспроизведения таких колебаний перо должно перемещаться с такой скоростью, которую невозможно реализовать. Для этой цели служит электронный прибор, называемый *осциллографом*. В нем очень тонкий пучок электронов (элементарных частиц с отрицательным электрическим зарядом), попадая на телевизионный экран, создает на нем ясно видимое световое пятно. Этот пучок можно отклонять в вертикальном и горизонтальном направлениях.

¹⁸ Для интерпретации графиков, показанных на рис. 4 или 5, полезно имитировать описанные движения аналогичным движением руки вверх-вниз, представляя изменение расстояния (вдоль оси y) с течением времени (вдоль оси t).

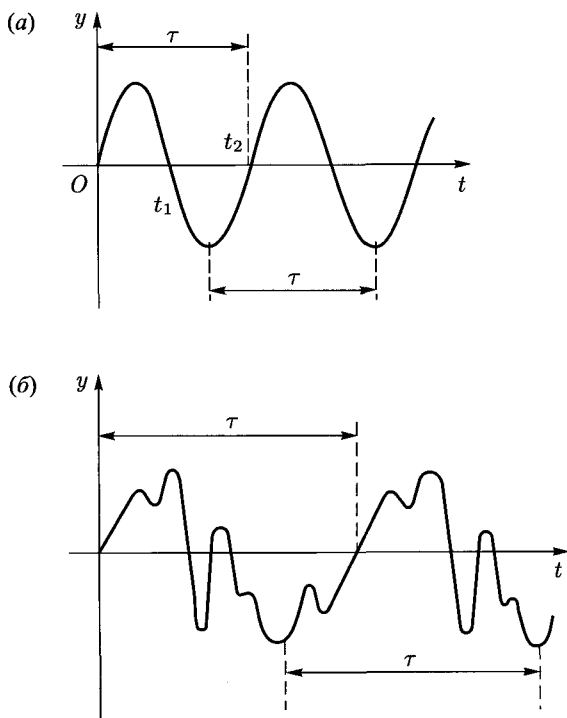


Рис. 5. Графическое представление простого *a* и сложного *b* периодического движения (τ — период)

Вертикальное движение управляется сигналом, пропорциональным колебанию, которое мы хотим отобразить (например, колебанию диафрагмы микрофона). Горизонтальное движение представляет непрерывную развертку вправо с постоянной скоростью, подобное перемещению бумажной ленты в самописце, оно задает шкалу времени. Таким образом, светящаяся точка на экране описывает график движения за один период развертки. Если изображение светящейся точки сохраняется достаточно долго, оно воспринимается как сплошная кривая на экране. Поскольку экран имеет ограниченный размер, горизонтальное движение мгновенно возвращается к началу каждый раз, когда пучок достигает правого края экрана, после чего развертка начинается снова. Чтобы изобразить периодическое движение, развертка должна быть синхронизована с периодом τ или с кратной ему величиной.

2.2. Простое гармоническое движение

Возникает вопрос: каков *простейший* вид периодического движения? Имеется много известных примеров: колебания взад-вперед маятника, движение вверх-вниз пружины, колебания молекул и т. д. Все эти движения имеют нечто общее: их можно представить как проекцию равномерного кругового движения на один из диаметров окружности (рис. 6)¹⁹. Когда точка R равномерно вращается с периодом τ (т. е. совершает полный оборот за τ с), ее проекция, точка P , двигается вверх и вниз вдоль оси y , совершая так называемое *простое гармоническое движение* (см. график в правой части рис. 6). Такое движение называют также *синусоидальным* (поскольку изменение величины y аналитически описывается тригонометрической функцией под названием «синус»).

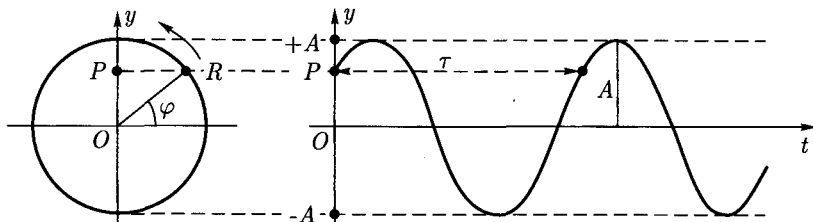


Рис. 6. Простое гармоническое, или *синусоидальное*, движение (представлено на правом графике), получающееся при проектировании точки, совершающей равномерное движение по окружности, на диаметр окружности (φ — фаза, A — амплитуда, τ — период)

Заметим, что простое гармоническое движение представляет колебания, симметричные относительно точки O , которая называется положением равновесия. Максимальное смещение (вверх или вниз) A называется *амплитудой*, τ — *периодом* гармонического движения. Имеется еще один параметр, характеризующий простое гармоническое движение, который несколько более труден для понимания. Взгляните на рис. 6: в начальный момент $t = 0$ частица (проекция вращающейся точки R) находится в положении P . Мы можем представить себе другой случай гармонического движения с *тем же* периодом τ и *той же* амплитудой A , но с *другим положением* Q , из которого частица начинает движение (рис. 7). Такое движение, очевидно, будет отличаться от предыдущего, но не формой или характером, а «сдвигом во времени». В самом деле, как видно из рис. 7, две частицы будут проходить

¹⁹Подчеркнем, что построение в левой части рис. 6 является *вспомогательным*: реально лишь периодическое движение частицы P вверх-вниз вдоль оси y .

через определенное положение (например, начало отсчета O) в разные моменты времени (t_1, t_2). И наоборот, две частицы в общем случае будут находиться в разных положениях в один и тот же момент времени (например, P и Q в момент $t = 0$). Если опять-таки представить движение второй частицы Q в виде проекции равномерного кругового движения (рис. 7), мы увидим, что двум рассматриваемым случаям отвечают разные *угловые положения* φ_1, φ_2 соответствующих точек, совершающих движение по окружности. Угол φ называется *фазой* простого гармонического движения; разность $\varphi_1 - \varphi_2$ (рис. 7), которая в данном примере остается постоянной, называется *разностью фаз* двух гармонических движений²⁰.

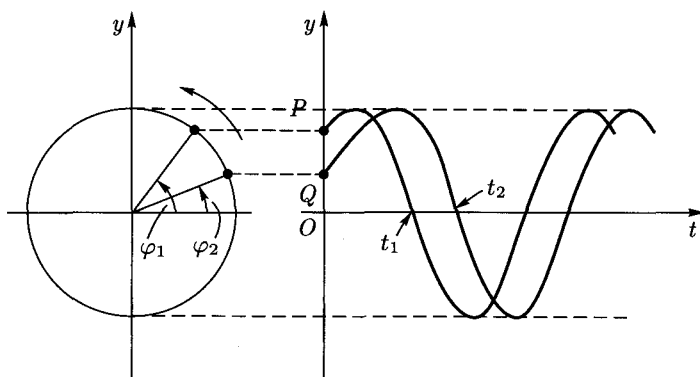


Рис. 7. Графическое представление гармонического движения двух точек с одинаковой амплитудой и частотой, но с различными фазами φ_1 и φ_2

Таким образом, «чистое», или гармоническое, колебательное движение характеризуется значениями трех параметров: *периода τ , амплитуды A и фазы φ* (рис. 6). Все они, особенно первые два, играют ключевую роль в восприятии музыкальных звуков.

Простые гармонические движения — достаточно распространенные явления и происходят во всей вселенной. Колебания составных частей атомов, атомов как целого в кристалле, упругих тел и т. д. в первом приближении могут быть описаны как простые гармонические движения. Но есть и другая, еще более основательная причина рассматривать простое гармоническое движение как наиболее важное из всех периодических движений:

²⁰ Попробуйте изобразить двумя руками два движения вверх-вниз, представленные в правой части рис. 7! Прodelайте то же самое при различной разности фаз, например, при 180° (в противофазе), 0° (в одной фазе), 90° и т. д.

можно математически показать, что *любое сколь угодно сложное периодическое движение можно представить в виде суммы простых гармонических движений*. Подробнее мы рассмотрим это фундаментальное свойство позднее (в разд. 4). Для музыки оно имеет первостепенное значение.

2.3. Звуковые колебания и восприятие чистых тонов

Когда барабанная перепонка приводится в периодическое движение, ее механические колебания преобразуются во внутреннем ухе в электрические нервные импульсы, которые передают сигналы в мозг и интерпретируются как звук, при условии, что период и амплитуда колебаний находятся в определенных пределах. Ухо представляет крайне чувствительный прибор, оно может воспринимать колебания барабанной перепонки с амплитудой всего 10^{-7} см и периодом 7×10^{-5} с²¹.

Введем теперь величину, которая используется чаще, чем период τ , и называется *частотой*:

$$f = 1/\tau. \quad (1)$$

Физически частота f представляет число повторений картины колебаний, или циклов, в единичный отрезок времени. Причина, по которой предпочитают применять f вместо τ , состоит в том, что при увеличении частоты звуковых колебаний мы ощущаем повышение тона. Если период τ измерять в секундах, то частота f будет выражаться в *циклах в секунду*. Эта единица носит название *герц* (Гц) в честь знаменитого немецкого физика Генриха Герца. Колебания давления воздуха в интервале 20–15 000 Гц средним человеком воспринимаются как звук. Нижний и особенно верхний пределы зависят от громкости звука и различны у разных людей, а также меняются с возрастом.

Когда звук вызывает простое гармоническое движение барабанной перепонки с постоянными характеристиками (частотой, амплитудой и фазой), мы слышим так называемый *чистый тон*. Чистые тона звучат однообразно, и музыка не строится из одиночных чистых тонов. Однако, как было отмечено во введении к этому разделу, для лучшего понимания сложных звуков желательно начать с изучения чистых, или простых, тонов. Чистые тона должны создаваться электронными генераторами, не существует музыкальных инструментов, которые производят такие тона (и даже в случае электронной генерации чистых тонов нет гарантии, что они останутся та-

²¹В этой книге мы изображаем числа с помощью показателей степени: 10^{+n} означает единицу с n нулями, а 10^{-n} — это то же, что $1/10^{+n}$, т.е. десятичная дробь в виде единицы, стоящей на n -м месте после запятой с предшествующими нулями.

ковыми к тому времени, когда достигнут уха). Флейта представляет инструмент, звук которого ближе к чистому синусоидальному тону, чем у любого другого инструмента, особенно в верхнем регистре, поэтому некоторые (но не все) эксперименты, упоминаемые в этом разделе, можно провести в домашних условиях, используя флейту, а лучше две (желательно в профессиональном исполнении!).

Когда мы слышим чистый тон, частоту и амплитуду которого можно изменять по желанию, мы имеем возможность проверить соответствие между *высотой* тона и *частотой*, а также между *громкостью* и *амплитудой*. В данном разделе мы ограничимся высотой тона.

Простые гармонические колебания барабанной перепонки передаются цепочкой из трех крошечных косточек в среднем ухе, которые носят названия «молоточек», «наковальня» и «стремечко» (или, на ученом языке, *malleus*, *incus* и *stapes*, что означает то же самое на латыни), ко входу (*овальному окну*) собственно внутреннего уха (рис. 8, а). Так называемая *улитка* миллиметрового размера представляет собой туннель, закручивающийся наподобие раковины улитки-моллюска и проходящий через височную кость. Эта полость, показанная в сильно упрощенном и растянутом виде на рис. 8, б, разделена на два канала, именуемые *вестибулярной лестницей* и *барабанной лестницей*, которые заполнены несжимаемой жидкостью — *перилимфой*, представляющей собой фильтрат спинномозговой жидкости. Оба канала ведут себя как единая гидродинамическая система, поскольку на дальнем конце (в «вершине») они связаны небольшим отверстием — *геликотремой*; нижний отдел закрыт упругой мембраной на *овальном окне* (рис. 8, б). Перегородка, разделяющая две «лестницы», сама представляет сильно структурированный проток треугольного сечения (называемый также *средней лестницей* (рис. 9)), который заполнен другой жидкостью — *эндолимфой*. Границами протока служат *базиллярная мембрана*, содержащая собственно сенсорный орган (*орган Корти*), *мембрана Рейсснера*, отделяющая эндолимфу от перилимфы, и жесткая боковая стенка улитки.

Упругость базиллярной мембраны определяет основные гидромеханические свойства улитки. У взрослого человека длина этой мембраны от основания (входного конца) до вершины составляет 34 мм. Из-за постепенного изменения ширины и толщины жесткость мембраны убывает от основания к вершине в 10 000 раз, что обеспечивает возможность анализа частот. Колебания, передаваемые цепочкой слуховых косточек к овальному окну, преобразуются в колебания давления перилимфы в вестибулярной лестнице. Возникающий при этом перепад давлений на перегородке улитки между двумя лестницами изгибает базиллярную мембрану вверх и вниз, сообщая ей движение, подобное колыханию флага на ветру. По мере того как это волно-

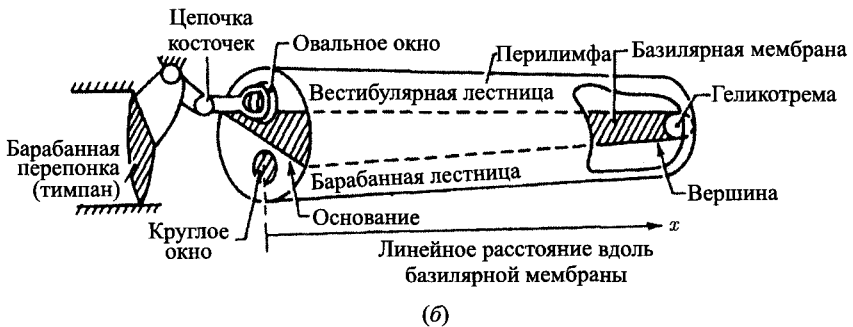
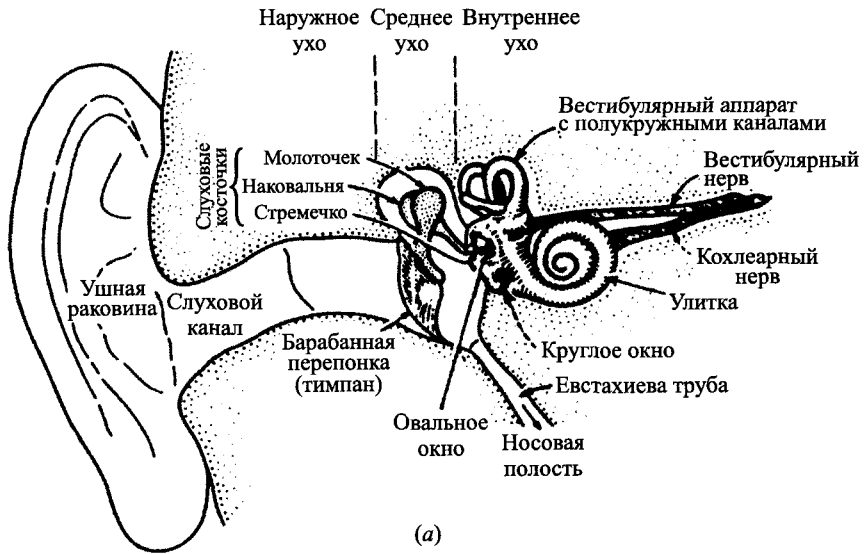
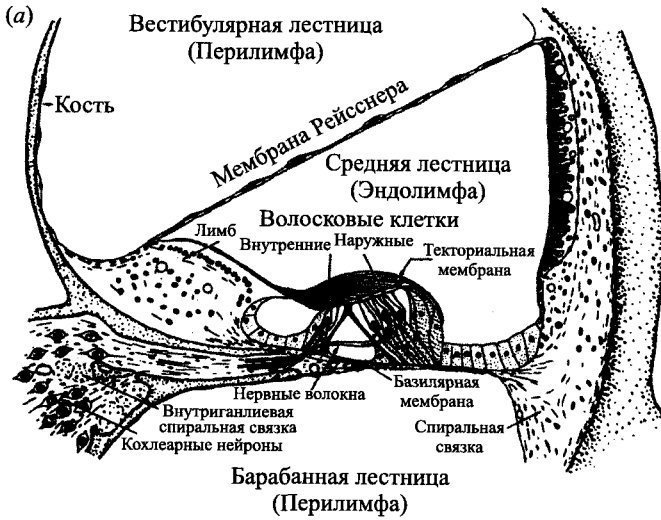


Рис. 8. (а) Схематическое изображение уха (не в масштабе) [43]. (б) Улитка (в сильно упрощенном, растянутом виде)

образное движение распространяется к вершине, его амплитуда возрастает до максимума в некотором месте, зависящем от входной частоты, а затем быстро падает к вершине. При этом мембрана закручивается в поперечном направлении весьма сложным образом, что, по-видимому, играет основную роль в гидромеханической стимуляции приблизительно 16 000 рецепторных единиц — *волосковых клеток*, расположенных в виде одного «внутреннего» ряда и трех «наружных» рядов вдоль базилярной мембраны. Эти клетки



(б)

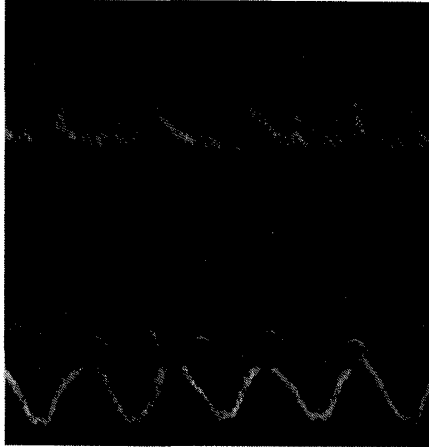


Рис. 9. (а) Поперечное сечение органа Корти [31]. (б) Полученное с помощью сканирующего электронного микроскопа [20] изображение стереоцилий внутренних (сверху) и одного из трех внешних (снизу) рядов волосковых клеток на базилярной мембране морской свинки. (Эти животные, а также шиншиллы и кошки, имеют периферическую слуховую систему, очень похожую на человеческую, и чаще всего используются в качестве лабораторных животных при изучении слуха.)

улавливают движения базилярной мембраны и передают сигналы контактирующим с ними нервным клеткам — *нейронам*. Название «волосная клетка» связано с тем, что на такой клетке находится связка из 20–300 тонких волосков — *стереоцилий* («ресничек») (рис. 9, б), прорастающих в эндолимфатическую жидкость, отклонение которых запускает в волосной клетке и ее окружении цепочку электрохимических процессов, которые заканчиваются генерацией электрических сигналов в слуховом нерве. *Текториальная мембрана* представляет желатиновую ткань, взвешенную в эндолимфе над органом Корти (рис. 9, а), в которую входят стереоцилии наружных волосных клеток; мембрана играет важную роль в стимуляции их движения. Работу улитки мы рассмотрим подробнее в разд. 2.8 и 3.6.

Замечательный факт состоит в том, что для *чистого тона* данной частоты максимальные колебания базилярной мембраны происходят лишь в ограниченной ее области, *положение которой зависит от частоты тона*. Другими словами, для каждой частоты имеется область максимальной стимуляции, или «резонансная область», на базилярной мембране. Чем ниже частота тона, тем ближе к вершине (рис. 8, б) находится область активированных волосных клеток (где мембрана наиболее гибка). Чем выше частота, тем ближе эта область ко входу (овальному окну), где мембрана наиболее жестка. *Пространственное положение x вдоль базилярной мембраны* (рис. 8, б) *соответствующих волосных клеток и связанных с ними нейронов определяет первичное ощущение высоты тона*. Изменение частоты чистого тона вызывает сдвиг положения активированной области, и этот сдвиг затем интерпретируется как изменение высоты тона. Мы говорим, что первичная информация частоты тона кодируется сенсорным образом на базилярной мембране в форме *пространственного положения* активированных нейронов. В зависимости от того, какая группа нервных волокон активизируется, тон воспринимается нами как низкий или высокий.

На рис. 10 показано, как зависит от частоты чистого синусоидального тона расстояние x от основания (см. рис. 8, б) до области наибольшей чувствительности у среднего взрослого человека [171]. Отсюда следуют несколько важных выводов. Прежде всего заметим, что область частот, наиболее важных в музыкальном отношении (приблизительно 20–4 000 Гц), охватывает примерно две трети длины базилярной мембраны (12–35 мм от основания). Остальная часть частотного диапазона (4 000–16 000 Гц, область частот выше 5 000 Гц на рис. 10 не показана) сжимается в оставшуюся треть длины. Отметим далее, что при удвоении частоты звука, т. е. при повышении тона на октаву, соответствующая резонансная область смещается примерно на одно и то же расстояние 3,5–4 мм независимо от того, происходит это повышение частоты от 220 до 440 Гц, от 1 760 до 3 520 Гц

или от 5 000 до 10 000 Гц. И вообще, всякий раз, когда частота f умножается на некоторый коэффициент, положение x резонансной области просто сдвигается на некоторое расстояние. Другими словами, смещение резонансной области вдоль базилярной мембраны определяется не разностью частот, а их *отношением*. Зависимость такого рода называется *логарифмической* (см. разд. 3.4).

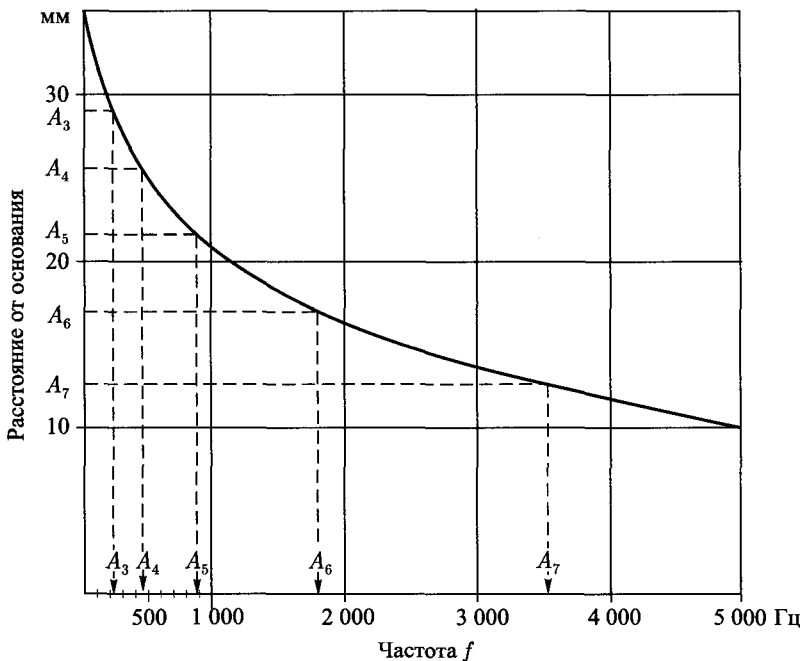


Рис. 10. Положение резонансного максимума на базилярной мембране [171] для чистого тона частоты f (используются линейные шкалы)

Изложенные результаты были получены при физиологических измерениях на мертвых (но хорошо сохранившихся) животных [171]. Сегодня такие измерения можно проводить на живых улитках с использованием микроскопических лазерных лучей или эффекта Мёссбауэра, когда микроскопическое количество радиоактивного вещества (кобальта-57) помещается на базилярную мембрану. При этом ничтожные смещения мембраны могут быть обнаружены путем измерения сдвига частоты отраженного лазерного луча (эффекта Доплера) или гамма-лучей, испускаемых радиоактивным веществом. Подробнее об этом будет рассказано в разд. 3.6.

Рассмотрим теперь психофизическую величину — высоту воспринимаемого звука, соответствующую частоте чистого тона f . В разд. 1.4 мы упоминали, что психофизическая величина не может быть измерена таким же количественным образом, как физическая величина, например, частота. Можно оценить лишь *соотношение* между двумя ощущениями одного и того же рода, создаваемыми у испытуемого непосредственно одно за другим. Для некоторых ощущений количественные оценки возможны лишь после некоторой тренировки мозга к проведению необходимых операций (например, после обучения ребенка умению оценивать размеры наблюдаемых предметов).

В соответствии с изложенным, первичная функция внутреннего уха (улитки) состоит в преобразовании временной картины колебаний (движения барабанной перепонки внутрь и наружу) в пространственную картину (движение вверх-вниз вдоль базилярной мембраны), а последнюю, в свою очередь, в пространственную картину активности нейронов (распределение электрических сигналов по слуховому нерву).

Рассмотрим способность индивидуума оценивать относительную высоту двух чистых тонов одной и той же интенсивности, предъявляемых один за другим. Существует естественный предел: когда разность частот двух тонов мала, меньше некоторого значения, оба тона оцениваются как имеющие одну и ту же высоту. Это относится к оценкам всех психофизических величин: если изменение первоначального физического стимула не превышает некоторого *дифференциального порога чувствительности* (ДПЧ), или *минимально обнаружимого различия*, новое ощущение оценивается как «точно такое же»; коль скоро изменение превышает ДПЧ, обнаруживается изменение ощущения. Заметим, что ДПЧ связан с некоторой *физической* величиной (стимулом) и потому выражается некоторым числом²².

Степень чувствительности первичного механизма восприятия изменений высоты тона, или способность к *разрешению частот*, зависит от частоты, интенсивности и продолжительности данного тона, а также от степени внезапности изменения. Она сильно меняется от одного человека к другому и зависит от музыкальной подготовки; к сожалению, она *значительно зависит также от используемого метода измерения*. На рис. 11 показан средний ДПЧ для частоты чистых тонов постоянной интенсивности (80 де-

²²Эта величина измерима лишь статистически в так называемом психометрическом эксперименте с вынужденным выбором. Когда разность частот двух тонов мала и слушателей просят определить, какой из них имеет большую высоту, они могут лишь гадать, и их оценки будут правильными на 50%. Если разность частот достаточно велика, правильными будут все 100% ответов. 75% правильных ответов лежат на полпути между случайными догадками и надежным определением, так что соответствующая разность выбирается в качестве ДПЧ по частоте [60].

цибел, см. разд. 3.4), частота которых медленно и непрерывно повышается и понижается [180]. Из этого графика, например, видно, что для тона частотой 2000 Гц обнаруживается уже изменение в 10 Гц, т. е. всего на 0,5%. Это очень малая доля полутона! *Внезапные* изменения частоты обнаруживаются с еще меньшим ДПЧ — до 30 раз меньшим показанного на рис. 11 [131]. Разрешение частот становится хуже на низких частотах (например, 3% при 100 Гц на рис. 11). Оно ухудшается также при уменьшении длительности звучания тона, когда последняя становится меньше одной десятой секунды. В то же время разрешение частот почти не зависит от амплитуды (громкости). Более подробное обсуждение ДПЧ можно найти в книгах [61, 163, 179].

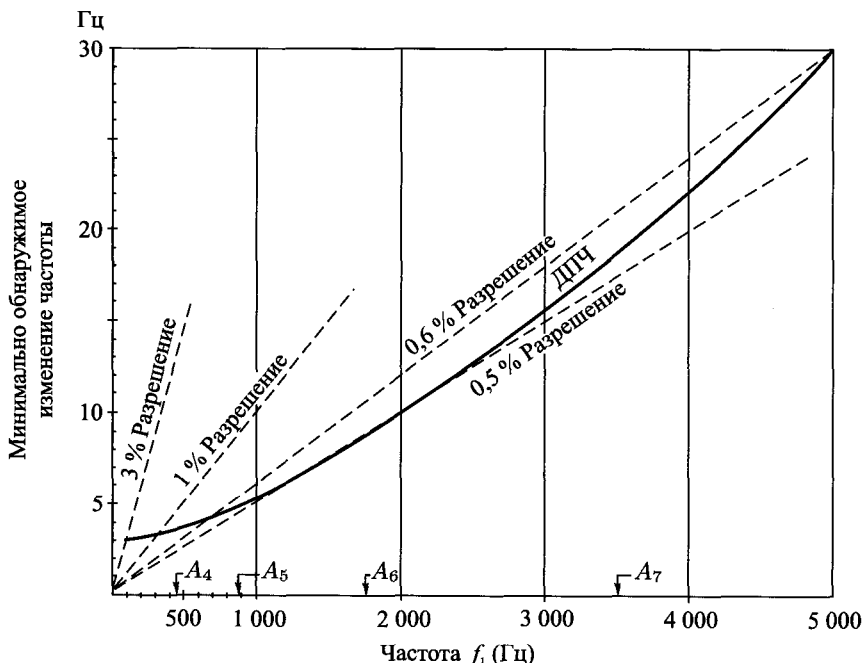


Рис. 11. Дифференциальный порог чувствительности (или «минимально обнаружимое различие») для чистого тона частоты f_1 (линейные шкалы), определяемый при использовании сигнала с медленно модулируемой частотой [180]

С самого начала развития психофизики психологи были склонны рассматривать минимально обнаружимое различие в ощущениях, вызываемое

минимально различимыми стимулами, в качестве естественной единицы измерения соответствующей психофизической величины. Минимально обнаружимое изменение высоты тона использовалось для построения «субъективной шкалы высот» [158]. Однако далее мы увидим, что поскольку главным претендентом на роль естественной единицы измерения интервала является *октава* и поскольку все музыкальные гаммы появились совершенно независимо от попыток создания субъективной шкалы высот, указанная величина не нашла практического применения в музыке (см. разд. 5.4).

2.4. Суперпозиция чистых тонов. Биения первого порядка и критическая полоса

Мы уже упоминали, что одиночные чистые тона звучат монотонно. Звучание становится несколько более живым, когда мы заставляем звучать одновременно два чистых тона. В этом разделе мы будем анализировать основные характеристики наложения (суперпозиции) двух чистых тонов. При этом мы столкнемся с несколькими фундаментальными понятиями физики музыки и психоакустики.

Можно выделить два вида эффектов суперпозиции в зависимости от того места, где они обрабатываются слуховой системой человека. Если обработка носит *механический* характер и происходит в кохлеарной жидкости и вдоль базилярной мембраны, мы называем их эффектами суперпозиции первого порядка, поскольку они легко различимы и доступны для психоакустического экспериментирования. Эффекты суперпозиции второго порядка являются результатом *нейронной* обработки, и они более сложны для обнаружения, описания и объективного измерения. В этом разделе мы ограничимся эффектами первого порядка.

Обсудим сначала физический смысл «суперпозиции звука». Барабанная перепонка движется внутрь и наружу под действием изменений давления воздуха в слуховом канале. Если она вынуждена совершать чисто гармоническое движение заданной частоты и амплитуды, мы слышим чистый тон определенной высоты и громкости. Если же одновременно звучат *два* чистых тона с различными характеристиками (например, мы слышим одновременно два независимых источника звука), то барабанная перепонка реагирует так, как если бы она одновременно подчинялась двум независимым командам, по одной для каждого чистого тона. Результирующее движение представляет собой сумму отдельных движений, которые возникли бы, если бы каждый чистый звук присутствовал в одиночестве, в отсутствие другого. Так ведет себя не только барабанная перепонка, но и среда, и все другие колеблющиеся компоненты (это, однако, перестает быть спра-

ведливым при очень больших амплитудах). Указанный эффект называется *линейной суперпозицией* двух колебаний. Этот термин означает «мирное сосуществование»: каждая составляющая колебательного процесса не мешает другой, и результирующая суперпозиция просто следует велениям каждой из компонент независимо друг от друга. При *нелинейной* суперпозиции воздействие каждой компоненты зависит от того, что предписывает другая компонента.

Начнем обсуждение с анализа суперпозиции двух простых гармонических движений *одинаковой частоты и с одинаковой фазой* (т. е. с нулевой разностью фаз, см. разд. 2.2). Можно показать как графически (рис. 12), так и аналитически, что в этом случае мы снова получим простое гармоническое движение той же частоты, с той же фазой, но с амплитудой, равной сумме амплитуд двух колебаний. Если же две компоненты колебаний данной частоты имеют *разную* фазу, то их суперпозиция по-прежнему остается простым гармоническим движением той же частоты, но амплитуда теперь уже *не будет* равна сумме амплитуд двух компонент. В частности, если амплитуды компонент одинаковы, а их разность фаз φ составляет 180° , колебания будут гасить друг друга, и не будет слышно никакого звука. Это явление, называемое *деструктивной интерференцией*, играет важную роль в акустике помещений. В общем случае, когда барабанной перепонки достигают два чистых тона одинаковой частоты, мы воспринимаем лишь *один* тон определенной высоты (соответствующей частоте указанных тонов) и громкости (определяемой амплитудами этих тонов и их разностью фаз).

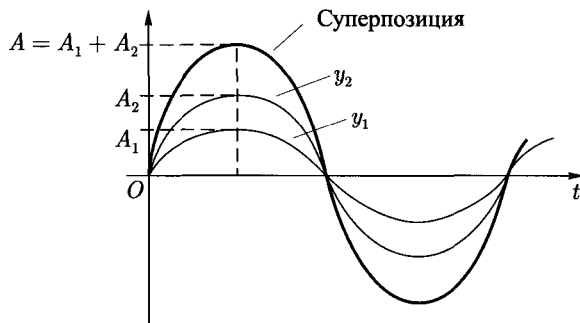


Рис. 12. Суперпозиция двух синусоидальных колебаний с одинаковой фазой и частотой

Теперь рассмотрим суперпозицию двух простых тонов одинаковой *амплитуды*, но *со слегка различающимися частотами* f_1 и $f_2 = f_1 + \Delta f$.

Разность частот Δf предполагается малой и положительной (тон, соответствующий частоте f_2 , несколько выше тона частоты f_1). Картина колебаний барабанной перепонки будет определяться суммой таких для каждого тона в отдельности (рис. 13). Результатом наложения (жирная кривая на рис. 13) будут колебания с частотой, *промежуточной* между частотами f_1 и f_2 , и медленно меняющейся амплитудой. Отметим, что разность фаз двух компонент y_1 и y_2 на рис. 13 медленно меняется: колебания в момент времени $t = 0$ начинаются в одной фазе (разность фаз равна нулю, как на рис. 12), затем компонента y_2 начинает опережать по фазе (обгонять) компоненту y_1 , пока компоненты не окажутся в противофазе (с разностью фаз 180°) в момент C . Далее разность фаз продолжает возрастать, пока не достигнет величины $360^\circ = 0^\circ$ в момент τ_B . Этот непрерывный медленный сдвиг фазы ответствен за изменение амплитуды результирующего колебания: прерывистые кривые на рис. 13 представляют *огibaющую амплитуду* результирующего колебания (см. также рис. 19, а).

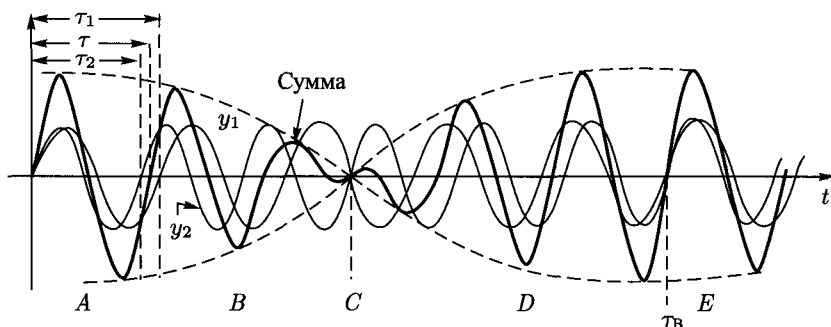


Рис. 13. Суперпозиция двух синусоидальных колебаний со слегка различающимися периодами τ_1 и τ_2 , соответствующими частотам f_1 и f_2

Каким в этом случае будет ощущение тона? Прежде всего обратим внимание на то, что барабанная перепонка будет совершать колебания, описываемые *жирной* кривой на рис. 13. Барабанная перепонка «не знает» и «не принимает во внимание», что картина колебания в действительности представляет результат сложения двух других колебаний. Для нее это просто *одна* картина колебаний с переменной амплитудой. Наиболее интересное происходит в cochlearной жидкости: эта довольно сложная, но единая картина колебаний, подаваемая на овальное окно, приводит к возбуждению двух резонансных областей на базилярной мембране. *Если разность частот Δf достаточно велика*, соответствующие резонансные области будут доста-

точно отделены одна от другой, каждая будет совершать колебания с частотой, соответствующей одной из компонент (тонкие кривые на рис. 13), и мы будем слышать *два отдельных тона постоянной громкости*, высота которых соответствует исходным тонам. Это свойство улитки распутывать сложную картину колебаний, создаваемую наложением тонов, разлагая ее на исходные чистые тона, называется *дискриминацией частот*. Это механический процесс, определяемый гидродинамическими и упругими свойствами составных частей внутреннего уха. Если же *разность частот Δf меньше некоторой величины*, резонансные области перекрываются, и мы слышим *только один тон промежуточной высоты с модулированной громкостью* — «биения». В этом случае область перекрытия резонансных областей базилярной мембраны образует картину колебаний, совпадающую с таковой для барабанной перепонки (жирная кривая на рис. 13). Модуляция амплитуды колебаний (огibaющая на рис. 13) воспринимается как модуляция громкости. Это явление называется *биениями первого порядка* — обычные биения, знакомые каждому музыканту.

Частота результирующей картины колебаний двух тонов с очень близкими частотами f_1 и f_2 равна среднему значению:

$$f = \frac{f_1 + f_2}{2} = f_1 + \frac{\Delta f}{2}. \quad (2)$$

Интервал времени τ_B (рис. 13), после которого результирующая амплитуда принимает начальное значение, называется периодом биений. Частота биений $f_B = 1/\tau_B$ (число изменений амплитуды за одну секунду) оказывается равной разности частот:

$$f_B = f_2 - f_1 = \Delta f. \quad (3)$$

Не имеет значения, больше или меньше f_2 , чем f_1 . Биения будут слышны в любом случае, и их частота всегда будет равна разности частот компонент (в соотношении (3) следует брать *абсолютное значение*, т. е. положительную величину). Чем ближе между собой частоты f_2 и f_1 , тем более «медленные» биения будут возникать. Если частота f_2 становится равной частоте f_1 , биения полностью исчезают — оба тона звучат *в унисон*.

Проследим, как меняется восприятие тона, создаваемого наложением двух чистых тонов одинаковой амплитуды с частотами f_1 и $f_2 = f_1 + \Delta f$. Предположим, что мы зафиксировали частоту f_1 и медленно повышаем частоту f_2 от f_1 (унисон, $\Delta f = 0$) до более высоких значений. (Качественно ничего не изменилось бы, если бы мы понижали частоту f_2 .)

Унисон воспринимается нами как один тон высоты, соответствующей частоте f_1 , громкость которого зависит от разности фаз двух простых тонов. При небольшом повышении частоты f_2 мы продолжаем слышать *один* тон, но несколько *более высокий*, соответствующий частоте $f = f_1 + \Delta f/2$ (см. (2))²³. Громкость этого тона будет совершать биения с частотой $f_B = \Delta f$ (см. (3)). Частота этих биений повышается при удалении f_2 от f_1 (при увеличении Δf). Пока разность Δf не превышает 10 Гц, биения воспринимаются вполне четко. Если разность частот Δf становится больше, скажем, 15 Гц, ощущение биений исчезает, создавая ощущение неприятного «шероховатого» тона. Когда разность Δf превосходит так называемый *предел дискриминации частот* Δf_D (не путать с дифференциальным порогом чувствительности (рис. 11)!), мы внезапно начинаем различать *два* отдельных тона, высоты которых соответствуют частотам f_1 и f_2 . В этот момент резонансные области на базилярной мембране отделяются одна от другой достаточно, чтобы создать два отдельных сигнала. Однако «шероховатость» все еще сохраняется, особенно в области низких тонов. Когда разность частот превышает еще большее значение Δf_{CB} , называемое *критической полосой*, неприятное ощущение исчезает, и оба чистых тона звучат ровно и приятно. Этот переход от «шероховатости» к «гладкости» реально происходит постепенно, так что критическая полоса представляет лишь *приблизительное* значение разности частот, при котором происходит переход.

Все эти результаты легко проверить, используя два электронных генератора синусоидальных волн регулируемой частоты, комбинация сигналов которых подается на каждое ухо в отдельности с помощью наушников. Однако проверка, по крайней мере качественная, возможна и при помощи двух флейт, на которых опытные исполнители играют одновременно в верхнем регистре. Если один флейтист исполняет заданную ноту (строго выдерживая нужный тон), а другой — ту же *написанную* ноту, но не в тон (например, периодически втягивая или выталкивая мундштук), можно достаточно хорошо воспроизвести биения, «шероховатость» и дискриминацию тонов.

На рис. 14 предпринята попытка представить изложенные результаты (не в масштабе). Жирными линиями показаны частоты тонов (или биений), которые мы *действительно* слышим. Частота f_1 фиксирована, частота f_2 постепенно изменяется (повышается или понижается). «Объединенный» тон соответствует восприятию одного тона (промежуточной частоты), пока частота f_2 лежит ниже предела дискриминации частоты f_1 . Отметим рас-

²³Как проверить, что воспринимаемая высота результирующего тона *действительно соответствует* тону с частотой $f = f_1 + \Delta f/2$? Это делается путем *согласования тонов*: испытуемому поочередно предъявляется *эталонный* тон регулируемой высоты и требуется изменить его частоту, пока он не услышит тон такой же высоты, какой обладает исходный тон.

ширение критической полосы в обе стороны от унисона ($\Delta f = 0$). Необходимо снова подчеркнуть, что этот переход от «шероховатости» к гладкости происходит совсем не внезапно, как может показаться из рис. 14, а довольно постепенно. Подробное и гораздо более строгое обсуждение можно найти в книге [179].

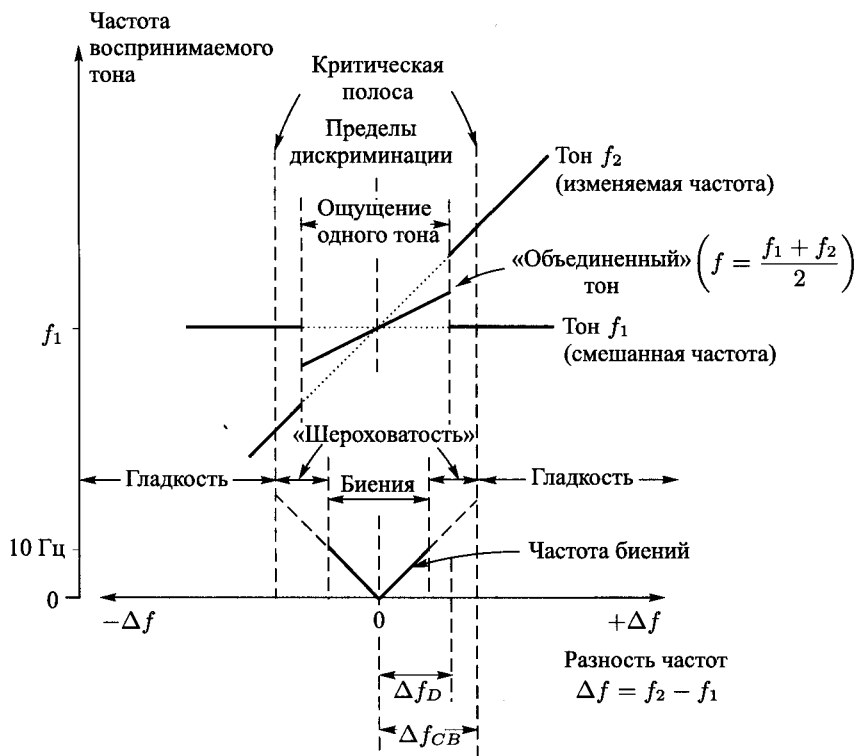


Рис. 14. Схематическое представление частоты (жирные линии), соответствующие ощущению тона, вызываемого наложением двух чистых тонов с близкими частотами f_1 и $f_2 = f_1 + \Delta f$

Предел для дискриминации частот и критической полосы сильно зависит от средней частоты двух тонов $(f_1 + f_2)/2$ (называемой *центральной частотой* стимула, состоящего из двух тонов). Этот предел слабо зависит от амплитуды, но может сильно различаться у разных людей. Критическая полоса связана с несколькими другими психоакустическими явлениями-

ми, и существует множество способов ее определения (разд. 3.4). На рис. 15 показана зависимость дискриминации частот Δf_D [119] и критической полосы Δf_{CB} [180] от центральной частоты компонент. Прерывистыми линиями показаны разности частот, соответствующие музыкальным интервалам — полутону, целому тону и малой терции. Например, два тона в окрестности 2 000 Гц должны быть разнесены по меньшей мере на 200 Гц, чтобы их можно было различить, и более чем на 300 Гц для гладкого звучания. Отметим замечательный факт: на очень высоких и очень низких частотах предел дискриминации частот больше полутона²⁴ и даже целого тона. Заметим также, что в области высоких частот критическая полоса лежит между разностью частот, соответствующей интервалу в один тон (который квалифицируется как диссонанс), и разностью, соответствующей малой терции (которая считается консонансом), т. е. *охватывает приблизительно треть октавы*. На низких частотах имеет место важное отличие: дискриминация частот и критическая полоса превышают малую (и даже большую) терцию. Вот почему терции обычно не используются в дальнем басовом регистре!

Сравним рис. 15 с рис. 11. Предел дискриминации частот Δf_D приблизительно в 30 раз больше ДПЧ для разрешения частот. Другими словами, мы можем обнаруживать очень малые изменения частоты *одного-единственного* чистого тона, однако требуется более значительная разность частот, чтобы *два* чистых тона, звучащих одновременно, были слышны как отдельные компоненты²⁵.

²⁴ Это может удивить музыкантов: они заявят, что прекрасно различают два составляющих тона, когда на музыкальном инструменте исполняется малая секунда! Однако дело в том, что результаты, представленные на рис. 15, относятся лишь к суперпозициям *чистых* тонов, звучащих *непрерывно* с постоянной интенсивностью. При исполнении музыкального интервала на *реальных* инструментах звуки не являются простыми тонами, не звучат непрерывно и присутствует стереоэффект. Все это дает слуховой системе дополнительные намеки, которые эффективно используются для различения тонов.

²⁵ Существует эквивалентный эксперимент, который можно провести с чувством *осознания*, чтобы увидеть разницу между «разрешением» и «дискриминацией». Попросите кого-нибудь прикоснуться на одну секунду к вашей подмышке заточенным карандашом, *при этом вы должны отвернуться*. Затем попросите вашего помощника повторить это, постепенно сдвигающую точку касания. Потребуется сместить ее на некоторое малое, но конечное минимальное расстояние, прежде чем вы заметите изменение. Это будет ДПЧ для локализации одиночного прикосновения, или «разрешение осознания». Теперь попросите помощника взять два карандаша и определить, на сколько нужно разнести точки касания, чтобы вы почувствовали ощущение *двух* прикосновений. Это минимальное расстояние для «дискриминации осознания», которое оказывается значительно больше, чем ДПЧ для осознания. Разрешение и дискриминация осязательных ощущений различны для разных частей тела. Аналогия между осознанием и слухом не случайна: базиллярная мембрана с точки зрения биологической эволюции представляет кусочек эпителиальной ткани (кожи) с сильно увеличенной чувствительностью

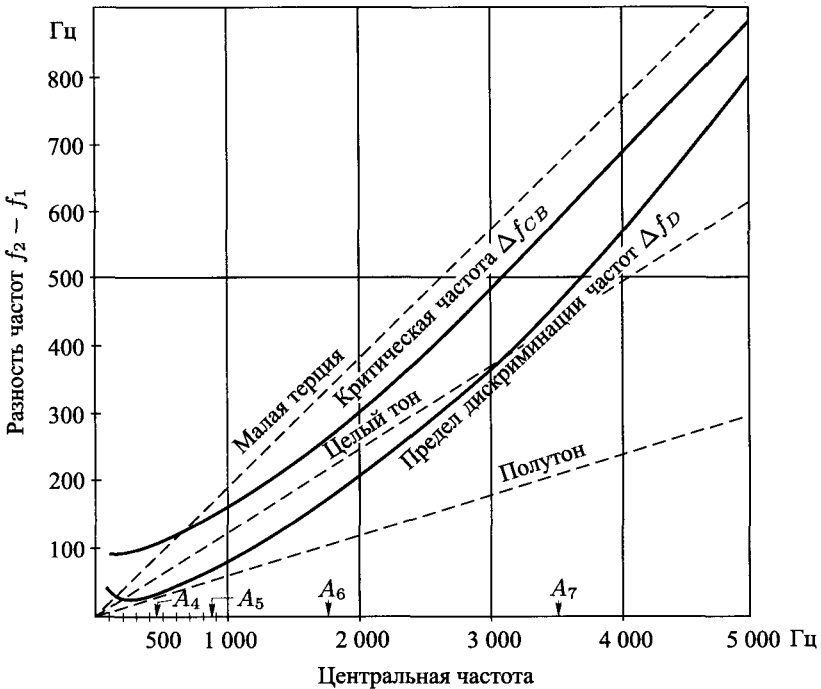


Рис. 15. Критическая полоса Δf_{CB} [180] и предел дискриминации частот Δf_D [119] в зависимости от центральной частоты стимула, состоящего из двух тонов (линейные шкалы). Для сравнения показана разность частот, соответствующая трем музыкальным интервалам

Как применить эти результаты к теории слуха? Существование конечного предела для дискриминации тонов указывает на то, что *активированная область на базилярной мембране, соответствующая чистому тону, должна иметь конечную пространственную протяженность*. В противном случае, если бы эта область была «точечной», суперпозиция двух тонов различной частоты всегда воспринималась бы как два отдельных тона при сколь угодно малой разности частот, и ощущения биений никогда бы не возникало. На самом деле тот факт, что «шероховатые» ощущения сохраняются даже за пределом дискриминации, показывает, что две активированные области все еще в некоторой степени перекрываются или взаимодействуют! Эта аналогия широко использовалась фон Бекеша [171] в его превосходных экспериментах.

модействуют между собой, по крайней мере пока не будет достигнута разность частот, равная критической полосе. Это иллюстрирует следующий эксперимент. Если два тона f_1 и f_2 подаются в наушники на два разных уха человека, первичные биения или ощущение «шероховатости» сразу исчезают, два тона различаются, даже если разность их частот меньше Δf_D , и их комбинация все время звучит гладко! Когда звуки подаются на одно ухо, появляются биения и «шероховатость» звучания. Разумеется, дело здесь в том, что в первом случае на каждой базилярной мембране имеется лишь *одна* активированная область, так что не возникает перекрывающихся сигналов в улитке²⁶, а следовательно, и биений первого порядка и «шероховатости».

Здесь читатель вправе задать вопрос: если область, активированная на базилярной мембране *одним* тоном *одной* частоты, имеет некоторую пространственную протяженность, занимая конечную область Δx , как получается, что мы слышим лишь *один* тон, а не «мешанину» из всех тонов, соответствующих различным активированным положениям внутри области Δx ? К сожалению, мы вынуждены отослать за ответом к следующим разделам (см. разд. 3.6). Здесь лишь отметим, что имеет место процесс так называемого «заострения», при котором активность, распределенная по области Δx , «фокусируется» на гораздо более ограниченном числе соответствующих нейронов. Явление биений играет важную роль в музыке²⁷. При возникновении биений они обрабатываются мозгом, создавая ощущение, варьирующее от раздражающего до приятного («гладкого») в зависимости от частоты биений и общей музыкальной обстановки. Своеобразный неприятный звук, создаваемый инструментом, настроенным не в тон с аккомпанементом, вызывается именно биениями. Противное звучание расстроенных струнных инструментов в посредственном школьном оркестре неприятно, в частности, из-за биений, а «забавный» звук пианино в салуне обусловлен биениями между умышленно расстроенными парами или тройками струн в среднем и верхнем регистрах. Тот факт, что биения полностью исчезают, когда два тона имеют точно одинаковую частоту ($f_1 = f_2$), играет основную роль в процессе *настройки* инструмента. Если мы хотим настроить частоту данного тона точно на частоту данного эталона (например, камертона), мы делаем это, слушая биения и подстраивая частоту до полного исчезновения биений.

²⁶Возможно перекрытие *нейронных сигналов* на следующем уровне нервных путей, что приводит к эффектам второго порядка, которые мы обсудим в разд. 2.6–2.9.

²⁷В этом разделе мы рассматриваем биения только между *чистыми* тонами. Как мы увидим далее, аналогичные биения возникают и между сложными тонами реальных музыкальных инструментов.

Критическая полоса также играет важную роль в восприятии музыки. В последующих разделах мы обсудим это понятие подробнее. Пока заметим лишь, что критическая полоса представляет своего рода «набор информации и единицу интеграции» на базилярной мембране. Тот экспериментальный факт, что частотная протяженность критической полосы Δf_{CB} почти не зависит от амплитуды, или громкости, звука, убедительно доказывает, что критическая полоса должна быть связана с некоторым свойством структуры чувствительного органа на базилярной мембране, а не с формой волны в кохлеарной жидкости. Действительно, если, используя рис. 10, преобразовать частотную протяженность Δf_{CB} , показанную на рис. 15, в пространственную протяженность вдоль базилярной мембраны, мы получим для критической полосы почти постоянное значение 1,2 мм. Еще более существен следующий результат: критическая полоса соответствует на базилярной мембране области, «обслуживаемой» приблизительно постоянным числом рецепторных клеток — около 1300 из их полного числа на мембране, равному 16000 [182] — независимо от положения на мембране соответствующей центральной частоты. Сложный звуковой стимул (например, от двух чистых тонов), компоненты которого имеют частоты, лежащие *внутри* критической полосы, вызывают субъективное ощущение (например, «шероховатость» в нашем примере), которое обычно совершенно отлично от такового, когда разность частот *превышает* протяженность критической полосы (гладкость в примере с двумя тонами). Это справедливо и для ряда других явлений. Этот эффект играет важную роль в восприятии качества звучания (разд. 4.8) и лежит в основе теории консонанса и диссонанса музыкальных интервалов (разд. 5.2).

2.5. Другие эффекты первого порядка. Комбинационные тона и слуховые гармоника

До сих пор мы рассматривали эффекты наложения двух чистых тонов, частоты которых не слишком различаются между собой (рис. 14). Каковы будут наши ощущения, когда частота варьируемого тона f_2 будет повышаться за пределами критической полосы, а частота f_1 оставаться постоянной? Возникающие при этом эффекты можно разделить на две категории в зависимости от того, возникают они в ухе или в нервной системе. В этом разделе мы сосредоточимся на явлении, относящемся к первой категории, — на восприятии *комбинационных тонов*. Эти тона создают дополнительные слуховые ощущения при одновременном звучании двух чистых тонов с частотами f_1 и f_2 ²⁸; они наиболее заметны, когда последние имеют

²⁸Тон более низкой частоты иногда называют *корнем* данного музыкального интервала.

высокую интенсивность, и соответствуют частотам, отличным от f_1 и f_2 , как было установлено в экспериментах по согласованию и взаимному гашению тонов [52]. Они не присутствуют в исходных звуковых стимулах — они появляются в результате так называемого нелинейного искажения акустического сигнала в ухе.

Повторим эксперимент с наложением двух чистых тонов, соответствующий рис. 14, но теперь значительно увеличим громкость и будем медленно повышать и понижать частоту f_2 от унисона f_1 до удвоенной частоты (октавы) $2f_1$ и обратно. При этом будем внимательно следить за возникающими слуховыми ощущениями. Конечно, мы будем слышать тон постоянной высоты, соответствующей частоте f_1 , и тон варьируемой частоты f_2 . Но кроме этого мы будем ясно различать один или несколько тонов более низкой частоты, повышающейся и понижающейся в соответствии с тем, как мы меняем частоту f_2 . В частности, когда частота f_2 повышается относительно частоты f_1 , мы слышим тон, повышающийся от очень низкого. Когда частота f_2 понижается от октавного $f_2 = 2f_1$, мы также слышим повышение тона от очень низкого. Слушая еще внимательнее, можно различить несколько низких тонов, звучащих одновременно. Эти тона, отсутствовавшие в исходном звуке, называются комбинационными тонами.

Вероятно, легче всего различается комбинационный тон, частота которого равна разности частот компонент, имеющих высокую интенсивность:

$$f_{C1} = f_2 - f_1. \quad (4)$$

Он называется также *разностным тоном*. Заметим, что при значениях f_2 , очень близких к f_1 , частота f_{C1} есть не что иное, как частота биений (3). Чтобы был слышен дополнительный тон, частота f_{C1} должна составлять по крайней мере 20–30 Гц. При повышении частоты f_2 частота f_{C1} также возрастает. Когда частота f_2 на октаву выше f_1 , разностная частота $2f_1 - f_1 = f_1$ совпадает с частотой нижней компоненты f_1 . Если частота f_2 находится посередине между f_1 и $2f_1$, т.е. $f_2 = 3f_1/2$ (такой музыкальный интервал называется *квинтой*), разностный тон имеет частоту $f_{C1} = 3f_1/2 - f_1 = f_1/2$, высота этого тона на октаву ниже тона с частотой f_1 .

Два других комбинационных тона [120], наиболее легко различимых даже при низкой интенсивности исходных тонов, соответствуют частотам

$$f_{C2} = 2f_1 - f_2, \quad (5)$$

$$f_{C3} = 3f_1 - 2f_2. \quad (6)$$

Оба тона f_{C2} и f_{C3} понижаются при повышении частоты f_2 от унисона до квинты, и их легче всего слышать, когда частота f_2 лежит между $1,1f_1$

и $1,3f_1$. При высокой интенсивности исходных тонов они также легко различимы в виде низкочастотных звуков, соответственно, вблизи октавы и квинты. Заметим, что тона f_{C2} и f_{C1} имеют одинаковую частоту $f_1/2$, когда частота $f_2 = 3f_1/2$ отстоит на квинту от частоты f_1 . На рис. 16 представлены тона первого порядка, возникающие при наложении двух чистых тонов частоты f_1 и f_2 . Заметим, что рис. 14 есть не что иное, как снятая крупным планом картина того, что происходит, когда частота f_2 близка к f_1 (это заштрихованная область на рис. 16). Более жирными линиями показаны области наиболее легко различимых комбинационных тонов (их протяженность зависит от интенсивности).

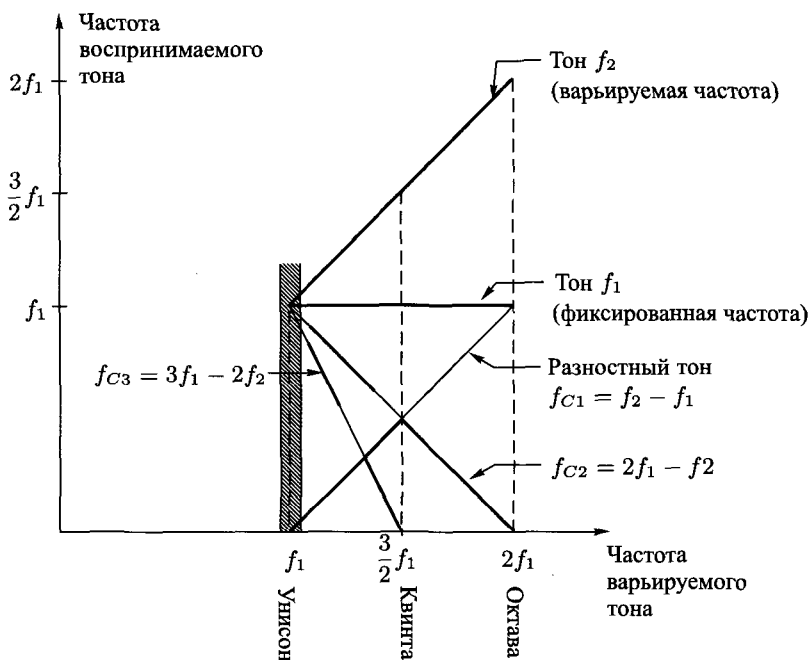


Рис. 16. Частоты комбинационных тонов f_{C1} , f_{C2} , f_{C3} , возникающих при наложении двух тонов (f_1 , f_2). Сплошными линиями показаны области наиболее легко различимых комбинационных тонов

Как возникает ощущение этих дополнительных тонов? Уже отмечалось, что в исходных колебаниях барабанной перепонки, создаваемых звуком, они *не* присутствуют. Тщательные эксперименты, проведенные на животных, показали, что частоты комбинационных тонов отсутствуют даже

у входа в улитку (на мембране овального окна, рис. 8). В то же время из результатов непосредственных измерений нервных импульсов [52] приходится сделать вывод, что на базилярной мембране действительно *существуют* активированные области в местах, соответствующих частотам комбинационных тонов. Считается, что они возникают вследствие «нелинейного» искажения формы волны первичного стимула в улитке. В самом деле, можно математически показать, что при подаче двух гармонических (синусоидальных) колебаний различной частоты f_1 и f_2 на преобразователь с нелинейным откликом выходной сигнал будет в дополнение к исходным частотам f_1 и f_2 содержать все линейные колебания вида $f_2 - f_1$, $2f_1 - f_2$, $3f_1 - 2f_2$, $f_2 + f_1$, $2f_1 + f_2$ и т. д. Однако более поздние эксперименты [154] показали, что разностный тон (4) и два других комбинационных тона (5) и (6) должны создаваться взаимно независимыми процессами в улитке. Порог интенсивности для генерации первого из них, (5), значительно выше, чем для второго, и практически не зависит от отношения частот f_2/f_1 . В то же время порог второго, (6), растет, когда отношение f_2/f_1 приближается к единице²⁹.

Интересно отметить, что из-за нелинейного искажения даже *единственный* очень громкий тон частоты f_1 будет создавать ощущение присутствия дополнительных тонов. Эти тона, называемые *слуховыми гармониками*, соответствуют частотам, кратным исходной частоте, $2f_1$, $3f_1$, $4f_1$ и т. д.

Все эксперименты, имеющие отношение к этому разделу, лучше всего проводить с электронными генераторами звука, однако можно использовать комбинационные тона и слуховые гармоника, создаваемые некоторыми музыкальными инструментами, способными издавать непрерывные звуки высокой интенсивности. Вероятно, наиболее подходящим «инструментом» для этой цели может служить собачий свисток, позволяющий извлекать различные звуки очень высокой частоты. Простой эксперимент с комбинационными тонами можно провести в домашних условиях, если одновременно дуть в два таких свистка таким образом, чтобы один давал звук постоянной частоты, а другой — частоту, изменяемую от унисона и обратно. Комбинационные тона не играют заметной роли в музыке, поскольку для их появления исходные тона должны иметь сравнительно высокую интенсивность. Однако они возникают повсюду, где звучит рок-музыка с ее обычной экстремальной (и физиологически опасной) громкостью, особенно если слушать ее через наушники!

²⁹Причина такого разного поведения не вполне понятна. Не известно также, почему не ощущаются комбинации частот $f_2 + f_1$, $2f_1 + f_2$ и т. д.

«Фальшивые» комбинации тонов легко возникают в электронных органах и низкокачественных проигрывателях и громкоговорителях. В этих случаях такие паразитные частоты возникают из-за нелинейных искажений в электронной схеме и механической системе громкоговорителя. В частности, разностный тон легко создать с помощью электронного органа. Для этого достаточно включить на полную громкость 8-футовый флейтовый регистр и исполнять в прямой и обратной последовательности ноты на верхнем нотном стане (рис. 17); при этом будут слышны низкие тона, изображенные на нижнем нотном стане.

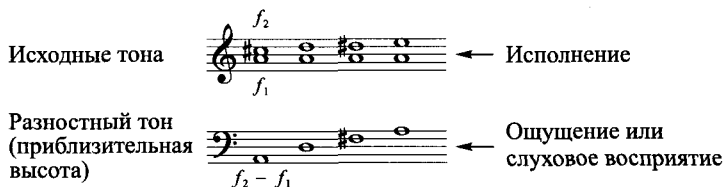


Рис. 17. Разностные тона (нижний нотный стан), слышимые при исполнении (громком!) суперпозиций двух тонов, показанных на верхнем нотном стане

Некоторые разностные тона, порождаемые таким образом, оказываются дисонансными из-за равномерно-темперированной настройки инструмента (разд. 5.3). Следует подчеркнуть, что в этом эксперименте будет слышен *фальшивый* комбинационный тон в том смысле, что ощущение низкого тона возникает не в ухе, а в громкоговорителе. Из этого примера легко видеть, почему электронные схемы и громкоговорители проигрывателей и электронных органов должны иметь как можно более линейный отклик.

2.6. Эффекты второго порядка. Биения расстроенных консонансов

Теперь повторим эксперимент из предыдущего раздела с двумя чистыми тонами, генерируемыми электрическим способом, но теперь без учета возможного появления комбинационных тонов. Будем подавать оба тона *низкой* интенсивности на одно и то же ухо, при этом частоту f_1 будем поддерживать постоянной, а частоту f_2 , как и раньше, изменять по своему усмотрению. Амплитуды обоих чистых тонов во время эксперимента остаются неизменными. Если варьируемая частота f_2 медленно повышается, мы наблюдаем нечто необычное, когда оказываемся вблизи октавного интервала $f_2 = 2f_1$, а именно четкое ощущение биений, совершенно отличных от биений вблизи унисона, но вполне заметных. Когда частота f_2 точно равна $2f_1$, это ощущение биений исчезает. Оно появляется вновь при расстройке октавного интервала, т. е. когда $f_2 = 2f_1 + \varepsilon$, где греческой

буквой ϵ обозначена небольшая частота в несколько герц. Частота биений оказывается равной ϵ . Здесь трудно указать, что совершает биения. Большинство рассматривает это как биения «качества» тона. Мы назовем это биениями *второго рода*, некоторые предпочитают термин «субъективные биения». Они являются следствием нейронной обработки.

Почувствительно проследить за картиной колебаний на экране осциллографа, когда мы слышим биения второго порядка. На этой картине видно изменение точного синхронизма при появлении биений. Очевидно, что наша слуховая система способна каким-то образом улавливать такие изменения *формы* картины колебаний. На рис. 18 показано несколько картин колебаний, соответствующих суперпозиции основного тона частоты f_1 и тона на октаву выше $f_2 = 2f_1$ (меньшей амплитуды) для четырех различных значений разности фаз. Пока октавный интервал выдерживается точно, разность фаз остается постоянной, и изображение на экране осциллографа не претерпевает изменений, при этом любая из четырех суперпозиций звучит так же, как остальные, — наше ухо не отличает одного случая от другого. При небольшой расстройке $f_2 = 2f_1 + \epsilon$ разность фаз непрерывно меняется со временем, и результирующая картина колебаний будет постепенно меняться от одной из форм на рис. 18 к следующей. Можно математически показать, что этот цикл изменения картины колебаний повторяется с частотой ϵ , на которую частота верхнего тона отличается от удвоенной частоты нижнего тона. Это, очевидно, означает, что ухо чувствительно к медленно меняющейся разности фаз двух тонов³⁰. Это эквивалентно следующему утверждению: *слуховая система способна обнаруживать циклические изменения формы картины колебаний*. Обратим внимание на то, что на рис. 18 нет заметного «среднего» изменения амплитуды от одной картины к другой в отличие от случая биений первого порядка, которые представляют циклические изменения амплитуды колебаний (рис. 13). На рис. 19 показаны две реальные осциллограммы, которые сопоставляют биения первого порядка вблизи унисона и биения второго порядка расстроенной октавы. Отметим модуляцию амплитуды в первом случае и модуляцию картины колебаний во втором. Важно учесть, что ощущение биений второго порядка появляется только в низкочастотной области исходного стимула из двух тонов. Когда частота f_1 (и f_2) превышает 1 500 Гц, биения второго рода не ощущаются [121].

Существует оптимальное соотношение между интенсивностями компонент, при котором наиболее выражены биения второго порядка. Это со-

³⁰ *Внезапные* изменения фазы (т. е. чередование расстроенных октавных интервалов с точными) также могут восприниматься. Способность к обнаружению достигает максимума при разности фаз 180° относительно исходного октавного интервала [130].

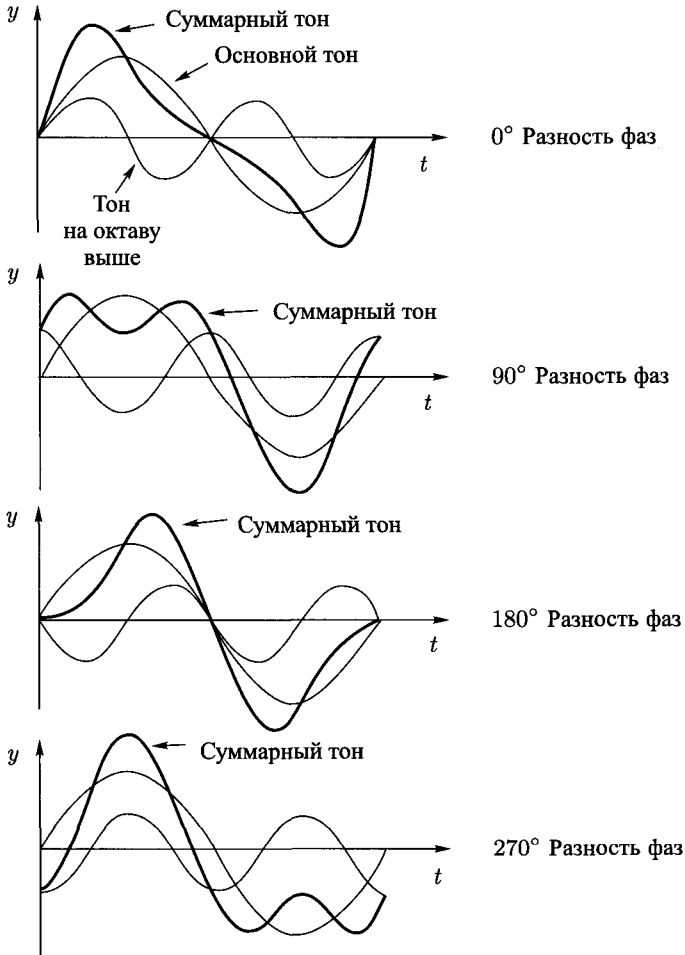


Рис. 18. Суперпозиция двух чистых тонов, различающихся на октаву, для четырех различных значений разности фаз

отношение всегда предполагает, что более высокий тон имеет меньшую интенсивность [124]. Наконец, важно отметить, что биения второго порядка воспринимаются и тогда, когда компоненты подаются отдельно на два разных уха. В этом случае возникает странное ощущение пространственного «вращения» звуковой картины «внутри» головы (разд. 2.9).

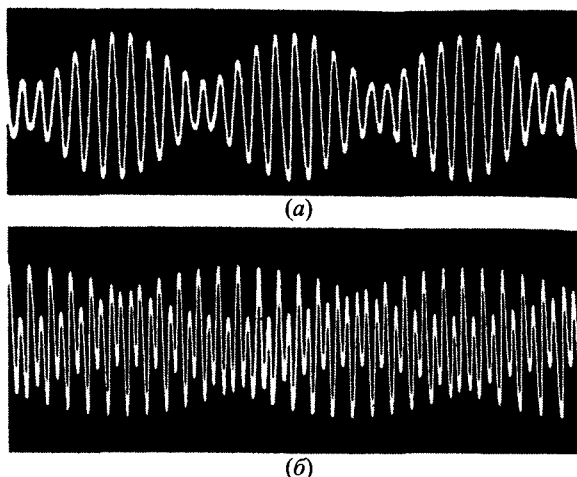


Рис. 19. Сравнение биений первого и второго порядка. (а) Биения первого порядка (расстроенный унисон): модуляция амплитуды без изменения формы картины колебаний. (б) Биения второго порядка (расстроенная октава): модуляция картины колебаний с небольшим изменением средней амплитуды

Биения второго порядка при расстройке консонансов *чистых* тонов не играют заметной роли в музыке (главным образом потому, что там не используются чистые тона). Однако они важны для понимания механизма обработки музыкальных звуков (разд. 2.8).

2.7. Отслеживание основной частоты

Теперь обратимся к другому ряду психоакустических экспериментов, сыгравших важную роль в построении теории слухового восприятия. Рассмотрим два чистых тона с частотами f_1 и $f_2 = 3f_1/2$, расстояние между которыми составляет чистую квинту. На рис. 20 показано результирующее (суммарное) колебание для одного значения разности фаз. Заметим, что форма колебаний в точности повторяется через отрезок времени τ_0 , вдвое больший периода низшего тона τ_1 . Это означает, что *частота повторения* $f_0 = 1/\tau_0$ картины колебаний для интервала, равного квинте, вдвое меньше частоты более низкого тона:

$$f_0 = \frac{1}{2}f_1. \quad (2.7a)$$

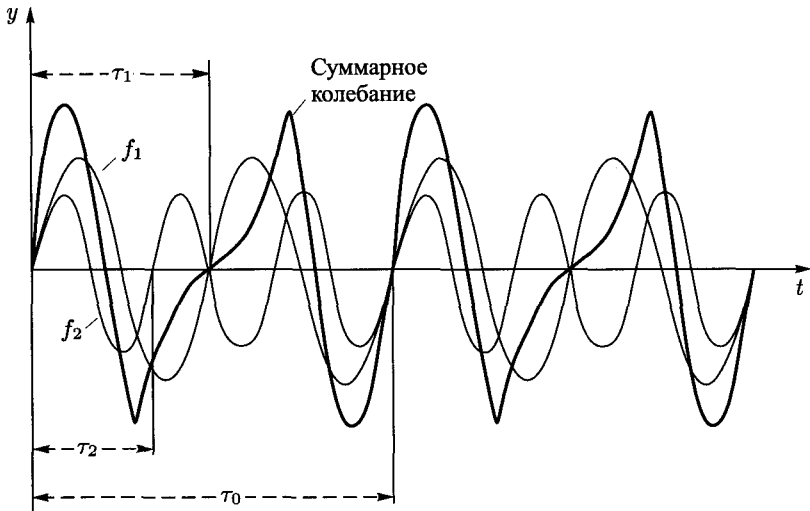


Рис. 20. Суперпозиция двух чистых тонов, расстояние между которыми составляет музыкальную квинту (при заданной разности фаз). τ_0 — период повторения для результирующего звука

Назовем эту частоту повторения *основной частотой* картины колебаний. В данном случае она лежит на октаву ниже частоты f_1 . Если взять два тона, образующих кварту ($f_2 = 4f_1/3$), можно построить результирующую картину колебаний подобно тому, как это было сделано для квинты. Теперь результирующая частота повторений равна

$$f_0 = \frac{1}{3}f_1, \quad (2.7b)$$

что на дуодециму ниже низшего тона. Для большой терции ($f_2 = 5f_1/4$) частота повторения лежит на две октавы ниже f_1 :

$$f_0 = \frac{1}{4}f_1. \quad (2.7c)$$

Наша слуховая система оказывается чувствительной к этим частотам повторения. Действительно, были проведены тщательные эксперименты, в которых испытуемым предъявлялись короткие последовательности стимулов, состоящие из одновременно звучащих чистых тонов, разделенных интервалом в квинту, кварту, терцию и т. д. [68]. Предлагалось опре-

делить *один* основной тон такой «мелодии». Большинство испытуемых выделяло тон, определяемый, соответственно, соотношениями (2.7a), (2.7b) или (2.7c)!³¹ Важно подчеркнуть, что этот эксперимент по определению тона требует, чтобы комплексы из двух тонов были представлены в виде *временной последовательности* или мелодии. (Сталкиваясь с непрерывно звучащей парой чистых тонов, наша слуховая система оказывается не в состоянии «отыскать» ощущение одиночного тона, она очень быстро переключает внимание на различение частот обеих чистых компонент, как объяснялось в разд. 2.4.)

Заметим, что частоты повторения (2.7a)–(2.7c) комплексов из двух тонов совпадают с частотами соответствующих разностных тонов (см. четвертый, второй и первый примеры на рис. 17). Однако эксперименты показали, что определение частоты повторения проходит успешно даже при низкой интенсивности двух тонов f_1 и f_2 , значительно меньшей порога образования комбинационных тонов. Таким образом, исключается разностный тон (4) [122]. Реально определение частоты повторения практиковалось в музыке в течение многих веков (и неверно приписывалось эффекту комбинационных тонов). Например, начиная с конца XVI века, многие органы снабжаются регистром (под названием « $5\frac{1}{3}$ -футовая квинта»), состоящим из труб, звучащих на квинту выше исполняемой ноты, написанной на бумаге. Цель состоит в активации басового звука на октаву ниже (см. (2.7a)) написанной ноты (т. е. в усилении звука 16-футовой трубы органа). Еще раньше применялась $10\frac{2}{3}$ -футовая квинта на педалях, «дешевый» регистр, который в сочетании с 16-футовыми регистрами имитирует 32-футовый басовый регистр (на две октавы ниже написанной ноты, что потребовало бы использования очень длинных и дорогих труб).

Тон частоты f_0 , определяемый формулами (2.7a)–(2.7c), отсутствует в качестве одной из исходных компонент. Этот тон называют *отсутствующей основной частотой* (по причинам, которые станут понятны позже), соответствующее ощущение звука называют *тоном периодичности, субъективным тоном, остаточным тоном* или *виртуальным тоном*. Это ощущение следует отличать от первичного, создаваемого каждым из двух исходных чистых, одночастотных тонов. Эксперименты показали, что при обычных уровнях громкости частота f_0 не присутствует в колебаниях кохлеарной жидкости (при наличии, тем не менее, комбинационных тонов). В самом деле, область базилярной мембраны, соответствующая

³¹Обратите внимание на то, что такой эксперимент необходимо проводить с парами синусоидальных сигналов, генерируемых электронной аппаратурой, — ни фортепиано, ни какой другой музыкальный инструмент для этого не годятся.

щая частоте f_0 (рис. 10), может быть насыщена (замаскирована) полосой шума (звука с бесконечным числом частотных компонент, лежащих внутри данной области), так что любое дополнительное возбуждение этой области пройдет незамеченным, — и тем не менее «отсутствующая» основная частота будет слышна [152]. Или можно ввести дополнительный тон, слегка отличный от тона частоты f_0 . При этом биения первого порядка должны появляться, если отсутствующий основной тон f_0 реально существует в улитке; тем не менее биения не ощущаются. Более поразительным представляется эффект, когда *отсутствующая основная частота ощущается, даже если две компоненты подаются на разные уши* [68]. Все это показывает, что отсутствующая основная частота (тон периодичности) должна быть результатом нейронной обработки на более высоком уровне.

Субъективное восприятие тона, т. е. способность нашей слуховой системы улавливать частоту повторения исходной картины колебаний возможна лишь в области сравнительно низких частот (однако очень важных в музыкальном отношении), ниже 1 500 Гц. Чем сложнее картина колебаний, т. е. чем меньше интервал между компонентами, тем труднее нашей слуховой системе уловить отсутствующую основную частоту и тем более неоднозначным становится восприятие субъективного тона.

Вернемся теперь к соотношениям (2.7a)–(2.7c) и выясним, какие пары чистых тонов приводят к *одинаковой* частоте повторения, или одинаковой основной частоте f_0 . Мы получим картину, показанную на рис. 21.

$$\begin{array}{cc}
 \underbrace{2f_0 \text{ и } 3f_0}_{\text{квинта}} & \underbrace{3f_0 \text{ и } 4f_0}_{\text{кварта}} \\
 \underbrace{4f_0 \text{ и } 5f_0}_{\text{большая терция}} & \underbrace{3f_0 \text{ и } 4f_0}_{\text{малая терция}} \quad \text{и т. д.}
 \end{array}$$

Другими словами, если частота f_0 соответствует ноте, показанной на нижнем нотном стане на рис. 21, музыкальные интервалы, показанные

Стимул, состоящий
из двух тонов



Нота, соответствующая
тону периодичности

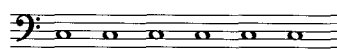


Рис. 21. Стимулы из двух тонов (верхний нотный стан), которые приводят к одному и тому же тону периодичности (нижний нотный стан). Нота «си-бемоль» в скобках должна быть понижена по отношению к любой существующей гамме (разд. 5.3), чтобы получить в качестве тона периодичности «до» малой октавы

на верхнем стане, дают одну и ту же ноту в качестве субъективного тона. Важно иметь в виду, что ноты на рис. 21 представляют *чистые* тона одной определенной частоты, а не тона, порождаемые реальными музыкальными инструментами.

Отдельные компоненты с частотами $2f_0, 3f_0, 4f_0, 5f_0, \dots$ называются *высшими гармониками* основной частоты f_0 . Частоты высших гармоник кратны основной частоте. Любые два последовательных тона из ряда высших гармоник образуют пару с *той же* частотой повторения, или основной частотой f_0 . Таким образом, все высшие гармоники, если они будут звучать одновременно, дадут ощущение одного и того же субъективного тона, соответствующего частоте f_0 , — *даже если эта последняя полностью отсутствует в многочастотном стимуле!* Вот почему в приведенных примерах частота f_0 была названа отсутствующей основной частотой и почему восприятие этой частоты называется *отслеживанием основной частоты*. Отметим еще раз замечательное свойство этого ряда чистых тонов с частотами $2f_0, 3f_0, 4f_0, \dots, nf_0, \dots$: из всего бесконечного разнообразия суперпозиций чистых тонов, какие только можно себе представить, эта и только эта дает одну и ту же частоту повторения для любой пары соседних частот. И наоборот, именно по этой причине *любой* периодический тон со сложной, но повторяющейся картиной колебаний (с частотой повторения f_0) представляет суперпозицию чистых тонов с частотами nf_0 (n — целое число) (см. разд. 4.2).

Описанные психоакустические эксперименты с комплексами из двух тонов были расширены с привлечением мелодий и комплексов, состоящих из *многих тонов*, начиная с n -й гармоники (т.е. суперпозиций чистых тонов с частотами $nf_0, (n+1)f_0, (n+2)f_0$ и т.д.). Хотя тон основной частоты, как и раньше, отсутствует, субъективный тон, приписываемый этому комплексу, всегда соответствует частоте f_0 . Фактически чем больше берется гармоник, тем яснее слышен тон периодичности (если только начальная гармоника не слишком высока, т.е. число n не очень велико). Для определения тона периодичности лучше всего подходят пары соседних гармоник вблизи $n = 4$ [136]. Поскольку реальные музыкальные тона оказываются суперпозициями гармоник (разд. 4), *именно отслеживание основной частоты является тем слуховым механизмом, который позволяет нам приписывать одну высоту сложному тону музыкального инструмента*³².

³²Вероятно, наиболее убедительным примером отслеживания основной частоты сложных тонов может служить тот факт, что мы можем правильно воспринимать высоту басовых звуков, издаваемых дешевым транзисторными приемником, *несмотря* на то, что все частоты ниже 100–150 Гц отсекаются из-за несовершенства электронной схемы и громкоговорителя!

Важно понять истинную роль отслеживания основной частоты в теории слуха. Здесь может помочь краткий анализ исторических экспериментов с согласованием тонов, проведенных Смуренбургом [153]³³. Рассмотрим короткий стимул, состоящий из двух тонов с частотами компонент f_a и f_b , различающимися на фиксированную величину $\Delta f = f_a - f_b$. Когда он предъявляется в некотором определенном контексте, примерно половина испытуемых воспринимает ясно идентифицируемый субъективный «остаточный тон» (остальные слышали только один или оба тона исходного стимула, т. е. они слушали не синтетически, а аналитически). Эксперименты показывают, что если частоты f_a и f_b соответствуют двум соседним гармоникам сложного тона порядка n и $n + 1$, субъективный тон, когда он воспринимается, соответствует отсутствующей основной частоте f_1 ($= f_a/n = \Delta f$). Например, если $f_a = 800$ Гц и $f_b = 1\,000$ Гц ($n = 4$, $\Delta f = 200$ Гц), то остаточный тон будет слышен как звук с частотой 200 Гц. На рис. 22, а показана картина колебаний для стимула из двух тонов, напоминающая биения первого порядка (разд. 2.4). Однако в данном случае амплитудная модуляция (изменение «огигающей» кривой) происходит очень быстро (200 раз в с) и не воспринимается как биения. Вместо этого воспринимается (примерно половиной испытуемых) тон, соответствующий частоте повторения картины колебаний, которая составляет точно 200 Гц. На рис. 22 показан соответствующий период повторения (обратная величина отсутствующей основной частоты) $1/\Delta f = 1/(f_b - f_a)$. Отмечен также другой, гораздо более короткий, период тонкой временной структуры картины колебаний, соответствующий так называемой центральной частоте стимула из двух тонов $f_c = (f_a + f_b)/2$ ($= 900$ Hz). Если взять другую пару соседних гармоник, например, $f_a = 2\,000$ Гц, $f_b = 2\,200$ Гц ($n = 10$), то будет ощущаться *тот же* субъективный тон (только трудность его обнаружения будет возрастать с ростом n [67]), картина колебаний будет иметь такую же огигающую, как и на рис. 22, а, но так как центральная частота теперь выше (2 100 Гц), кривая будет содержать большее число колебаний (равное 10, номеру гармоники с частотой f_a) внутри одного периода повторения.

Представляется, что наша слуховая система извлекает информацию из периодического изменения картины колебаний, как она это делает при восприятии (медленных) биений расстроенных консонансов (рис. 19). Однако возникает интересное усложнение, когда пара частот f_a , f_b не соответствует двум соседним гармоникам некоторой основной частоты. Рассмотрим стимул из двух тонов с частотами $f_a = 900$ Гц, $f_b = 1\,100$ Гц. Не су-

³³К сожалению, эти интересные эксперименты нелегко воспроизвести даже в хорошо оборудованной учебной физической лаборатории!

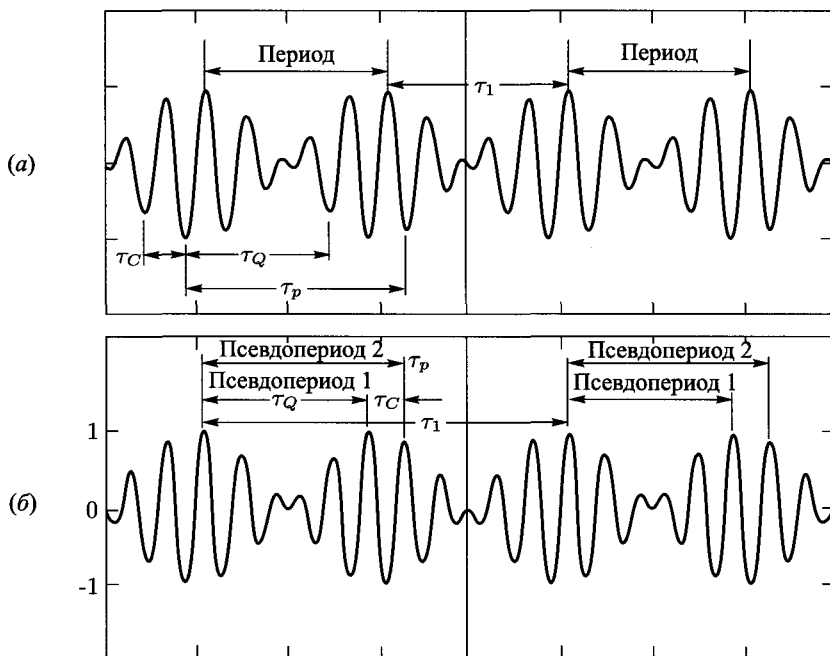


Рис. 22. Картина колебаний для двух одновременно звучащих чистых тонов. (а) Тона являются соседними гармониками ($n = 4$). (б) Тона с той же разностью частот, что и в случае а, но не являющиеся соседними гармониками: τ_1 — точный период повторения картины колебаний; τ_C — период, соответствующий центральной частоте; τ_p , τ_q — псевдопериоды (см. объяснение в тексте)

существует музыкального тона, для которого эти два тона могли бы быть *соседними* гармониками, вместо этого они являются 9-й и 11-й гармониками тона с основной частотой $f_1 = 100$ Гц³⁴. Будет ли восприниматься такой тон? Нет! Восприятие оказывается неоднозначным: в зависимости от контекста, в котором предьявляется стимул, могут появиться *два возможных тона*, соответствующие частотам 178 или 228 Гц! Такая картина колебаний показана на рис. 22, б. Прежде всего отметим, что огибающая на этой картине имеет тот же период модуляции, что и на рис. 22, а, соответствующий частоте 200 Гц. Далее, рассмотрим внимательнее картину пиков

³⁴Далее мы будем обозначать основную частоту через f_1 (а не f_0 , как в формулах (2.7а)–(2.7с) и на рис. 20), так что весь ряд гармоник сложного тона можно записать в виде $f_1, f_2 = 2f_1, f_3 = 3f_1, \dots \{f_n = nf_1, n \geq 1\}$. В литературе основную частоту и частоту повторения часто обозначают через F_0 .

и впадин и заметим, что *точная* тонкая структура повторяется с *удвоенным* периодом (соответствующим частоте 100 Гц). Таким образом, точная частота повторения равна 100 Гц, однако ни эта частота, ни частота модуляции 200 Гц не воспринимаются. Оказалось, что два возможных слышимых тона точно соответствуют двум «псевдопериодам» τ_p и τ_q , отмеченным на рис. 22, б! Более того, эксперименты Смуленбурга показывают, что даже в первом примере (когда стимул состоит из двух соседних гармоник) могут быть слышны дополнительные неоднозначные тона, соответствующие псевдопериодам, определяемым временными интервалами между центральным пиком и вторичными пиками в последующем периоде модуляции (рис. 22, а).

Все это показывает, что процесс выделения высоты тона гораздо сложнее, нежели обнаружение частоты повторения или частоты амплитудной модуляции: либо механизм слуха способен блокировать слишком подробные временные особенности картины колебаний, либо имеет место совершенно иной процесс распознавания сигнала, при котором *пространственная* картина возбуждения, создаваемая стимулом из двух тонов на базилярной мембране, подробно анализируется процессором высоты тона и подгоняется, по возможности точно, к «знакомым» конфигурациям (например, к положениям резонансных областей соседних гармоник). Всякий раз, когда такая подгонка достигается, создается ощущение звука, а поскольку могут оказаться возможными несколько вариантов подгонки, возникает неоднозначность. Можно математически доказать, что этот процесс приводит во многих (но не всех) отношениях к тем же количественным результатам, что и вышеупомянутый механизм временного анализа сигналов. Мы вернемся к этому вопросу в разд. 4.8 и приложении В.

Наконец, различия между индивидуумами в способности воспринимать субъективные остаточные тона стимула из двух тонов побудили некоторых психоакустиков выступить с возражениями относительно интерпретации экспериментов Смуленбурга. Однако совпадение количественных результатов (проверенных несколькими независимыми группами исследователей) у тех испытуемых, которые *слышат* остаточный тон, столь значительно, что упомянутые различия могут указывать на разную *стратегию* слушания без особых последствий для выводов, сделанных из этих экспериментов относительно механизма извлечения тона как такового. Отличный исторический обзор наиболее важных экспериментов по восприятию высоты звука был сделан Пломпом [124]. Подробное обсуждение современного состояния этого вопроса и список соответствующей литературы можно найти в обзоре [117].

2.8. Кодирование звуковой информации в периферической нервной системе

Открытие эффектов второго порядка в обработке слуховой информации — восприятия биений расстроенных консонансов и отслеживания основной частоты — оказало большое влияние на теорию слуха. С одной стороны, восприятие биений расстроенных консонансов (разд. 2.6) показывает, что слуховая система каким-то образом получает и использует информацию о подробной временной структуре картины звуковых колебаний. С другой стороны, отслеживание основной частоты (разд. 2.7) может в принципе предполагать две альтернативы: 1) механизм подробного анализа временной картины колебаний, направленный на выделение повторяющихся особенностей, частота которого приводит к ощущению тона (рис. 22), либо 2) механизм анализа информации относительно деталей картины пространственного возбуждения на базилярной мембране, ориентированный на получение ощущения одного тона, если эта картина согласуется, хотя бы частично, с характерным возбуждением, создаваемым музыкальным тоном. Следует ожидать, что второй механизм будет лучше работать в области более низких гармоник (меньших значений n), где наиболее заметны соответствующие пространственные максимумы возбуждения. Любой из этих вариантов предполагает, что детальная акустическая информация, кодируемая на периферии, должна анализироваться на более высоком уровне центральной нервной системы. Более того, оба варианта могут действовать одновременно взаимодополняющим образом (см. разд. 2.9 и 4.8 и приложение В).

Для того, чтобы понять предлагаемые механизмы, мы должны сначала описать в общих чертах работу нервной системы. Когда многоклеточные организмы начали передвигаться, возникла необходимость в быстрой и более сложной обработке информации и ее запоминании. *Нервная система* эволюционировала вместе с сенсорными и моторными механизмами для установления связи организма с окружающим миром в реальном времени. На ранних стадиях эволюции нервная система служила просто устройством для быстрой передачи информации, при которой физические или химические сигналы, порождаемые окружающей средой и преобразованные сенсорным приемником в электрические импульсы, переносятся в отдаленные части организма, вызывая сокращение мышечного волокна. Позже возникли нервные сети, которые могли анализировать и распознавать входные сигналы разного типа и в зависимости от ситуации отдавать нужные приказы различным частям тела. Наконец, появились системы памяти, которые могли накапливать информацию, приобретаемую организмом в течение его жизни, чтобы в дальнейшем, используя прошлый опыт, успешно справляться с проблемами, создаваемыми внешней средой.

Основным строительным блоком нервной системы и единичным элементом обработки информации является *нейрон* — клетка с электрохимически активной мембраной, способная генерировать короткие электрические импульсы, служащие переносчиками информации. Обычно вводится понятие «формального», или «идеального», нейрона — *модели* клетки, обладающей некоторыми основными атрибутами большинства (но никоим образом не всех) типов нейронов — от медузы до коры головного мозга человека. Эти основные атрибуты следующие (рис. 23): 1) *дендритное дерево*, собирающее сигналы, поступающие от нейронов, находящихся «выше по течению», через так называемые *синаптические соединения*; 2) тело клетки, или *сoma*, которое содержит ядро клетки и управляет метаболическими функциями нейрона, а также может непосредственно получать сигналы от пресинаптических нейронов; 3) *аксон*, который переносит электрические импульсы стандартной величины от сомы к постсинаптическим нейронам. Таким образом, нейрон представляет собой основной элемент для обработки, интеграции и дискриминации информации в нервной системе.

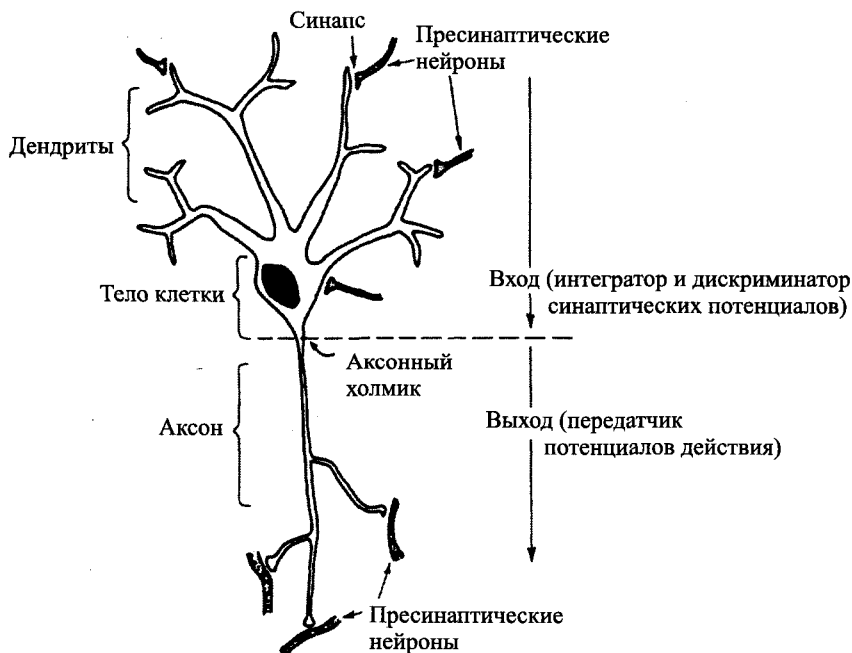


Рис. 23. Схематическое изображение модели нейрона

Электрический потенциал невозмущенного нейрона по отношению к окружающей среде постоянен и всегда отрицателен (приблизительно -70 милливольт (мВ) — это довольно большая величина, если учесть, что мембрана нейрона имеет толщину всего 70 нанометров (7×10^{-8} м!)). Первый импульс, поступающий с пресинаптической клетки, вызывает освобождение *нейротрансмиттера* в синаптической щели, при этом локальное изменение проницаемости мембраны для электрически заряженных атомов (ионов натрия, калия и кальция) вызывает локальное изменение электрического потенциала постсинаптического нейрона, создавая импульс, распространяющийся в сторону сомы. Некоторые синапсы, в которых нейротрансмиттером служит дофамин, глицин или гаммааминобутировая кислота, создают положительные импульсы, называемые *возбуждающими постсинаптическими потенциалами* (ВПСП); другие синапсы (с нейротрансмиттерами типа норпинефрина) создают отрицательные импульсы, или *тормозные постсинаптические потенциалы* (ТПСП). Возбуждающие потенциалы варьируют от $+8$ до $+10$ мВ, тормозные — от -5 до -8 мВ; они достигают максимума за несколько миллисекунд и затухают приблизительно за 10 мс. Характерное время задержки между приходом импульса на синапс, освобождением нейротрансмиттера в синаптическую щель и возникновением отклика в постсинаптической клетке обычно меньше миллисекунды.

Все это может быть измерено с помощью микроэлектродов, имплантированных в клетку, и эта процедура отнюдь не обязательно должна влиять на работу нейрона! Относительная амплитуда сигнала, генерируемого в постсинаптическом дендрите, зависит от конкретной структуры и размера синаптического контакта и от числа нейротрансмиттерных рецепторов на мембране постсинаптической клетки. Фактически амплитуда и длительность постсинаптического потенциала являются мерой *способности* (или эффективности) синапса, генерирующего импульс, которая, как мы увидим далее (разд. 4.9), в некоторых нервных сетях может меняться в процессе обучения.

Входные импульсы по пути к телу клетки суммируются более или менее линейно. Существует, однако, некоторый предел для такого линейного поведения возбуждаемых мембран: если потенциал клетки (всегда отрицательный) деполяризуется (становится менее отрицательным) и становится выше некоторого порогового значения (что опять-таки можно сделать искусственно, с помощью микроэлектрода), возникает фундаментальная неустойчивость и включается положительный импульс деполяризации. Порог имеет наименьшую величину в аксонном холмике (рис. 23) и находится точно там, где генерируются положительные потенциалы действия

(ПД). Включенный импульс не зависит от характера включающего фактора и возбуждает аксон *стандартизированным* дискретным образом. Потенциалы действия представляют собой электрические импульсы длительностью в несколько миллисекунд с амплитудой, значительно превышающей постсинаптические потенциалы (поэтому их легче зарегистрировать с помощью микроэлектрода). Скорость распространения этих импульсов варьирует от 0,3 м/с в аксонах серого вещества корковой ткани до 130 м/с в миелинизированных волокнах белого вещества и эфферентных (выходящих) нервах³⁵. Новейшие исследования показывают, что процесс генерации потенциалов действия может также запускать импульсы, распространяющиеся обратно к дендритному дереву, этот процесс обратной связи может быть связан с процессом обучения (разд. 4.9). При имплантации микроэлектрода в живую нервную ткань, усилении зарегистрированных импульсов (которые в основном поступают от гораздо более сильных потенциалов действия, а не от ВПСП или ТПСП) и преобразовании их в звуковые сигналы можно слышать характерный треск и щелчки в громкоговорителе, обнаруживающие работу отдельного нервного волокна (аксона) «во время допроса». Для получения количественных практических результатов всплески электрического тока регистрируются цифровым или графическим методом как функция времени; их частота и распределение представляют физическое выражение нейронной информации на уровне отдельного нейрона.

Таким образом, потенциал действия представляет основное сообщение на выходе одиночного нейрона. Аксоны соединяют нейрон с дендритами или телами клеток других нейронов (т. е. осуществляют синаптические контакты). В мозгу человека один аксон может находиться в синаптическом контакте с тысячами других нейронов. И наоборот, один данный нейрон может соединяться с входными аксонами сотен или тысяч других клеток. Одиночный нейрон может также отдавать приказания, приводящие к возбуждению или торможению других нейронов. За активацией нейрона следует рефрактерный период, в течение которого либо он не может возбудиться снова, либо его порог возбуждения существенно повышается.

³⁵ Таким образом, время, за которое нервный импульс (потенциал действия), возбужденный мотонейроном в верхней части вашего мозга, достигает мышцы, управляющей движением пальца вашей ноги, составляет приблизительно 15 мс (в этом процессе участвуют миелинизированные волокна с общей длиной, скажем, 1,5 м с двумя или тремя промежуточными синаптическими стадиями, каждая из которых требует для передачи сигнала немного меньше миллисекунды). Время, которое требуется, чтобы передать нервную информацию из левой слуховой области коры в правую (этот процесс включает прохождение через 2 см серого вещества и 10 см белого вещества, если предположить отсутствие промежуточных синапсов), составляет приблизительно 70 мс — довольно большое время, если имеется в виду, например, обработка речевой информации (разд. 5.7)!

Когда нейрон с тормозным потенциалом посылает импульс другому такому нейрону, он устраняет тормозной эффект последнего. Важно отметить, что выходной сигнал нейрона определяется пространственно-временным распределением ВПСП и ТПСП, генерируемых пресинаптическими нейронами в течение некоторого короткого интервала времени. Вот почему нейрон иногда называют основным «вычисляющим элементом» нервной системы. С другой стороны, имеется много нейронов, которые с некоторой характерной частотой порождают потенциалы действия *спонтанно*, без каких-либо входных сигналов.

Как уже упоминалось, отдельные возбуждения обычно не следуют через одинаковые временные интервалы. Основное значение для посылаемой информации здесь имеет *факт* возбуждения нейрона, *средняя частота* (число возбуждений в единицу времени) и реальное распределение импульсов во времени для данной нервной сети (см. далее рис. 25). Нейрон может спонтанно возбуждаться со средней частотой до нескольких десятков герц, для такого нейрона формируемое сообщение определяется *изменением* частоты спонтанных возбуждений.

Электрические импульсы генерируются не только в нейронах. Существует другой фундаментальный тип «псевдонейронов» с возбуждаемыми мембранами — сенсорные *рецепторные клетки*, в которых электрические потенциалы включают некоторые *физическим* агентом, например, фотоном (квантом света) в случае палочек и колбочек сетчатки или изгибающей силой, действующей на реснички волосковых клеток базиллярной мембраны (см. ниже). Эти нейроны являются сенсорными *детекторами* нервной системы и представляют собой входной конец нейронной цепочки животного, передающей информацию о состоянии внешней среды и собственно тела через периферическую афферентную систему в аппарат обработки информации центральной нервной системы. На выходном конце этой цепочки находятся особые синапсы (с ацетилхолином в качестве вещества трансмиттера) между аксонами так называемых мотонейронов и мышечными волокнами в мускулах, железах и кровеносных сосудах; эти синапсы, будучи активированными, вызывают сокращение моторных белков, коллективно создающих сокращение этих волокон.

В нервной системе имеются три пространственных области обработки информации. Как уже отмечалось, нейрон представляет основной элемент обработки «на микроскопическом уровне». На промежуточном, или «мезоскопическом», уровне имеем ансамбли, состоящие из ограниченного числа нейронов, связанных между собой и предназначенных для выполнения некоторого ограниченного набора частных задач. Например, в сетчатке глаза мы имеем группы нейронов, работающих как детекторы движения

или усилители контраста; в сенсорных отделах коры имеются столбчатые ансамбли, состоящие из сотен тысяч нейронов и представляющие собой кооперативные элементы, которые получают информацию от некоторой ограниченной области сетчатки, базиллярной мембраны, кожи и т. д. «Макроскопическая» область — это мозг в целом, который у человека содержит 10^{11} нейронов с 10^{13} – 10^{14} синаптическими межсоединениями.

На мезо- и макроуровнях существуют два основных варианта представления информации в нервной системе. Один из них создается специфическим *пространственно-временным распределением электрических импульсов* в нервной сети и представляет *переходное*, или *оперативное*, состояние мозга. Другой представлен *пространственным распределением синапсов* и их эффективностей (которое обычно называют «синаптической архитектурой»); он определяет реальную «жесткую структуру» (hardware), или *внутреннее* состояние нервной сети. На макроскопическом уровне первый вариант представляет невероятно сложную картину, которая изменяется с характерными временами 0,1–100 мс и обычно включает в работу миллионы нейронов даже при решении простейших задач по обработке информации. Второй вариант имеет вид пространственной структуры, постоянной или изменяющейся очень медленно по мере накопления обучающего опыта. Заметим, что в нервной системе отсутствует какой-либо эквивалент «программного обеспечения» (software), — «программы» или оперативные инструкции включены в изменяющуюся конфигурацию «жесткой» структуры (синаптической архитектуры).

К сожалению, никакие макроскопические нервные структуры, как динамические, так и статические, как уже отмечалось в разд. 1.5, не удастся представить в численной форме. Имеются также непреодолимые трудности с экспериментальной точки зрения³⁶. Одиночный микроэлектрод, имплантированный в нейрон (как уже было сказано, такой электрод может не нарушать работу клетки), может дать нам возможность считывать от-

³⁶Здесь имеется некоторое сходство с проблемой математического описания точного положения и скоростей всех молекул в газе: это невозможно с чисто практической точки зрения из-за огромного числа элементов и отсутствия непрерывности динамических параметров между двумя соседними элементами [4]. Статистическая термодинамика, развитая почти 150 лет назад Людвигом Больцманом, связывает математические *средние* таких молекулярных величин с традиционными переменными, определяющими термодинамическое состояние, — температурой, давлением, энтропией и т. п. Компьютерная томография типа функциональной магниторезонансной томографии и позитронно-эмиссионной томографии в некотором смысле показывает усредненную пространственно-временную активность нервной системы, однако имеется принципиальное отличие от термодинамики: в то время в газе имеются мириады различных распределений молекул, приводящие к одним и тем же динамическим средним, *каждая картина* микроскопической нервной активности в принципе представляет *другую* мысль, другое изображение, другую информацию.

дельные нервные импульсы, их частоту следования, распределение во времени, но для получения реального «пространственно-временного распределения» импульсов в любой функционирующей области мозговой ткани требуются тысячи микроэлектродов, имплантированных очень близко друг к другу. Электроды с большим сечением острия позволяют измерять электрические сигналы, усредненные по десяткам или сотням нейронов, и изучать усредненную активность ограниченной области нервной ткани или нервного волокна в любой момент времени, однако не дают информации о деталях точного пространственно-временного распределения импульсов.

Что касается синаптической архитектуры, то нейрон-нейронные межсоединения можно наблюдать только под микроскопом, и хотя рост синапсов действительно наблюдался в реальном времени [66], были получены только статистические результаты относительно синаптической архитектуры (например, определена плотность синапсов) и то только для очень ограниченных участков нервной ткани. Например, одно из первых количественных исследований плотности синапсов в мозговой ткани [50] показало, что у крыс, находящихся в возбуждающих внешних условиях, насчитывалось больше нервных волокон спинного мозга (аксон-дендритных межсоединений), чем у их собратьев, помещенных в более «скудную» обстановку. Это послужило первым подтверждением так называемой гипотезы Хебба [62] относительно *элементарного акта запоминания нервной информации*: два изначально независимых нейрона, находящихся в непосредственной близости друг от друга, которые под влиянием некоторого воздействия, управляемого извне, стремятся одновременно возбудить нервные импульсы, устанавливают (путем выращивания, восстановления и т. п.) синаптический контакт между собой таким образом, что в дальнейшем импульс лишь одного из них будет включать импульс другого. В приложении В мы покажем, как работает этот элементарный механизм, на примере модели нервной сети.

После этого беглого взгляда на работу нервной системы нам будет легче обсудить, как может эта система собирать и кодировать информацию о картине звуковых колебаний. Когда звуковой сигнал, создаваемый одиночным чистым тоном данной частоты, попадает в ухо, колебания базилярной мембраны возбуждают волосные клетки, находящиеся в резонансной области, соответствующей этой частоте (разд. 2.3). У человека эти чувствительные элементы группируются в виде ряда из приблизительно 4 000 «внутренних» волосных клеток (простирающегося вдоль базилярной мембраны от основания до вершины на стороне стержня улитки (модiolуса), или центрального ядра кохлеарной спирали) и трех рядов с 12 000 «внешних» волосных клеток (см. рис. 9). Когда реснички волосной клетки от-

клоняются в некотором направлении, включаются электрические импульсы в спиральных ганглиозных нейронах, образующих синаптический контакт с сенсорной клеткой (в случае тормозного синапса частота спонтанного возбуждения может уменьшаться). Аксоны этих нейронов образуют афферентные волокна слухового нерва; их потенциалы действия коллективно переносят двоично кодированную информацию о движении базилярной мембраны в центральную нервную систему.

Важную роль играет расположение афферентных нервных окончаний. В то время как одиночное нервное волокно обычно контактирует лишь с одной внутренней волосной клеткой, тем самым получая сообщения из крайне ограниченной области базилярной мембраны, одиночные афферентные нервные волокна, возбуждающие внешние ряды, имеют контакт с 10–50 сенсорными элементами, занимающими область в несколько миллиметров, и таким образом могут собирать информацию с гораздо более широкой области резонансных частот. Имеются указания на то, что реакцией нейронов, соединенных с волосными клетками внутреннего ряда, является возбуждение, а откликом нейронов, контактирующих с внешним рядом, — торможение [155]. Внутренние волосные клетки реагируют на *скорость* движения базилярной мембраны, поскольку отклонение ее ресничек пропорционально скорости окружающей эндолимфатической жидкости (сила, действующая на препятствие, погруженное в жидкость, пропорциональна скорости течения жидкости). Внешние волосные клетки, напротив, реагируют на *смещение*, вероятно, потому, что их реснички жестко присоединены к текториальной мембране (рис. 9) (а силы механического взаимодействия зависят от мгновенного возмущения кохлеарной перегородки); величина отклика претерпевает насыщение при высоких уровнях интенсивности. Тот факт, что около 95% афферентных волокон слухового нерва оканчивается на внутренних волосных клетках с 10–50 отдельными волокнами, образующими синаптический контакт с каждой клеткой, ясно указывает на главную роль клеток внутреннего ряда как сенсорных рецепторов. В то же время к внешним волосным клеткам присоединяются эфферентные волокна, приносящие нервные импульсы от центральной нервной системы³⁷. Этот факт плюс замечательная подвижность внешних волосных клеток, открытая совсем недавно, присваивают последним особую двоякую роль эфферекторов и приемников (подробнее мы обсудим это в разд. 3.6). Хотя и ясно, что волосные клетки каждого типа играют свою отдельную роль в преобразовании акустических сигналов, оба типа долж-

³⁷Небольшая часть эфферентных волокон работает также на выход внутренних волосных клеток, но лишь косвенным образом: они образуют синаптические связи на афферентных волокнах, которые находятся в контакте с внутренними волосными клетками.

ны работать совместно: повреждение внешних волосных клеток серьезно ухудшает слух, даже когда внутренний ряд остается полностью работоспособным. Мы продолжим обсуждение этого вопроса в разд. 3.6; более подробную современную информацию можно найти в книгах [48, 179].

При имплантации микрозлектродов в акустически активированные кохлеарные нервные волокна было обнаружено, что данное волокно имеет наименьший порог возбуждения для такой частоты звука f , которая вызывает максимальные колебания в точке x базилярной мембраны (рис. 10), возбуждаемой этим волокном. Эта частота максимального отклика называется характеристической частотой нейрона, или его «наилучшей частотой» [83] (см. также разд. 3.6 и рис. 46).

Вернемся теперь к реальному распределению отдельных импульсов во времени. Измерения показали [184], что максимальная частота возбуждения определяется максимальной *скоростью* базилярной мембраны, когда она двигается в направлении *барабанной лестницы*, а уменьшение частоты происходит при ее движении в обратном направлении, в сторону *вестибулярной лестницы*. Кроме того, мгновенное положение базилярной мембраны оказывает (менее выраженное) возбуждающее или тормозное действие в зависимости от того, в какую сторону отклонена мембрана в данный момент, — в сторону барабанной лестницы или от нее. Сложение этих двух эффектов определяет результирующий отклик. На рис. 24 показано гипотетическое временное распределение нервных импульсов в нервном волокне внутреннего уха, соединенном с соответствующей резонансной областью базилярной мембраны, при возбуждении низкочастотным звуком с трапецевидной формой картины колебаний [184].

При ближайшем рассмотрении этого рисунка видно, каким образом информация о частоте повторения (на самом деле о периоде повторения) исходного звукового сигнала может быть закодирована в форме последовательностей нервных импульсов. Рисунок соответствует идеализированному случаю очень низких частот. На самом деле звуковые частоты обычно выше частоты возбуждения нервных импульсов, так что реальная ситуация соответствует, скорее, такой, в которой интервалы «включено» и «выключено» изобразить труднее из-за их малой протяженности (по сравнению с периодом рефрактерности типичного нейрона) и из-за случайного характера распределения импульсов. Единственное статистически важное свойство состоит в том, что в интервалы «включено» будет попадать больше импульсов, нежели в интервалы «выключено». В результате для чистых тонов интервал времени между последовательными импульсами будет стремиться к величине, кратной периоду звуковых колебаний τ [83]. Ясно, что чем выше частота звука, тем менее определенной будет такая группировка.

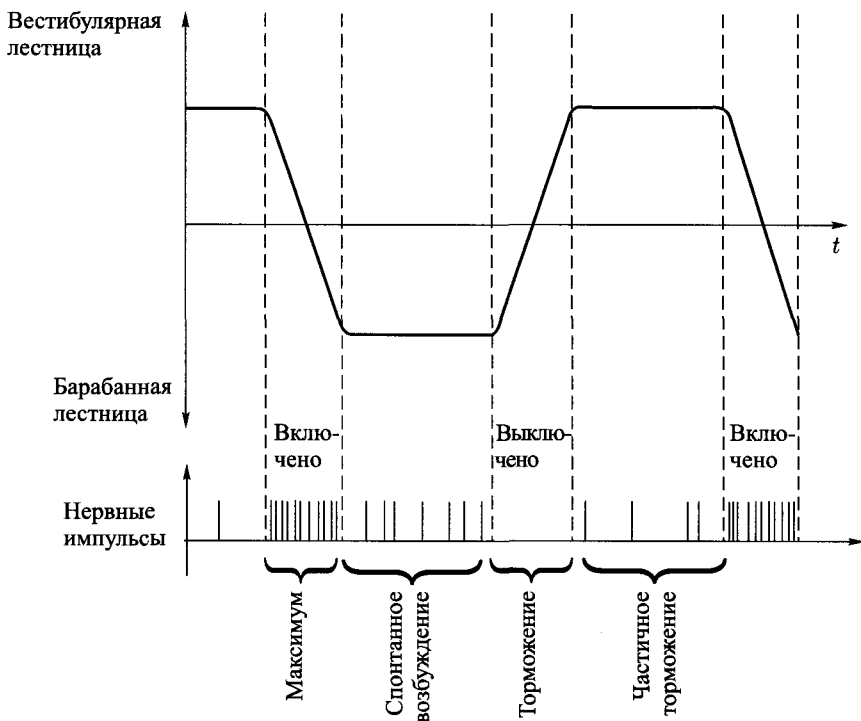


Рис. 24. Схема нервного импульса в слуховом нервном волокне в различных фазах трапецевидной картины колебаний базилярной мембраны

Для частот выше нескольких тысяч герц она исчезает вовсе. Когда некоторые волокна, принимающие стимулы от узкой области базилярной мембраны, объединены в пучок (как это имеет место в слуховом нерве), сумма их импульсов (детектируемая макроэлектродом, имеющим контакт одновременно со многими волокнами) оказывается синхронной со слуховым стимулом. Эти коллективные синхронные нервные сигналы были названы нервными залпами.

2.9. Субъективная высота тона и роль центральной нервной системы

Из предыдущего раздела следует, что нервное волокно слухового нерва способно переносить информацию следующих двух видов:

1. Тот простой факт, что оно возбуждается (или что его спонтанное возбуждение подавляется), означает, что слуховая система получает сооб-

щение об активации базиллярной мембраны в области, иннервируемой этим волокном, или вблизи нее; таким образом пространственное распределение (или «тонопическая организация») возбуждающихся волокон кодирует информацию о *первичной высоте звука*³⁸. Этот процесс происходит во всей области частот, но в случае наложения чистых тонов (а также гармоник сложного тона) реализуется лишь в случае, когда их частоты разделены больше, чем на критическую полосу.

2. Реальное распределение импульсов в данном волокне во времени может переносить информацию о частоте повторения, или периодичности, а также о деталях самой картины колебаний в области, иннервируемой этим волокном (см. ниже). Это имеет место лишь в области низких частот (приблизительно 1 500 Гц).

Несомненно, что информация относительно места возбуждения используется слуховой системой на всех уровнях (см. разд. 4.8). А как эта система использует информацию, содержащуюся во временном распределении нервных импульсов, схематически показанном на рис. 24?

Для начала вернемся на минуту к восприятию одиночных чистых (синусоидальных) тонов. Несколько аргументов указывают на тот факт, что временное распределение нервных импульсов *не* используется при восприятии высоты одиночного чистого тона. Например, из теоретических расчетов следует [151], что если бы первичная высота тона переносилась временными сигналами, то ДПЧ для разрешения частот (рис. 11) не зависел бы от частоты (что на самом деле не так) и, в свою очередь, должен был уменьшаться при увеличении амплитуды стимула (что на самом деле не происходит).

То обстоятельство, что временное распределение в основном игнорируется при восприятии первичной высоты чистых тонов, возможно, не вызывает удивления. Но как обстоит дело с восприятием биений расстроенных консонансов и тона периодичности комплексов гармоник? Трудно найти объяснение существованию биений расстроенных консонансов и других фазочувствительных эффектов, не допуская, что на некоторой стадии некоторый механизм анализирует тонкую временную структуру картины колебаний стимула. В самом деле, мы можем привлечь эффект, показанный на рис. 24, пытаясь объяснить, каким образом могла бы кодироваться информация о картине колебаний и ее изменении (биения второго порядка). Рассмотрим суперпозицию двух тонов, разнесенных на октаву. Предположим, что результирующая картина колебаний имеет вид, показанный в нижней части рис. 18. На базиллярной мембране возникнут две резонансные области

³⁸То есть о высоте чистого (одночастотного) тона, резонансная область которого иннервируется данным волокном (частота равна «наилучшей частоте» волокна).

с центрами в точках x_1 и x_2 , соответствующие двум частотам компонент f_1 и $f_2 = 2f_1$ (рис. 10). В пучке кохлеарных нервов мы будем иметь два главных фокуса активности с центрами в волокнах с характерными частотами f_1 и f_2 , что приводит к ощущению двух первичных высот, разделенных одной октавой. Однако резонансная область на базилярной мембране довольно широка, и имеет место достаточное перекрытие в области между точками x_1 и x_2 ; в области перекрытия точки мембраны будут колебаться в соответствии с картиной суперпозиции, каким-то образом связанной с исходным движением барабанной перепонки³⁹. Волокна, связанные с областью перекрытия, будут реагировать возбуждениями, группирующимися в интервалах «включено» увеличенной частоты, которые соответствуют убывающим (имеющим отрицательный наклон) частям второго графика на рис. 18. Заметим, что в данном случае интервалы «включено» не имеют одинаковой протяженности, а образуют последовательность с чередованием «короткий–длинный–короткий–длинный». Если бы два тона были разнесены на квинту, картина колебаний в области перекрытия выглядела бы так, как показано на рис. 20, приводя к совершенно иной последовательности интервалов «включено». Периодичность этой последовательности должна, таким образом, содержать информацию о частоте повторения, тогда как структура этой последовательности (своего рода «азбука Морзе») должна давать информацию о картине колебаний. Такая тонкая структура действительно обнаруживается при статистической обработке результатов электрофизиологических измерений.

На рис. 25 показан пример (так называемая гистограмма) распределения временных интервалов между нервными импульсами в волокне слухового нерва [141] для стимула, соответствующего музыкальной квинте, с заданной разностью фаз. Отметим разницу в относительном числе появлений данного интервала (вертикальная ось) между последовательными импульсами (горизонтальная ось). Это представляет уже упоминавшуюся (статистическую) «азбуку Морзе», переносящую информацию о картине колебаний. Чем сложнее исходная картина колебаний и чем выше частота составляющих ее тонов, тем более «размытая» информация будет переноситься последовательностью импульсов и тем труднее будет ее интерпретировать на более высоких уровнях мозга. Подробный анализ временного распределения нервных импульсов потребует работы на некотором уровне, называемом временным автокорреляционным механизмом (впервые предложенным Ликлидером [92]), в котором «цепочка» импульсов сравнивается

³⁹ Волны, бегущие в кохлеарной жидкости, в процессе распространения изменяют свои фазовые соотношения и, конечно, амплитуду, тем самым приводя к изменению реальной формы картины колебаний в различных точках базилярной мембраны.

с предыдущими такими цепочками, при этом совпадающие картины повторений (подобные периодам, отмеченным на рис. 22, б) усиливаются, а все прочие (непериодические) подавляются.

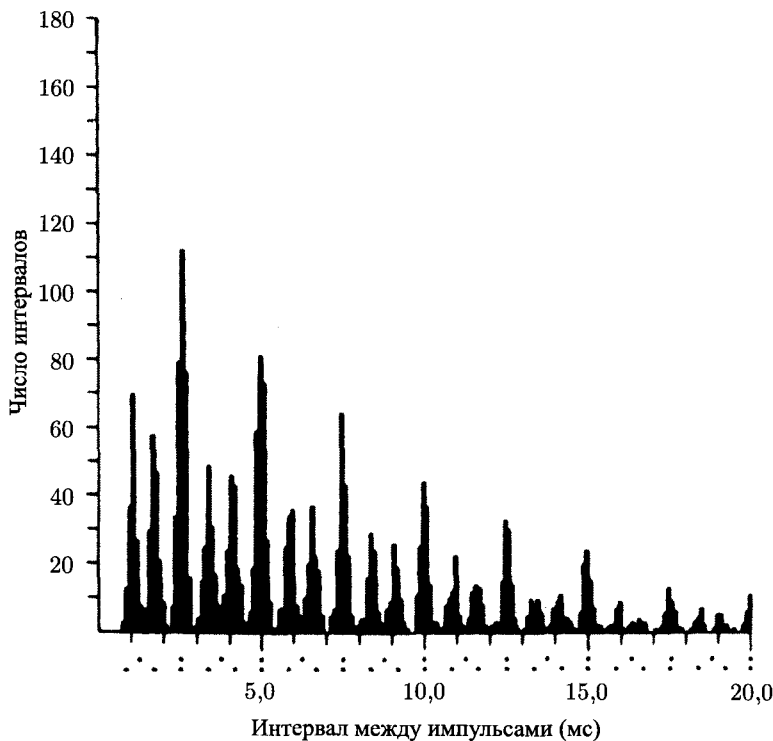


Рис. 25. Гистограмма, изображающая число появлений данного интервала (вертикальная ось) между нервными импульсами в волокне слухового нерва, возбуждаемом суперпозицией двух тонов, образующих квинту, при заданной разности фаз [141]

Временные сигналы участвуют также в работе механизма, ответственного за восприятие пространственной (стерео) локализации звука⁴⁰ [42, 105]. Такой бинауральный слух должен включать процесс, называемый вре-

⁴⁰Сигналы с разными амплитудами звуковых волн, попадающих в два уха, в также с разными спектрами (тембрами) также вносят вклад в локализацию звука, особенно на высоких частотах и в замкнутом пространстве.

менными кросс-корреляциями нервных сигналов от обеих улиток, в котором определяется разность сигналов, получаемых двумя улитками. Имеется физиологическое подтверждение существования такого механизма (расположенного в медиальной верхней оливе, рис. 28). Нейронная модель кросс-коррелятора была предложена Ликлидером [92]. В этой модели предполагается, что восходящий нейрон (рис. 26) может возбуждаться, только если его возбуждают одновременно два входящих волокна. Поскольку нервный сигнал распространяется по волокну с конечной скоростью (разд. 2.8), одновременный приход сигналов на окончание данного восходящего нейрона требует некоторой разницы во времени между исходными сигналами в двух улитках. Например, при точной одновременности (нулевой разнице во времени) двух сигналов в улитках возбуждается восходящий нейрон, расположенный точно в центре, поскольку это то место, где встречаются правый и левый сигналы. Если же исходный сигнал сначала воспринимается правым ухом, то его импульс пройдет через среднюю точку раньше, чем он встретится с запаздывающим импульсом от левого уха. Легко понять, что положение y (рис. 26) активированного восходящего нейрона будет зависеть от времени интераурального запаздывания, которое, в свою очередь, зависит от направления приходящего звука.

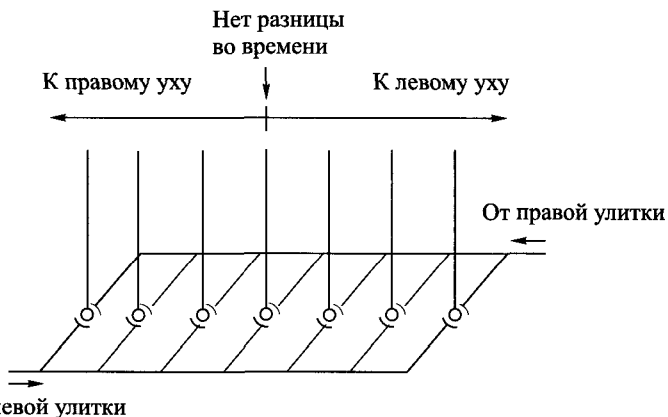


Рис. 26. Упрощенная модель нервного механизма кросс-корреляции (детектора интерауральной разницы во времени) [92]

Схема на рис. 26 представляет сильно упрощенную модель. Подробное изучение и нейроанатомическое исследование верхнего оливарного комплекса (рис. 28) обнаруживают более сложную структуру. В действительности бинауральная информация кодируется в результате сложного вза-

имодействия возбуждающих и тормозных входных сигналов, связанного с различием во времени прихода (или фазе) и интенсивности стимулов, достигающих двух ушей [51]. Каким бы ни был реальный механизм кросс-коррелятора, его временная разрешающая способность поразительна: человек может определять направление источника звука в пространстве на основе интерауральной разницы во времени менее 20 мкс! Это лишь ничтожная доля длительности одного потенциала действия. Необычная иннервация внутренних волосных клеток более чем 20 волокнами, контактирующими с одной-единственной сенсорной клеткой, возможно, требуется для того, чтобы обеспечить согласованное прохождение нервной информации с нужной скоростью [70].

Два тона, разделенные *расстроенным интервалом* и подаваемые в разные уши, могут «сбить с толку» кросс-коррелятор. Постепенное изменение разности фаз между двумя тонами (см. рис. 18) этот механизм будет интерпретировать как изменение разности времен прихода левого и правого слуховых сигналов, передавая мозгу ощущение о (физически не существующем) циклическом изменении направления звука! Вот почему два чистых тона, образующие расстроенный консонансный интервал и подаваемые через наушники в разные уши, создают жутковатое ощущение источника звука, который «крутится внутри головы» (см. стр. 192).

До сих пор мы обсуждали нервные механизмы, главной целью которых является определение *временной структуры* звуковой волны, т. е. таких деталей, как максимумы и минимумы волны (рис. 22), положительный и отрицательный наклоны (рис. 18 и 24) и различие во временах прихода (рис. 26). В сущности, такие механизмы анализируют статистическое распределение нервных импульсов (см. рис. 25), передаваемых слуховыми нервами в мозг. В последние десятилетия оставался нерешенным вопрос, является ли такой анализ последовательностей нервных импульсов *необходимой* гипотезой для объяснения восприятия тона периодичности [177]. Механизм временной автокорреляции с его потенциальной способностью улавливать частоту повторения нервных сигналов действительно мог бы объяснить многие важные психоакустические особенности восприятия высоты тона, такие как биения расстроенных консонансов и отслеживание основной частоты, но не все — примером может служить восприятие спектра звукового тона (см. ниже). Если это не временной анализ, то каков механизм, позволяющий нам приписывать одну определенную высоту комплексу гармонических тонов, — даже когда основная частота отсутствует в исходном стимуле? Почему мы вообще воспринимаем тона с частотами, связанными соотношениями (2.7a)–(2.7c), при исполнении мелодии с соответствующими гармоническими комплексами, состоящими из двух тонов?

Здесь мы представим в сильно упрощенном виде некоторые ранние идеи, которые могут привести к объяснению этих эффектов [53, 161, 176]. «Естественные» звуки звуковой связи, издаваемые людьми и животными, содержат значительную долю гармонических тонов (гласные звуки, пение птиц, призывные крики животных). Такие тона обладают общим свойством. Они представляют суперпозицию гармоник с частотами nf_1 , кратными основной частоте f_1 (см. стр. 197). Эти тона образуют сложную резонансную структуру на базилярной мембране со многими пространственными пиками амплитуды, по одному для каждой гармоники (рис. 27, а). Несмотря на свою сложность, эта *пространственная структура* обладает некоторыми инвариантными характеристиками. Одним из таких инвариантов является определенное соотношение между положениями соседних резонансных максимумов⁴¹. На рис. 27, б [117], где представлена более реалистическая модель картины возбуждения для полигармонического тона, показано, как резонансные зоны для высоких гармоник сталкиваются между собой и как локальная временная картина колебаний из-за перекрытия зон приобретает все более сложный вид. Каждая гармоника низкого порядка ($n < 7-9$) возбуждает определенную область базилярной мембраны (эту структуру должен распознавать *пространственный механизм*), которая совершает простое периодическое движение на частоте данной гармоники; в этой области фазовые соотношения между гармониками незначительны. Для больших значений n резонансные области становятся неразрешенными, и картина колебаний мембраны становится сложной (эта структура должна распознаваться *временным механизмом*), зависящей от интенсивностей гармоник и фазовых соотношений между ними⁴².

Мы либо обучаемся в раннем возрасте [161, 162], либо обладаем врожденным механизмом [53, 176], позволяющим распознавать инвариантные характеристики пространственной картины колебаний, создаваемых сложным тоном, как принадлежащие «одному и тому же объекту». Мы будем называть этот механизм *центральным процессором высоты тона*. Главная функция этого элемента обработки нервной информации состоит в преобразовании пространственной картины физического возбуждения базилярной мембраны в картину нервной активности таким образом, чтобы все

⁴¹ Другой инвариантной характеристикой является высокая когерентность макроскопических временных изменений этой сложной картины возбуждений на всем пространстве базилярной мембраны.

⁴² Из-за такого перекрытия колебания базилярной мембраны описывают математическими моделями или эквивалентными электронными схемами набора *фильтров* с узкой полосой частот у вершины мембраны (рис. 8, б) (пропускающих только одну гармонику) и с широкой у ее основания (пропускающих несколько соседних гармоник).

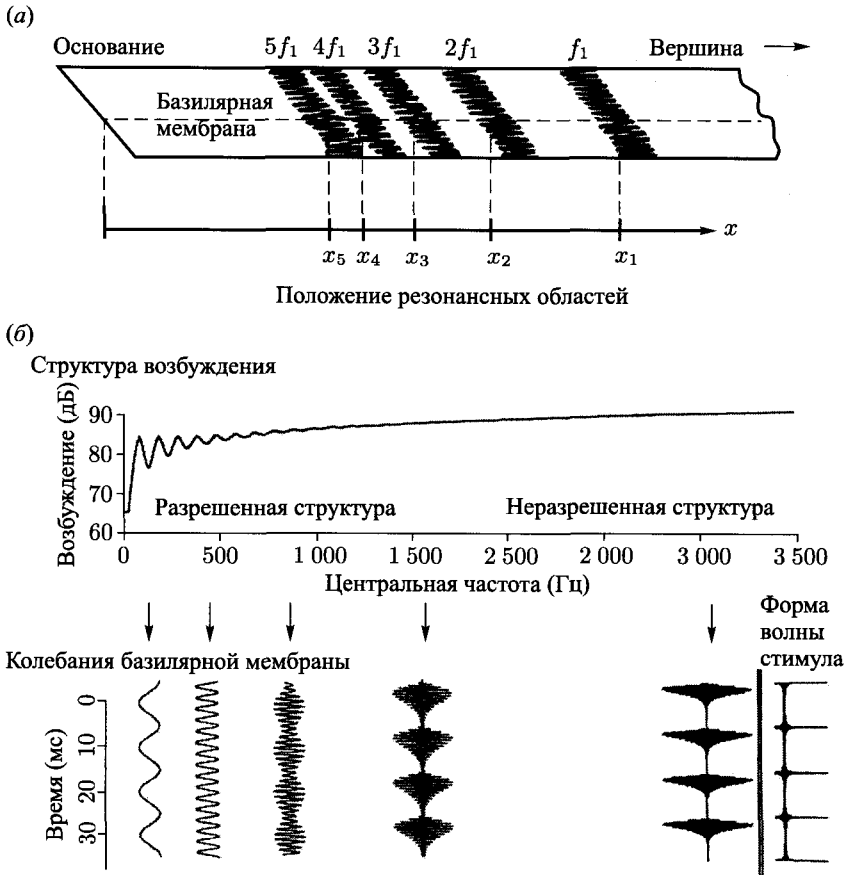


Рис. 27. (а) Схема резонансных областей на базиллярной мембране, создаваемых сложным тоном. (б) Картина возбуждения базиллярной мембраны (сверху) и локальной картины колебаний (снизу), полученная компьютерным моделированием [117]

стимулы с одной и той же периодичностью были представлены одинаково. Здесь не рассматривается локальная временная картина колебаний — имеет значение лишь огибающая пространственного распределения вдоль базиллярной мембраны. Согласно определению *прагматической информации* (разд. 1.6), однозначное соответствие между пространственной структурой на входе и нервной активностью в некоторых вполне определенных областях мозга на выходе (разд. 5.6) представляет *сенсорную информацию*, кото-

рую мы называем высотой тона. Воспринимается высота основной компоненты f_1 , которая, как уже упоминалось, обычно наиболее выражена (имеет наибольшую интенсивность) среди важнейших природных звуков окружающей среды, но не обязательно должна присутствовать в исходном тоне, чтобы быть услышанной.

Все это должно работать во многом аналогично распознаванию зрительных образов. Например, когда вы смотрите на символ **Щ**, он может показаться не имеющим какого-то определенного смысла как цельный объект (ваша интерпретация будет, вероятно, зависеть от пространственной ориентации этого символа и контекста, в котором он был показан). Однако всякий, кто знаком с алфавитом кириллицы, сразу воспримет его как единый объект (букву «ща») независимо от того, как и с какой ориентацией этот объект проектируется в зрительное поле.

Обычно считается, что в нашу центральную систему обработки информации встроены «шаблоны», с которыми сравниваются сложные структуры пространственного возбуждения базиллярной мембраны. При соответствии данной структуры шаблону возникает ощущение определенной высоты тона. Этот процесс согласования структуры с шаблоном работает даже тогда, когда доступна лишь часть полной картины возбуждения. Если вместо сложного естественного звука нам предъявляется такой, в котором подавлены некоторые обычно ожидаемые элементы (например, отсутствующая основная частота), то такая усеченная картина возбуждения на базиллярной мембране, передаваемая в механизм распознавания процессора высоты тона, все же может быть в конечном итоге согласована, хотя и с некоторыми ограничениями. Здесь мы опять находим много аналогичного распознаванию зрительных образов. Примером может служить наблюдение отсутствующих (но ожидаемых) контуров в следующей надписи:



The image shows the word "Music" written in a very bold, stylized, and somewhat abstract font. The letters are thick and interconnected, with some parts overlapping or sharing strokes, giving it a heavy, blocky appearance. The word is centered on the page.

Упомянутый процесс согласования происходит, даже когда чередующиеся гармонические компоненты подаются в *разные* уши [68]. Это, очевидно, означает, что центральный процессор высоты тона должен находиться на некоторой верхней стадии процесса, после того как сформируется сигнал от обеих улиток. Более того, процесс согласования работает, даже если присутствуют только *две* соседние гармоники сложного тона, как

в разд. 2.8. В таком случае, однако, механизм согласования может давать сбой, замыкаясь на одном из нескольких «допустимых» положений.

Упомянутые старые теории восприятия высоты тона ничего не говорят о том, какие основные алгоритмы реализуются процессором высоты тона в нервной системе. В то же время известно, что существуют нейронные сети, вполне способные проводить операции сложения и умножения нервных импульсов, требуемые для реализации необходимых алгоритмов. Теория Терхардта [162] ближе всего подходит к схеме нейронных соединений. Действительно, проводимые там расчеты основаны на изучении некоторой матрицы обучения — аналоговой схемы, которая «учит реагировать»⁴³ на характерные особенности наиболее часто встречающихся конфигураций (т. е. на соотношения между максимумами входного возбуждения, вызываемого сложным тоном). Мы вернемся к этим теориям позже, когда рассмотрим в явном виде восприятие сложных музыкальных тонов (разд. 4.8 и приложение В), а также консонанс и диссонанс (разд. 5.2).

Наконец, мы не можем исключить возможность использования (по крайней мере частичного) временного распределения нервных импульсов при восприятии высоты сложных тонов. Трудно поверить, что нервная система, всегда настроенная на работу с такой поразительной эффективностью, со многими дублирующими системами, не воспользовалась удобной возможностью использовать информацию в виде «азбуки Морзе» (рис. 24), которая действительно реализуется в периферических каналах передачи слуховой информации! Как мы уже упоминали, следует ожидать, что пространственный механизм определения высоты тона работает в области низких гармоник (где соседние резонансные области четко отделены одна от другой, см. рис. 27), тогда как временной механизм может действовать в области высоких гармоник, где неразрешенные гармоники создают картину колебаний базилярной мембраны, которая приближенно воспроизводит структуру входного звукового сигнала. Некоторые психоакустические эксперименты, по-видимому, требуют для своего объяснения наличия временного анализа. Например, низкочастотные чистые тона очень короткой продолжительности (два или три цикла колебаний) могут давать ощущение чистого тона [107]. Или, если в одно ухо подается звуковой сигнал (белый шум), а в другое — такой же сигнал, но с задержкой τ (несколько миллисекунд), то ощущается слабый звук с частотой $1/\tau$ [15]. Ни один из этих ре-

⁴³ Это было осуществлено на лабораторной модели путем надлежащего уменьшения электрических сопротивлений между передающими линиями (строками и столбцами матрицы), которые одновременно возбуждаются (проводят ток) под действием некоторого заданного периодически повторяющегося входного сигнала. В настоящее время нейронные сети численно моделируются на компьютере (это обсуждается в приложении В).

зультатов не удастся удовлетворительно объяснить в рамках «теории места» (пространственного анализа сигналов). Более подробное сравнение «теории места» с «теорией времени» можно найти в работах [33, 93].

Из предыдущего обсуждения ясно одно: восприятие субъективной высоты тона требует, чтобы операции восприятия «высокого порядка» проводились в центральной нервной системе после того, как будет сформирован входной сигнал от обеих улиток. Поэтому мы закончим данный раздел описанием некоторых наиболее существенных деталей слухового пути [23, 48]. Это понадобится также для ссылок в последующих разделах. Анатомическое исследование нервных путей и соединений между ними представляет крайне трудную экспериментальную задачу. Нейроны представляют собой клетки, части которых (аксоны или дендриты) могут иметь в длину многие сантиметры; каждый нейрон, особенно в ткани коры, может получать информацию от тысяч клеток, передавая ее сотням других. Почти невозможно определить под микроскопом всю картину связей для данной клетки. Анатомическое исследование этих каналов связи в прошлом проводилось методом окрашивания *in vitro* (на мозгах трупов). Сегодня возможно изучать процессы в динамике на живых животных с помощью микроэлектродной техники, а также на людях с использованием неинвазивных томографических методов функциональной магниторезонансной визуализации и позитронно-эмиссионной томографии, о которых уже кратко упоминалось в разд. 1.5.

Неинвазивные методы с внешними электродами в электроэнцефалографии или с маленькими сквид-магнитометрами в магнитоэнцефалографии, хотя и дают информацию об активности мозга, усредненную по областям сантиметрового размера, обладают преимуществом быстрого действия, что позволяет изучать процессы на временных масштабах, измеряемых миллисекундами. Эти методы очень полезны при изучении участков поверхности коры (расположенных непосредственно под черепом), однако они мало пригодны для изучения слуховых путей, которые глубоко запрятаны в мозговом стволе (магнитоэнцефалографические наблюдения можно проводить через рот, что требует наличия смелых добровольцев). Сейчас эта проблема преодолена благодаря томографическим методам динамического функционального магнитного резонанса и позитронно-эмиссионной томографии. Первый из этих методов показывает увеличение потока крови и окисления, последний дает нестационарную картину нервной активности [106] в областях миллиметрового размера на протяжении нескольких секунд и более. При этом, однако, необходимо вносить поправки на сердцебиение (каждое изображение должно быть снято в определенной фазе сердечного цикла), а для слухового канала положение усложняется неустра-

нимым значительным шумом используемого оборудования (шумом системы охлаждения, шумом магнитострикции), который зачастую смешивается с измеряемым сигналом.

На рис. 28 представлена схема афферентного (входящего) слухового пути от улитки к слуховой области в виде карты потоков. Показаны каналы передачи информации и релейные станции обработки без какого-либо соответствия масштабам реальной архитектоники мозга. *Спиральный нервный узел* представляет нервную сеть в улитке, первый пункт обработки информации на этом пути. Именно здесь нейроны, контактирующие с внутренними и внешними рядами волосных клеток, получают первую возможность взаимодействовать, определяя пространственно-временное распределение активности слухового нерва (восьмого черепного нерва), который переносит эту информацию в мозг. Следующий пункт обработки, расположенный в продолговатом мозге, содержит *кохлеарное ядро*, состоящее из трех подразделений, сложная структура которых определяет первые шаги в решении задач разрешения и дискриминации звука. Отсюда нервная информация передается в три главных пучка. Один из них непосредственно переходит на противоположную сторону и входит в *латеральную петлю* — главный канал, идущий через мозговой ствол (варолиев мост). Некоторые волокна оканчиваются в *ретиккулярной формации*, диффузной сети в мозговом стволе, которая играет роль главного мозгового «шита управления»⁴⁴. Другой пучок (трапецевидное тело) посылает волокна от вентрального кохлеарного ядра к важным релейным станциям обработки — *латеральной и медиальной верхним оливам*. Медиальная верхняя олива представляет первый внутренний центр смешивания слуховых сигналов. Именно здесь кросс-коррелятор (рис. 26) может выдавать информацию, необходимую для локализации источника звука и ощущения биений расстроенных консонансов [42]. Наконец, третий промежуточный пучок ведет от вентрального кохлеарного ядра к противоположному оливарному комплексу.

Три верхние ступени на рис. 28 включают *нижний бугорок*, *медиальное коленчатое тело* и, наконец, первичные области *слуховой коры* (извилины Хешля в височных долях). Некоторые волокна связаны с верхним бугорком, который также иннервирован зрительными путями, что означа-

⁴⁴Эта структура, получающая необработанные данные от органов чувств и остального организма, а также сложную информацию от коры мозга, состоит из нескольких маленьких ядер позади мозгового ствола; она ответственна за активацию или подавление обработки мозговой информации в соответствии с секундными нуждами, контролирует сон, пробуждение, осознание действительности и даже самосознание, а также влияет на многие функции внутренних органов. Повреждение компонент этой диффузной сети, что случается при резком ударе по задней стороне шеи, может привести к необратимой коме.

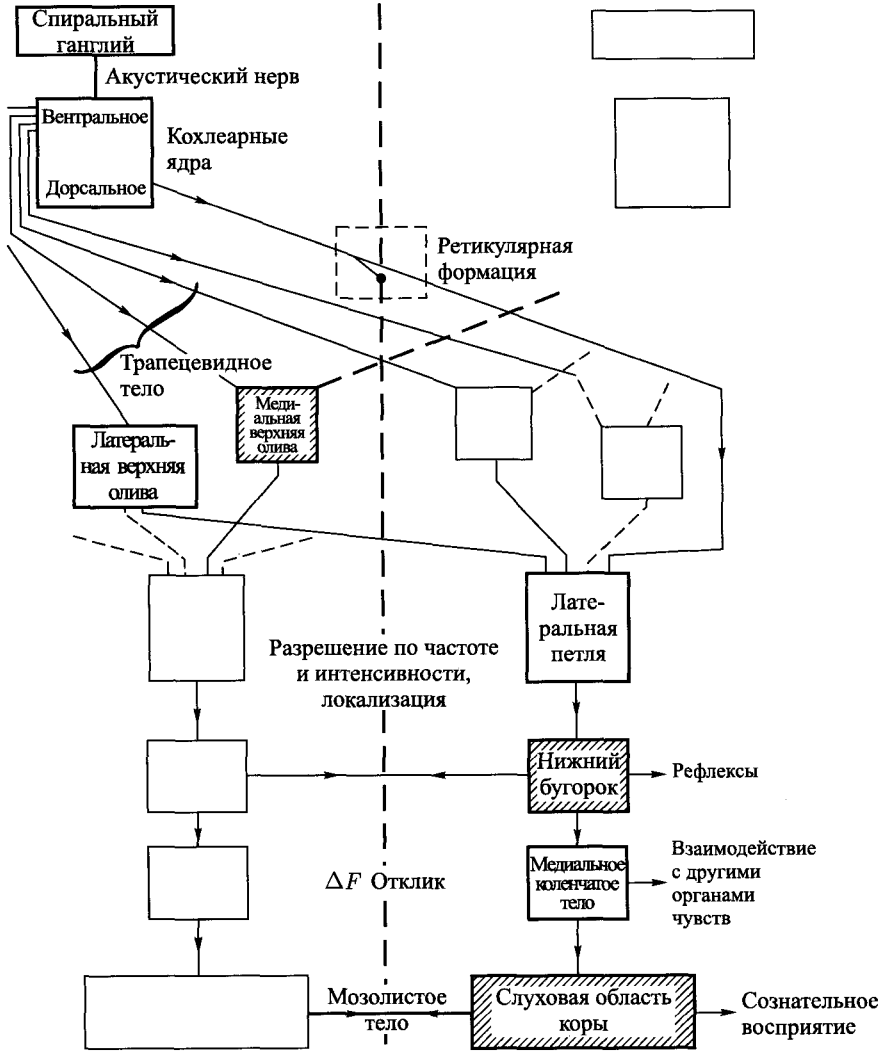


Рис. 28. Карта потоков нервных сигналов в слуховом пути от одного уха к слуховым областям коры через мозговой ствол

ет наличие внутрисенсорной связи уже на уровне подкорки. Это может давать вклад в синестетические эффекты вроде зрительных иллюзий при

восприятию некоторых звуков (например, ощущение цвета при слушании музыки), либо слуховых иллюзий при рассматривании ярких изображений (например, ощущение звуков при наблюдении полярного сияния). Отметим наличие на этих стадиях межсоединений с противоположными путями и другими сенсорными путями и мозговыми центрами.

На рис. 28 не показана сеть *эфферентных волокон*, которые переносят информацию с верхних уровней на более нижние и оканчиваются в улитке. Эта система играет важную роль в управлении входящей афферентной информацией. Нижний тракт эфферентной сети, *оливокохлеарный пучок*, может участвовать в процессе возникновения шероховатости звука (стр. 185). Хотя каждой улитке достигают только приблизительно 1 600 эфферентных волокон, волокна увеличенного размера обильно иннервируют наружные волосные клетки и таким образом осуществляют центральное управление механической (подвижностью) и/или электрической активностью последних (см. разд. 3.6).

Наконец, отметим некоторые общие положения, которые могут пригодиться в последующих разделах. На начальных ступенях слуховой системы (в кохлеарном ядре) существует весьма специфическое геометрическое соответствие между активированными нервными волокнами и пространственным положением звукового стимула (резонансных областей) на базиллярной мембране. Однако при продвижении вверх это топологическое соответствие постепенно теряется (исключение составляет состояние анестезии). Число участвующих нейронов многократно увеличивается, реакция нервной системы в большей степени отражает сложную структуру звукового сигнала, и обратная связь с верхними уровнями оказывает все большее влияние на поведение и характеристики индивидуума. Это подтверждается результатами функциональной магниторезонансной визуализации, полученными на различных уровнях слухового пути. Например, измерение изменения сигналов нервной активности при подаче 30-секундного шумового сигнала на одно ухо (рис. 29 [97]) показывает, что активность нижнего бугорка (см. рис. 28) остается почти постоянной, с определенной скоростью нарастания и спада при включении и выключении сигнала. Выше, в медиальном колленчатом теле, уже появляется заметное изменение во время действия шума, что указывает на некоторое влияние информации обратной связи, поступающей от других мозговых центров. На уровне коры (извилины Хешля и верхняя височная извилина) ясно видна реакция на включение и выключение сигнала (сначала «появился шум!», затем «шум прекратился!»). Контралатеральные (т. е. перекрещивающиеся) каналы являются «лучшими» переносчиками информации, нежели ипсилатеральные каналы (проходящие по той же стороне), — если в разные уши подается взаимно

конфликтующая информация, то контралатеральный канал стремится отвергнуть информацию, доставляемую в данное полушарие ипсилатеральным каналом [101].

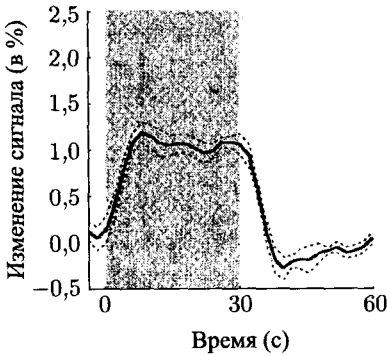
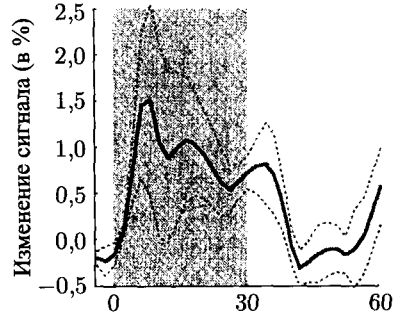
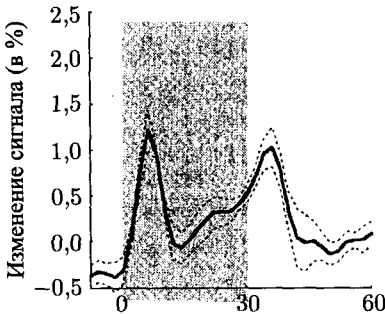
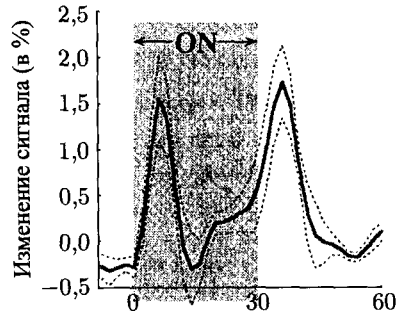
(а) *Нижний бугорок*(б) *Медиальное коленчатое тело*(в) *Извилина Хешля*(г) *Верхняя височная извилина*

Рис. 29. Отклик нервной системы на различных афферентных уровнях на 30-секундный шумовой сигнал, подаваемый в ухо [97]. (а) Нижний бугорок. (б) Медиальное коленчатое тело. (в) Извилина Хешля. (г) Верхняя височная извилина

На уровне нижнего бугорка всегда имеет место хорошее разрешение по частоте, интенсивности и направлению звука, благодаря чему возникает селективный отклик при вариациях частоты вверх-вниз. Рефлексы действуют, но на этом уровне нет проявлений сознательного восприятия звука, как показали эксперименты с ампутацией. На уровне медиального коленчатого

тела (и, вероятно, верхнего бугорка) уже имеется возможность распознавания некоторых структур. Здесь существует информация о том, где находится данный источник звука и как он перемещается в пространстве и времени. Происходит первая интеграция с информацией от других органов чувств.

Последняя стадия обработки входной информации производится в слуховой области извилины Хешля. Отсюда информация распределяется по другим мозговым центрам, где она анализируется, интегрируется в полные познавательные функции мозга и запоминается (или отбрасывается за ненадобностью). Основную роль в глобальной обработке информации, особенно с учетом замечательной специализации двух полушарий мозга, уже упоминавшейся в разд. 1.5, играет мозолистое тело — гигантская спайка из 200 миллионов волокон, соединяющих полушария. Мы вернемся к этой теме в разд. 5.7.

3. Звуковые волны, акустическая энергия и восприятие громкости

В предыдущем разделе мы изучали простые гармонические колебания и их субъективное восприятие, не интересуясь, каким образом они достигают уха. Мы обращались к экспериментам, в которых источник звука (наушник) был расположен очень близко к барабанной перепонке. В этом разделе мы обсудим процесс *распространения* звуковой энергии от отдаленного источника к слушателю и выясним, как этот поток акустической энергии определяет ощущение громкости. В заключение раздела мы еще раз, подробнее, рассмотрим работу улитки — этого электромеханического чуда.

3.1. Упругие волны, сила, энергия и мощность

Когда звук распространяется в среде, точки среды совершают колебания. В отсутствие звука и других возмущений каждая точка среды⁴⁵ будет находиться в покое и оставаться в этом состоянии, пока мы не подействуем на среду каким-либо образом. Пространственное положение данной точки в невозмущенной среде называется *положением равновесия* этой точки.

Звуковые волны представляют частный случай так называемых *упругих волн*. Всякий раз, когда мы создаем внезапную деформацию в данном месте среды (например, когда молоточек ударяет по струне рояля или когда мы внезапно вызываем смещение воздуха, заставляя двигаться трость

⁴⁵ «Точка» среды понимается здесь в макроскопическом смысле, на самом деле она содержит миллиарды молекул!

в кларнете), возникающие упругие силы приводят в движение точки среды вблизи начальной деформации. Эти точки, в свою очередь, будут посредством упругих сил тянуть или толкать соседние точки, передавая им приказ начать движение, и т. д. Такая «цепная реакция» представляет упругую волну, распространяющуюся от места начального возмущения. При этом распространяется не вещество, а *энергия*, которая необходима, чтобы привести в движение каждую точку, до которой доходит волна. Звуковые волны, представляющие интерес для музыки, — это упругие волны, в которых точки среды совершают периодическое движение (разд. 2.1). Совершая колебания, каждая точка среды всегда остается очень-очень близко к положению равновесия. Звуковая волна распространяется с определенной скоростью от источника по прямой линии, пока не поглотится или отразится. Особенности распространения, отражения и поглощения звуковых волн определяют акустические качества концертного зала или другого помещения.

Мы упомянули понятия силы и энергии. Теперь мы должны придать им точный физический смысл. Каждый имеет интуитивное представление о *силе* как мышечном усилии, которое мы должны приложить, чтобы изменить форму тела, чтобы привести объект в движение, чтобы удержать в руках тяжелый предмет, чтобы замедлить движение, и т. д. Но физика не удовлетворяется интуитивными понятиями. Мы должны дать ясное определение силы, а также «рецепт», указывающий, как ее измерить. И определение, и рецепт должны быть основаны на определенных экспериментах, результаты которых обобщаются и формулируются в виде физического закона.

В нашей повседневной практике для изменения формы тела мы должны сделать с ним нечто совершенно специфическое: мы должны «приложить к нему силу». Деформация, т. е. изменение формы, — не единственное возможное воздействие силы, действующей на тело. В самом деле, наш повседневный опыт показывает, что силу необходимо приложить и для того, чтобы изменить состояние движения тела. Вообще, было найдено, что ускорение a тела, представляющее быстроту изменения его скорости под действием данной силы F , пропорционально величине силе. Или наоборот, сила пропорциональна производимому ею ускорению: $F = ma$. Это соотношение называется уравнением Ньютона. Коэффициент пропорциональности m называется *массой* тела. Масса представляет меру «инерции» тела, или его «сопротивление» изменению движения. Если на тело действует более одной силы, то результирующее ускорение будет определяться суммой всех сил. Эта сумма может быть равна нулю, в таком случае действующие силы *находятся в равновесии* между собой.

За единицу силы выбрана такая сила, которая необходима для сообщения телу массой 1 кг ускорения 1 м/с² (т. е. для увеличения его скорости на

один метр в секунду за каждую секунду). Эта единица силы получила название *ньютон*. Один ньютон равен силе 0,225 фунтов. Фунт как единица силы (веса) до сих пор используется в США. Поскольку ускорение силы тяжести равно $9,8 \text{ м/с}^2$, вес тела массой 1 кг оказывается равным 9,8 ньютон (= 2,2 фунта). Мы можем измерять силу, определяя ускорение, которое она сообщает телу данной массы, или уравнивая ее (т. е. устраняя ее действие) известной силой, например, натяжением градуированной пружины⁴⁶.

Во многих физических ситуациях данная сила «распределяется» по некоторой протяженной поверхности тела. Например, в высоко летящем самолете с герметизированной кабиной воздух, находящийся внутри, действует со значительной силой F , направленной наружу, на каждое окно (как и на любую другую часть корпуса), и эта сила пропорциональна площади окна S . Отношение $p = F/S$ представляет *давление воздуха* внутри кабины. В общем случае мы определим давление воздуха как отношение силы к площади поверхности, отделяющей воздух от вакуума. Если вместо вакуума с другой стороны поверхности имеется другое давление p' , сила F , действующая на поверхность S , будет равна

$$F = (p - p')S. \quad (7)$$

Всё это очень важно для музыки. Звуковые волны в воздухе — это *колебания давления воздуха*. Так, если в формуле (7) S соответствует площади барабанной перепонки, p' — давлению (постоянному) во внутреннем ухе, а p — колеблющемуся давлению в слуховом проходе (рис. 8), то величина F будет представлять переменную силу, действующую на барабанную перепонку, приводящую ее в движение и, тем самым, ответственную за движение цепочки слуховых косточек в среднем ухе.

Давление измеряется в ньютонах на квадратный метр, или паскалях. Нормальное атмосферное давление на уровне моря составляет приблизительно $100\,000 \text{ ньютон/м}^2$ (= 1 000 гектопаскалей). В Соединенных Штатах более привычной единицей является фунт на квадратный дюйм (например, в этих величинах обычно выражается избыточное давление в автомобильных шинах). Если перевести ньютоны в фунты, а квадратные метры в квадратные дюймы, мы получим $1 \text{ ньютон/м}^2 = 0,00015 \text{ фунт/кв. дюйм}$. Нормальное давление воздуха на уровне моря составляет, таким образом, 15 фунт/кв. дюйм.

Вернемся теперь к понятию *энергии*. Мы опять имеем некоторую интуитивную идею, однако наша интуиция в данном случае легко может обмануть. Например, кое-кто может сказать: «нужно много энергии, чтобы долго

⁴⁶«Градуированная» означает, что мы заранее определили, на сколько растягивается пружина заданной силой, например, под действием данного веса.

держат тяжелый мешок», однако с точки зрения физика никакой энергии для этого не требуется (если только не поднимать и не опускать этот мешок). Но с точки зрения физиолога необходим постоянный приток химической энергии к мускулам, чтобы поддерживать непрерывное состояние сокращения мышечных волокон. Чтобы избежать путаницы, необходимо ввести более строгое, количественное понятие энергии.

Для решения практических задач физики одного понятия силы не достаточно. Например, мы должны знать, как долго или на каком пути действовала данная постоянная сила, если хотим определить, например, конечную скорость, приобретенную телом, ускоряемым данной силой (даже самая большая сила может произвести лишь малый *конечный* эффект, если время воздействия силы или путь, на котором она действует, очень коротки). Фактически для определения заданного изменения скорости материальной точки, на которую действует постоянная сила F , от нуля до некоторого значения v существенно *произведение силы на расстояние, пройденное в направлении силы*. Если обозначить это расстояние через x , то, как можно математически показать, исходя из уравнения Ньютона, $Fx = mv^2/2$. Произведение Fx называется *работой* и считается положительным, когда перемещение x происходит в направлении силы F . Величина $mv^2/2$ называется *кинетической энергией* тела с массой m . Если произведение Fx положительно, мы интерпретируем приведенное выше соотношение следующим образом: работа силы увеличивает кинетическую энергию тела, или, что то же самое, над системой совершается работа, увеличивающая кинетическую энергию системы от нуля до $mv^2/2$.

Единицей работы и кинетической энергии служит ньютон \times метр. Эта единица носит название *джоуль* (Дж) в честь английского физика и инженера Джеймса Джоуля. Тело с массой 1 кг, движущееся со скоростью 1 м/с, обладает кинетической энергией 0,5 Дж. При движении с вдвое большей скоростью его кинетическая энергия будет вчетверо больше, 2 Дж. Средний человек (70 кг), бегущий со скоростью 3 м/с (6,75 миль в час), обладает кинетической энергией 315 Дж, автомобиль массой 2 000 кг, едущий со скоростью 30 м/с (67,5 миль в час), будет иметь кинетическую энергию 900 000 Дж.

Энергия может появляться не только в форме кинетической энергии. Рассмотрим тело, прикрепленное к пружине. Чтобы сжать пружину, мы должны совершить некоторую работу. Если делать это очень-очень медленно, практически никакой кинетической энергии при этом не возникнет. Вместо этого произведенная работа превратится в *потенциальную энергию*, которая в данном случае представляет *упругую* потенциальную энергию тела, присоединенного к сжатой пружине. Если отпустить пружину, тело бу-

дет ускоряться силой разжимающейся пружины, и потенциальная энергия будет превращаться в кинетическую энергию. Можно сказать, что потенциальная энергия — это *энергия положения* тела, а кинетическая энергия — *энергия движения* тела.

Сумма потенциальной и кинетической энергий тела называется его полной *механической энергией* (существуют и многие другие формы энергии, которые мы не будем рассматривать: тепловая, химическая, электромагнитная и т. д.). Важное значение имеют случаи, когда механическая энергия остается постоянной. В «музыкальном отношении» важен случай предыдущего примера тела, прикрепленного к пружине и совершающего колебания взад-вперед под действием упругой силы пружины. Можно показать, что результирующее колебание вокруг положения равновесия является *гармоническим* (при условии, что амплитуда остается малой). В момент освобождения растянутой пружины начальная кинетическая энергия тела равна нулю. Однако оно обладает начальной упругой потенциальной энергией, которая с началом колебаний превращается в кинетическую энергию. Всякий раз, когда тело проходит через свое положение равновесия, мгновенное значение упругой потенциальной энергии становится равным нулю, а кинетическая энергия принимает максимальное значение. В процессе гармонического колебания происходит превращение потенциальной энергии в кинетическую и обратно.

Полная механическая энергия остается постоянной при отсутствии *диссипативных сил*. Трение приводит к постепенному уменьшению полной энергии и, следовательно, амплитуды колебаний. Такое движение называется *затухающими колебаниями*. Оно играет крайне важную роль в музыке. В самом деле, многие музыкальные инструменты генерируют затухающие колебания, типичным примером может служить колеблющаяся струна рояля. Действие других внешних сил может приводить к постепенному увеличению механической энергии. Такие силы можно использовать для компенсации диссипативных потерь и поддержания, таким образом, постоянной амплитуды колебаний. Типичный пример — скрипичная струна, возбуждаемая смычком: возникающие при этом силы передают энергию колеблющейся струне со скоростью, равной скорости потери энергии на трение и излучение звука (разд. 4.2).

Теперь мы приходим к последнему, но наиболее важному пункту, касающемуся энергии. Машины (и люди) производят энергию *с определенной быстротой*. Всякая машина (или человек) может произвести почти любое количество энергии — только для этого понадобится очень долгое время! Что в действительности определяет качество, или мощность машины, так это *быстрота*, с которой она может производить энергию (т. е. совершать

работу). Эта быстрота, если она постоянна, определяется соотношением

$$P = \frac{\text{совершенная работа}}{\text{затраченное время}} = \frac{W}{t_2 - t_1}. \quad (8)$$

Здесь W есть работа, совершенная между моментами времени t_1 и t_2 , величина P называется механической *мощностью*. Мощность измеряется в единицах Дж/с, эта единица носит название *ватт* (Вт) (в честь другого английского инженера Джеймса Уатта). Когда вы поднимаетесь по лестнице, ваше тело развивает мощность 300 Вт; электрическая энергия, потребляемая за секунду электроутюгом, составляет примерно 1 000 Вт; максимальная мощность, развиваемая мотором небольшого легкового автомобиля, равна приблизительно 30 кВт (1 лошадиная сила = 0,735 кВт). Тромбон при игре фортиссимо излучает полную акустическую мощность 6 Вт.

Понятие мощности играет наиболее важную роль в физике музыки. В самом деле, наше ухо вовсе не интересуется, какова полная акустическая энергия, достигающая барабанной перепонки, — оно чувствительно к *быстроте* поступления этой энергии, т. е. к акустической *мощности*. Именно эта величина определяет ощущение *громкости*.

3.2. Скорость распространения, длина волны и акустическая мощность

После небольшой экскурсии в область чистой физики, совершенной нами в предыдущем разделе, мы лучше подготовлены к пониманию явления распространения волн. Для этого нам нужно иметь *модель* среды. Мы будем считать, что среда состоит из малых тел заданной массы, связанных между собой сжатыми пружинами (имитирующими упругие силы). Первоначально силы, создаваемые пружинами, взаимно уравновешены, и все точки среды находятся в покое. На рис. 30 показана ситуация, когда точка P внезапно смещается вправо на расстояние x_1 .

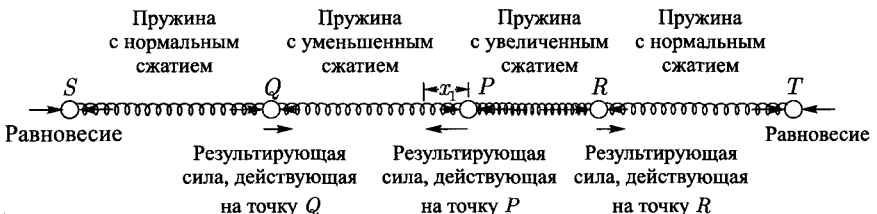


Рис. 30. Одномерная модель упругой среды (сжатые пружины), в которой точка P смещена в продольном направлении

Рассматривая силы на рис. 30, видим, что на точки Q и R , которые первоначально покоятся в соответствующих положениях равновесия, действует *результатирующая* сила, направленная вправо. Другими словами, в соответствии с уравнением Ньютона они ускоряются вправо и начинают двигаться в том же направлении, в котором была вначале смещена точка P . Эта точка, двигаясь обратно к своему положению равновесия, ускоряется результирующей силой, действующей на нее влево (рис. 30). Спустя короткое время, когда точки Q и R двигаются вправо, сжатие пружины между точками R и T начинает увеличиваться, а пружины между точками Q и S — уменьшаться. Легко видеть, что на точки S и T начинает действовать результирующая сила, направленная вправо, которая, в свою очередь, начинает смещать их вправо, при этом точки Q и R могут уже возвращаться влево. Этот процесс происходит снова и снова, смещаясь от точки к точке и представляя распространение волны в обе стороны от точки P . «Фронт» волны есть не что иное как передаваемый от точки к точке приказ: «Начинай двигаться вправо». Этот приказ отдается сжатыми пружинами (их упругими силами). При этом не происходит направленного переноса вещества. Мы называем этот случай *продольной волной*, поскольку смещения точек происходят параллельно направлению распространению волны. В реальном случае звуковой волны, распространяющейся в воздухе, совместное действие пружин на точки P, Q, R, \dots приблизительно соответствует давлению воздуха; изменение этих сил (т. е. изменение расстояний между точками) соответствует *вариациям давления воздуха* в звуковой волне.

Одномерная модель на рис. 30 показывает также, как происходит перенос энергии в упругой волне. Прежде всего, необходимо совершить работу «извне», чтобы создать начальное смещение x_1 точки P , поскольку мы должны изменить длины двух пружин PQ, PR . Другими словами, нам нужен источник энергии. В данном случае начальная энергия выступает в форме потенциальной энергии (энергии положения) точки P . Затем точки справа и слева от точки P начинают двигаться, а длины соответствующих пружин — изменяться. Все эти процессы включают как кинетическую энергию (движение точек), так и потенциальную (сжатие или растяжение пружин). Энергия, первоначально сообщенная точке P , по мере распространения волны переносится от одной точки среды к другой — мы имеем *поток*, или перенос энергии от источника.

Обратимся теперь к случаю, когда пружины в модели не сжаты, а растянуты, так что соседние точки *притягиваются* одна к другой. Физически это соответствует натянутой скрипичной струне. Для продольных смещений (вдоль пружин) получается качественно такая же картина, как и прежде, только все силы, показанные на рис. 30, теперь изменяют на-

правление на противоположное. Но теперь появляется совершенно новая возможность, отсутствовавшая в случае сжатых пружин: мы можем сместить точку P перпендикулярно к направлению x (рис. 31) и получить волну другого типа. Поскольку все пружины теперь тянут точки к себе, результирующая сила F_p на рис. 31 будет сообщать точке P ускорение, направленное вниз к положению равновесия O . Точки Q и R , в свою очередь, будут под действием результирующих сил ускоряться вверх, в направлении, перпендикулярном к смещению x . Это движение представляет поперечную упругую волну, распространяющуюся вправо и влево от точки P . В поперечной волне смещения точек перпендикулярны к направлению распространения. В растянутой среде вроде скрипичной струны могут одновременно распространяться две моды упругой волны — поперечная и продольная.

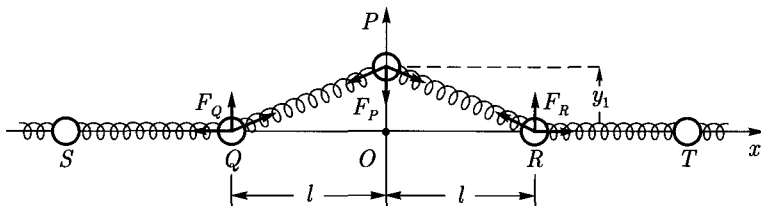


Рис. 31. Одномерная модель упругой среды (растянутые пружины), в которой точка P смещается в поперечном направлении

Теперь найдем *скорость распространения* поперечных волн. Применяя закон Ньютона к отдельным точкам одномерной модели на рис. 31, можно показать, что для струны с натяжением T (выраженным в ньютонах) скорость V_T поперечных упругих волн имеет вид

$$V_T = \sqrt{\frac{T}{d}} \quad (\text{м/с}), \quad (9)$$

где d — *линейная плотность* среды, т. е. *масса, приходящаяся на единицу длины* (в кг/м). Заметим, что чем сильнее натянута струна, тем быстрее распространяются поперечные волны. С другой стороны, чем больше ее плотность, тем медленнее распространяются волны.

Физически эквивалентное соотношение существует для скорости распространения продольных волн в среде с объемной плотностью δ (в кг/м³), давление в которой равно p (в ньютон/м²):

$$V_L = \sqrt{\frac{p}{\delta}} \quad (\text{м/с}). \quad (10)$$

Для идеального газа отношение p/δ оказывается пропорциональным абсолютной температуре t_A , выражаемой в градусах Цельсия или Фаренгейта t_C и t_F с помощью простого преобразования

$$t_A = 273 + t_C = 273 + \frac{5}{9}(t_F - 32) \quad (\text{градусы Кельвина}). \quad (11)$$

Заметим, что в точке замерзания воды ($t_C = 0^\circ\text{C}$, $t_F = 32^\circ\text{F}$) абсолютная температура равна $t_A = 273^\circ$. Хотя обычный воздух не является 100-процентным идеальным газом, с некоторым приближением можно считать его таковым, и тогда скорость звуковых волн в воздухе определяется формулой

$$V_L = 20,1\sqrt{t_A} \quad (\text{м/с}). \quad (12)$$

Эта формула дает значение 331,5 м/с (= 1087 фут/с) при 0°C (32°F) и 344 м/с (= 1130 фут/с) при 21°C (70°F). Численный множитель в формуле (12) относится только к воздуху. В общем случае его значение зависит от *состава* среды, в которой распространяется звук. Например, для чистого водорода он равен 74,0, так что в водороде звук распространяется почти вчетверо быстрее, чем в воздухе. Это приводит к забавному звуковому эффекту, когда человек разговаривает или поет после вдыхания водорода (менее рискованный эксперимент проводился с гелием, для которого численный коэффициент в формуле (12) приблизительно равен 35).

Звук распространяется быстро, но не бесконечно быстро. Это, например, приводит к малой, но заметной *разнице времен прихода* звуковых волн от разных инструментов в большом оркестре и может вызвать серьезные проблемы с синхронизацией ритма. Пианист, впервые играющий на очень большом органе, у которого пульт расположен далеко от большинства труб, вначале может оказаться в полной растерянности из-за запаздывания звука, не синхронизованного с движениями его пальцев. *Реверберация* в зале представляет собой наложение запаздывающих звуковых волн, претерпевших многократные отражения от стен (разд. 4.7).

Рассмотрим теперь очень длинную струну, начальная точка которой приведена в простое гармоническое движение и продолжает бесконечно колебаться под действием некоторой внешней силы. Спустя некоторое время колебаться будут все точки струны, совершая такое же простое гармоническое движение. Если в какой-то момент времени начальная точка находится, скажем, в положении наибольшего смещения, соседние точки еще не дойдут до такого положения или, наоборот, уже пройдут через него, и т.д. На рис. 32 показаны поперечные смещения всех точек струны *в данный момент времени*. Кривая, изображенная на графике, представляет собой

«моментальный снимок» формы струны при прохождении синусоидальной поперечной волны. График на рис. 32 не следует путать с кривой, показанной на рис. 6, где представлена *временная история лишь одной данной точки*. Последняя показывает картину колебаний во времени, тогда как на рис. 32 показана картина волны в пространстве. Кратчайшее расстояние между двумя точками струны, колеблющимися параллельным образом (колеблющимися в фазе, т. е. имеющими одинаковые смещения y в каждый момент времени), называется *длиной волны*. Длина волны обычно обозначается греческой буквой λ (лямбда). Длину волны можно определить также как минимальный пространственный интервал, после которого пространственная картина волны повторяется. Сравните это с определением периода, который представляет минимальный *временной* интервал, после которого повторяется картина колебаний *одной данной точки* (рис. 5, б).

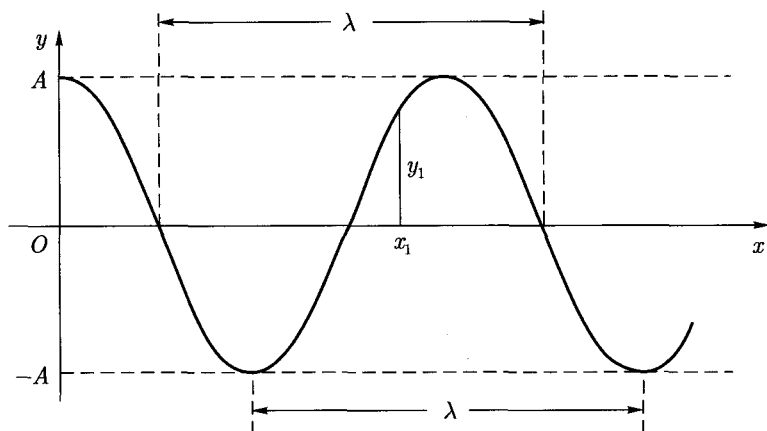


Рис. 32. Мгновенная картина смещений y струны при распространении вдоль нее одночастотной поперечной волны в направлении x

С течением времени моментальная кривая движется вправо со скоростью волны (рис. 33), тем не менее каждая точка струны (например, точка x_1 на рис. 33) совершает движение лишь вверх-вниз. Вправо перемещается конфигурация, т. е. форма струны, но не сама струна. Другими словами, вправо смещается некоторое свойство, например, свойство «находиться в положении максимального смещения» (точки P, Q, R на рис. 33) или «только что пройти через положение равновесия» (точки S, T, U). И, конечно, вправо перемещается *энергия*, потенциальная и кинетическая энергия колебаний вверх-вниз точек струны.

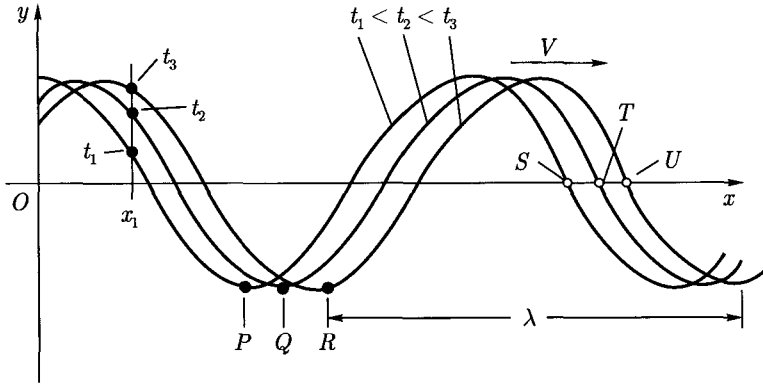


Рис. 33. Три последовательные мгновенные картины поперечной волны в моменты времени t_1, t_2, t_3 . Точки струны смещаются лишь вверх и вниз (в направлении y); вправо, вдоль оси x , перемещается профиль (картина) волны (а также энергия волны)

Существует важное соотношение между скоростью V синусоидальной волны, ее длиной λ и частотой f колебаний отдельных точек. Из рис. 32 видно, что волна перемещается точно на одну длину волны λ за время, которое требуется начальной (или любой другой) точке, чтобы совершить одно полное колебание, т. е. за один период τ . Поэтому для скорости волны можно написать следующую формулу:

$$V = \frac{\text{пройденное расстояние}}{\text{затраченное время}} = \frac{\lambda}{\tau}.$$

Поскольку обратная величина периода равно частоте f (см. соотношение (1)), можно также написать

$$V = \lambda f. \tag{13}$$

Эта формула устанавливает количественную связь между «пространственным представлением» (рис. 32) и «временным представлением» (рис. 6). Соотношение (13) позволяет выразить длину волны поперечной волны в струне через частоту колебаний отдельных точек и скорость распространения (9):

$$\lambda = \frac{1}{f} \sqrt{\frac{T}{d}}. \tag{14}$$

Интересно отметить, что соотношения (9) и (14) в определенной степени применимы к базилярной мембране, если заменить T соответствующим параметром жесткости. Поскольку от основания к вершине жесткость

уменьшается примерно в 10 000 раз (стр. 208), *локальная* скорость распространения и длина волн данной частоты в базилярной мембране в соответствии с формулами (9) и (14) будут уменьшаться в 100 раз по мере продвижения к вершине. Резонансная частота базилярной мембраны также пропорциональна квадратному корню из параметра жесткости. Из энергетических соображений следует, что при распространении волны ее амплитуда будет расти (энергия «накапливается», потому что волна замедляется). Когда волна достигает резонансной области, ее амплитуда достигает максимума, и диссипация энергии становится наибольшей, из-за чего волна быстро сходит на нет за пределами этой области. На рис. 34 схематически показано, как распространяется по базилярной мембране волна, создаваемая одночастотным тоном. Можно ожидать, что при попадании в ухо двух или более чистых тонов (как в случае реальных музыкальных тонов) будут возникать отдельные «волновые пакеты» (один такой показан на рисунке), определяющие различные резонансные области, по одной для каждой частоты (см. рис. 27 и 28). Это в сверхупрошенной форме объясняет, как работает механизм гидромеханического анализа частот. Напомним, что на рис. 34 представлена поперечная волна, в которой отдельные точки совершают колебания вверх-вниз, но картина самой волны (и связанная с ней энергия) распространяется слева направо, при этом амплитуды отдельных колебаний остаются заключенными внутри *огibaющей* волны. Отметим уменьшение длины волны по мере приближения волны к резонансному максимуму. Все точки базилярной мембраны, в том числе и те, которые находятся *вне* резонансной области, колеблются с *одной и той же* частотой, равной частоте исходного чистого тона. И, наконец, если мы сдвигаем частоту этого тона вверх или вниз, полная картина, представленная на рис. 34, будет смещаться, соответственно, к основанию или к вершине⁴⁷.

В случае *продольных волн*, подобных звуковой волне в воздухе, точки совершают колебания в направлении, параллельном направлению распространения волны, и не так просто наглядно представить их положения. Поэтому звуковые волны удобнее представлять как колебания давления. На рис. 35 показаны смещения точек одномерной модели среды при прохождении через нее продольной волны.

⁴⁷Покажем, как возникает «характеристическая частота» нервного волокна в акустическом нерве (стр. 198). Рассмотрим нейрон, соединенный с волосными клетками, находящимися в положении А (рис. 34). Его реакция будет определяться амплитудой локальных колебаний базилярной мембраны. При постепенном повышении частоты предъявляемого тона, начиная с очень низкой, полная картина, показанная на рис. 34, будет перемещаться с дальнего правого края к дальнему левому. Когда *огibaющая* колебаний проходит над точкой А, реакционная способность нейрона увеличивается до максимума (это соответствует характеристической частоте — см. рис. 28) и затем резко спадает, когда картина уходит влево.

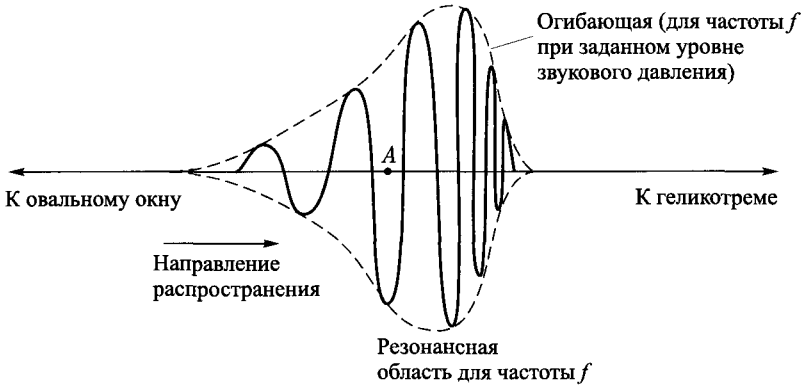


Рис. 34. Схема волны, генерируемой одночастотным тоном и бегущей вдоль базиллярной мембраны. *Сплошная кривая:* мгновенная картина поперечных смещений мембраны (показано без соблюдения масштаба!). Представьте мысленно эту кривую, ограниченную прерывистыми линиями, бегущей вправо и замедляющейся, когда ее амплитуда справа падает до нуля. *Прерывистая кривая:* Огибающая амплитуды (которая остается постоянной, пока не изменится частота и/или амплитуда предъявляемого тона)

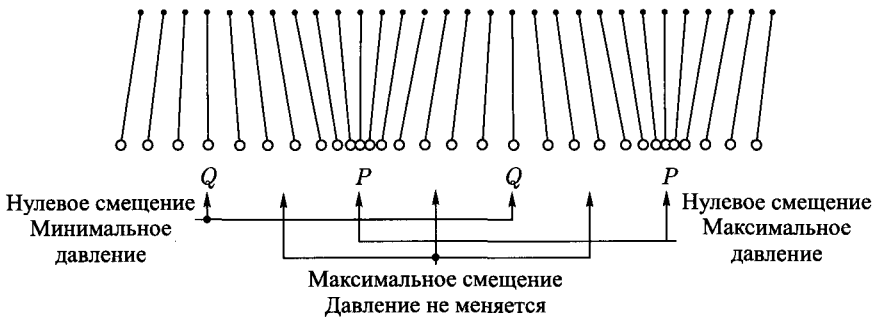


Рис. 35. Продольная волна в одномерной среде. Чтобы показать реальные смещения, каждая точка изображена в виде груза маятника

Заметим, что точки обнаруживают наибольшее сгущение (т. е. максимальное давление) и наибольшее разрежение (минимальное давление) в тех местах, где их смещение равно нулю (это, соответственно, точки P и Q). В тех же местах, где смещения максимальны, обращаются в нуль вариации давления. Это означает, что колебания давления в звуковой волне сдвинуты по фазе на 90° относительно колебаний точек: максимальное изменение

давления (повышение или понижение) происходит в местах, где смещения точек равны нулю, и наоборот, максимальные смещения точек возникают там, где вариации давления равны нулю.

В синусоидальной звуковой волне давление в каждой точке совершает гармонические колебания относительно нормального (невозмущенного) значения (рис. 36). В точке типа *A* все точки среды ближе всего подходят одна к другой (максимальное повышение давления, соответствующее точкам *P* на рис. 35); в точке типа *B* они отодвигаются одна от другой (максимальное понижение давления, соответствующее точкам *Q* на рис. 35). Среднее изменение давления Δp равно амплитуде вариаций давления, деленной на $\sqrt{2}$ ($= 1,41$). С учетом соотношений (12) и (13) получаем для длины синусоидальной звуковой волны в воздухе

$$\lambda = \frac{20,1}{f} \sqrt{t_A} \quad (\text{в метрах}), \quad (15)$$

где t_A — абсолютная температура, определяемая соотношениями (11). Типичные значения длин волн при нормальной температуре приведены на рис. 37.

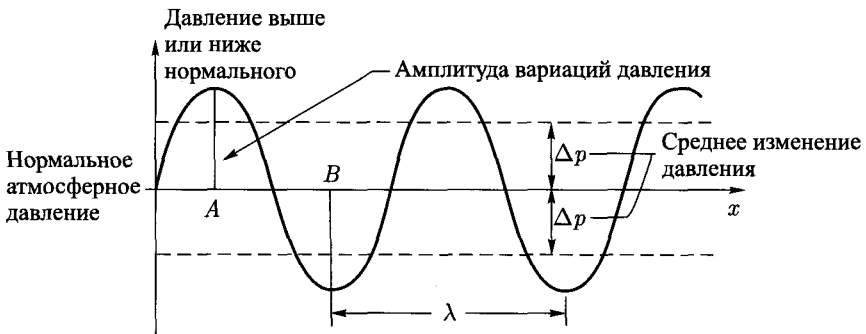


Рис. 36. Изменения давления в данный момент времени t для одночастотной звуковой волны, распространяющейся в направлении x

Упругие волны могут переходить из одной среды в другую, например, из воздуха в воду, из воздуха в стену и обратно в воздух, из струны в деревянный корпус скрипки, а оттуда в окружающий воздух. При каждом таком переходе природа волны может меняться (например, поперечная волна в струне и корпусе превращается в продольную звуковую волну в воздухе). Однако при каждом переходе частота волны остается неизменной. В то же время длина волны будет меняться в соответствии с соотношении-

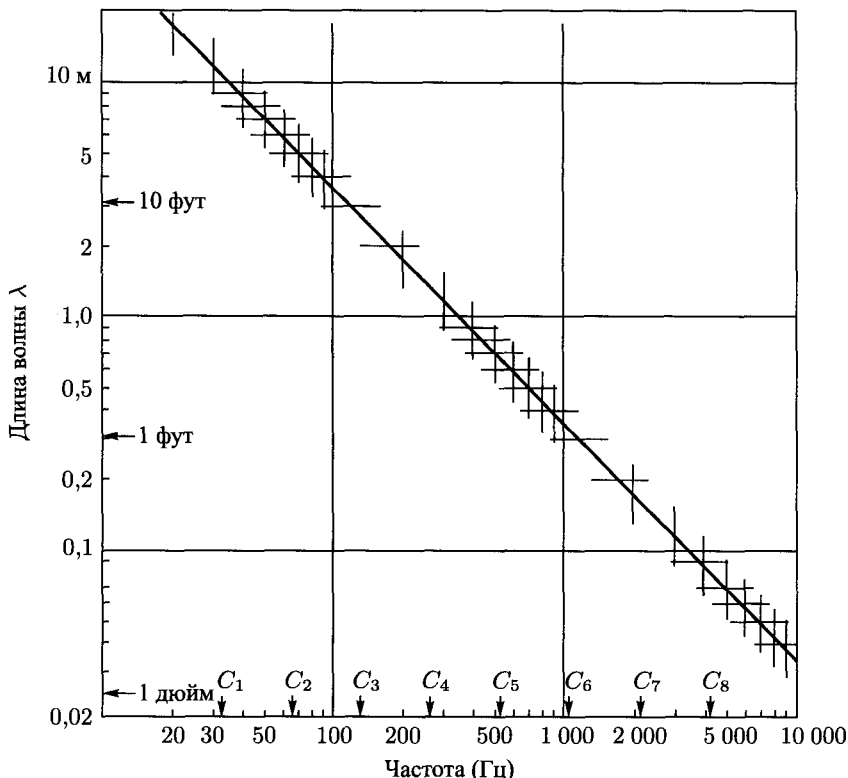


Рис. 37. Длина звуковой волны в воздухе при нормальной температуре как функция частоты (логарифмическая шкала)

ем (13) $\lambda = V/f$. Здесь скорость V меняется от среды к среде, тогда как частота f определяется исключительно начальным колебанием (источником).

Когда упругая волна наталкивается на границу между двумя средами, часть ее *отражается* обратно в исходную среду. Некоторые границы являются почти идеальными отражателями (например, таковы гладкая цементная стена по отношению к звуковым волнам или закрепленные концевые точки натянутой струны по отношению к поперечным волнам). Это явление связано с тем фактом, что точки среды на отражающей границе вынуждены оставаться в покое, нарушая, тем самым, баланс упругих сил, «управляющий» распространением волны. При отражении частота также остается неизменной, тогда как направление распространения при нормальном па-

дении меняется на противоположное (или, в общем случае, отражается под углом, равным углу падения). Амплитуда при этом также остается прежней, если нет поглощения.

В заключение этого раздела рассмотрим *поток энергии*, связанный со звуковой волной. Мы определим его как количество полной механической энергии (потенциальной и кинетической, связанной с упругими колебаниями точек среды), которое переносится за каждую секунду через поверхность единичной площади (1 м^2), перпендикулярную направлению распространения (рис. 38). Поток энергии выражается в джоулях на квадратный метр в секунду ($\text{Дж}/\text{м}^2 \cdot \text{с}$), или, с учетом определения мощности и ее единицы (см. (8)), в $\text{Вт}/\text{м}^2$. Эту величину чаще называют *интенсивностью* и обозначают буквой I . Можно показать, что существует соотношение между интенсивностью синусоидальной звуковой волны и *средним колебанием давления* в волне (см. рис. 36), которое мы обозначим через Δp (оно равно амплитуде вариаций давления, деленной на $\sqrt{2}$):

$$I = \frac{(\Delta p)^2}{V\delta},$$

где V — скорость звуковой волны (12), δ — плотность воздуха. При нормальных значениях температуры и давления имеет место следующее численное соотношение:

$$I = 0,00234 \times (\Delta p)^2 \quad (\text{Вт}/\text{м}^2). \quad (16)$$

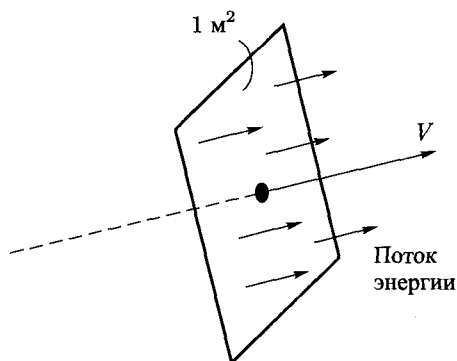


Рис. 38. Поток энергии через поверхность единичной площади, перпендикулярную к направлению потока

Величина Δp измеряется в единицах ньютон/м². Как будет показано в разд. 3.4, наиболее тихий чистый звук частоты 1000 Гц, который мы в состоянии услышать, имеет интенсивность всего 10^{-12} Вт/м². Согласно соотношению (16), это соответствует средней вариации давления $2,0 \times 10^{-5}$ ньютон/м², т.е. всего лишь $2,0 \times 10^{-10}$ нормального атмосферного давления! Эти цифры дают представление о том, насколько чувствительно наше ухо.

Источник звука (музыкальный инструмент или наушник) излучает звуковую энергию по всем направлениям. В общем случае количество энергии, излучаемой за секунду, зависит от выбранного направления. Предположим, что I_1 есть интенсивность, которую имеет в точке A волна, распространяющаяся в направлении, показанном на рис. 39. Это означает, что каждую секунду через поверхность a_1 протекает количество энергии $I_1 a_1$. Если предположить, что потери энергии на этом пути не происходит, то такое же количество энергии будет протекать за секунду через поверхность a_2 в точке A_2 . Следовательно,

$$I_1 a_1 = I_2 a_2.$$

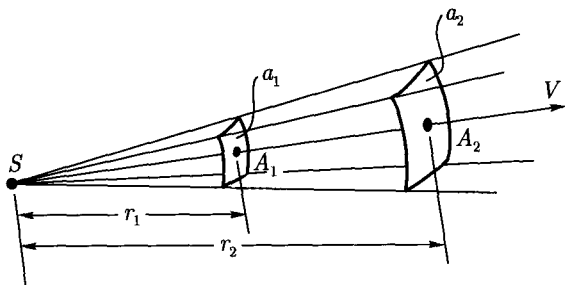


Рис. 39. Радиальный поток звуковой энергии

Поскольку площади поверхностей a_1 и a_2 пропорциональны квадратам их расстояний r_1 и r_2 от источника, интенсивность звуковой волны оказывается обратно пропорциональной квадрату расстояния от источника:

$$\frac{I_1}{I_2} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2. \quad (17)$$

Этот закон перестает выполняться, если учесть отражение и поглощение звука.

Если представить себе, что весь звуковой источник окружен сферической поверхностью, то полное количество энергии, протекающей каждую

секунду через эту поверхность, называется *акустической мощностью* источника. Эта величина представляет темп излучения энергии источником *по всем* направлениям в форме звуковых волн, она измеряется в ваттах. Типичные музыкальные инструменты излучают от 0,01 (кларнет) до 6,4 Вт (тромбон при исполнении фортиссимо).

3.3. Суперпозиция волн. Стоячие волны

При отсутствии отражающих стен звуковые волны распространяются от источника прямолинейно. Как показано в предыдущем разделе, их интенсивность быстро убывает пропорционально $1/r^2$, где r — расстояние от источника. Если мы имеем более одного источника, волны, испускаемые каждым из них, будут распространяться независимым образом, как если бы других волн не было, и суммарный эффект в данной точке среды (например, в слуховом канале) определяется колебаниями давления, представляющими алгебраическую сумму колебаний отдельных волн⁴⁸. Другими словами, *звуковые волны складываются линейно*⁴⁹. Это относится и к бегущим волнам в базилярной мембране при низкой интенсивности звуков, что приводит к появлению двух резонансных областей, независимых одна от другой (двух огибающих, подобных показанной на рис. 34).

Рассмотрим суперпозицию двух чистых звуковых волн с частотами f_1 и f_2 и, в соответствии с соотношением (13), с длинами волн $\lambda_1 = V/f_1$, $\lambda_2 = V/f_2$, которые распространяются *в одном и том же* направлении. Чтобы получить мгновенную картину результирующих вариаций давления, достаточно сложить значения вариаций давления, создаваемых каждой волной в отдельности, в каждой точке x вдоль направления распространения. Поскольку скорость звуковых волн не зависит от частоты (а также от картины колебаний в целом), во всех точках среды будет повторяться в точности одна и та же сложная картина колебаний, разница будет лишь во времени. Поток энергии (т. е. интенсивность суперпозиции двух или более волн со случайными фазами, распространяющихся в одном и том же направлении) равен просто сумме потоков энергии, создаваемых отдельными компонентами:

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + \dots \quad (18)$$

Особенно важен случай, когда две синусоидальные волны одинаковой частоты и одинаковой амплитуды распространяются *во взаимно противо-*

⁴⁸Обратите внимание на то, что складываются вариации давления, а не абсолютные значения давления!

⁴⁹Линейность нарушается при очень громких (интенсивных) звуковых волнах, например, создаваемых взрывом.

положных направлениях. Так, например, обстоит дело, когда синусоидальная волна отражается в данной точке (без поглощения) и уходит обратно, складываясь с пришедшей волной. Рассмотрим сначала поперечные волны в струне (рис. 40). Сложив вклады обеих компонент, мы получим другую синусоидальную волну той же частоты, но с другой амплитудой. Поразительный факт, однако, состоит в том, что эта результирующая волна *вообще не распространяется!* Она остается закрепленной в некоторых точках N_1, N_2, N_3, \dots , называемых *узлами*, которые не совершают колебаний. Точки, расположенные между узлами, колеблются с разными амплитудами в зависимости от их положения. В частности, точки A_1, A_2, A_3, \dots , расположенные посередине между узлами и называемые *антиузлами*, колеблются с максимальной амплитудой (вдвое большей, чем у каждой из слагаемых волн). На рис. 41 показаны последовательные формы струны при распространении двух синусоидальных волн одинаковой амплитуды, бегущих в противоположных направлениях. Такая картина называется *стоячей волной*. Профиль волны периодически меняет амплитуду, но не перемещается ни вправо, ни влево. В один момент времени (t_1) струна претерпевает максимальную деформацию, в другой (t_5) — деформация полностью отсутствует. Как мы увидим в следующем разделе, стоячие волны играют важную роль в музыке, особенно в механизмах генерации звука музыкальными инструментами.

В стоячей волне *отсутствует распространение энергии*. Вся струна действует как одна упругая колеблющаяся пружина: в один момент времени (например, t_5 на рис. 41) все точки проходят через свое положение равновесия и энергия всей струны имеет форму кинетической энергии (энергии движения), в другой (t_1 на рис. 41) все точки находятся в состоянии максимального смещения и энергия полностью потенциальная. Другими словами, в стоячей волне все точки колеблются в фазе. Подчеркнем, что в распространяющейся волне дело обстоит не так. Например, на рис. 32 в каждый момент времени имеются точки в положении максимального отклонения (только потенциальная энергия), точки с нулевым смещением (только кинетическая энергия) и точки в промежуточном положении (оба вида энергии). Более того, в распространяющейся волне все точки колеблются с одной и той же амплитудой, различны лишь моменты времени, в которые достигается наибольшее смещение (разные точки колеблются не в фазе).

Внимательно взглянув на рис. 41, видим, что расстояние l_N между двумя соседними узлами N_1 и N_2 или расстояние l_A между двумя соседними антиузлами A_1 и A_2 точно равно половине длины волны λ :

$$l_N = l_A = \lambda/2. \quad (19)$$

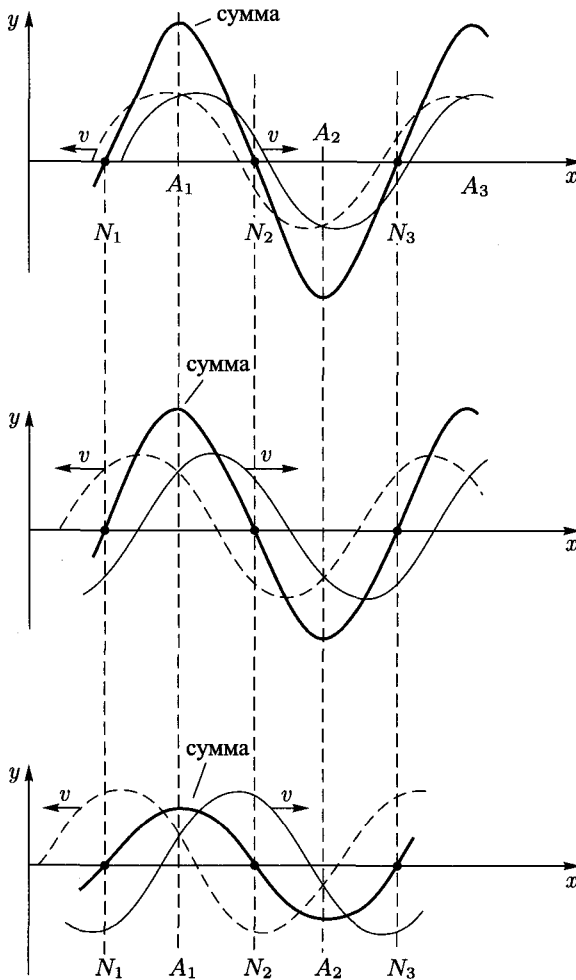


Рис. 40. Суперпозиция двух поперечных волн одинаковой амплитуды и частоты, распространяющихся во взаимно *противоположных* направлениях со скоростями $+V$ и $-V$. Результирующая волна не распространяется, она остается «закрепленной» в узлах N , периодически изменяется только ее амплитуда

Расстояние l_{NA} между узлом N_1 и антиузлом A_1 равно четверти длины волны:

$$l_{NA} = \lambda/4. \quad (20)$$

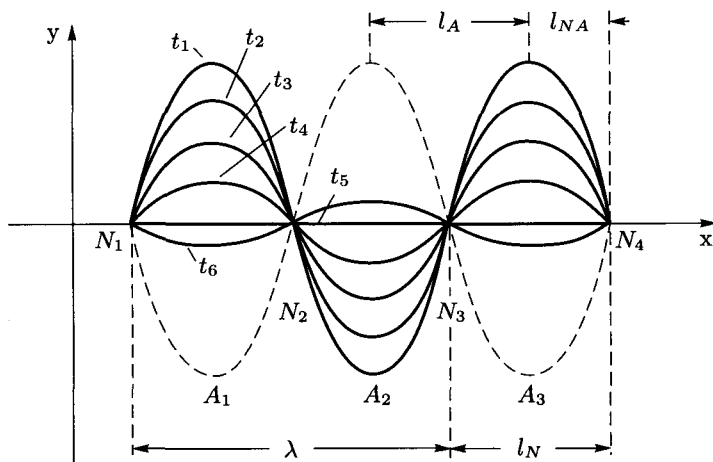


Рис. 41. Последовательное изменение формы струны при колебаниях типа стоячей волны

Стоячие волны могут быть и продольными. Они возникают, когда две звуковые волны с одной и той же частотой и одинаковой амплитудой вариаций давления распространяются в противоположных направлениях. Это происходит, например, когда звуковая волна бежит вдоль трубы и отражается от другого конца; стоячие волны возникают также при отражении от стен в комнатах и залах. Продольные стоячие волны обладают теми же свойствами, что и поперечные, и все вышесказанное к ним также применимо. Необходимо, однако, внести важное дополнение. Как указано в предыдущем разделе, звуковые волны удобнее всего описывать как колебания давления. Мы показали там, что точки с максимальным изменением давления имеют нулевое продольное смещение (рис. 35), а местам с нулевыми вариациями давления соответствуют точки с максимальным смещением. Применительно к случаю стоячей звуковой волны можно выразить это следующим образом: *узлы давления* (т. е. точки, где вариации давления постоянно равны нулю) являются *антиузлами колебаний* (точками, колеблющимися с максимальной амплитудой), тогда как *антиузлы давления* (точки с наибольшей амплитудой колебаний давления) являются *узлами колебаний* (точками, которые остаются в покое).

3.4. Интенсивность, уровень интенсивности звука и громкость

В разд. 2.3 было отмечено, что в случае чистого звука ощущение громкости определяется амплитудой колебаний барабанной перепонки. Эта

амплитуда непосредственно связана со средним изменением давления Δp во входящей звуковой волне и, следовательно, с плотностью акустической энергии, или интенсивностью I , достигающей уха (см. соотношение (16)). Здесь мы начнем с исследования области интенсивностей I чистых звуковых тонов, к которой чувствительно наше ухо. Существуют два предела чувствительности к тону данной частоты: 1) нижний предел, или *порог слышимости*, представляющий минимальную, но еще ощущаемую интенсивность, и 2) *верхний предел слуха* (болевого порога), за которым возникает физиологическая боль, что со временем приводит к повреждению слухового механизма. Оказывается, что эти два предела меняются от одного индивидуума к другому и зависят от частоты предъявляемого звука. В общем случае интервал между этими пределами наибольший на частоте приблизительно 1 000 Гц (это где-то между «си» второй октавы и «до» третьей октавы). Поразительно, какая огромная область интенсивностей заключена между двумя указанными пределами слуха. Действительно, для тона 1 000 Гц средний порог слышимости лежит вблизи 10^{-12} Вт/м², тогда как болевой порог составляет приблизительно 1 Вт/м². Это дает отношение триллион к одному для интенсивностей, к которым чувствительно ухо! В табл. 2 приведены соотношения между интенсивностью звука и ощущаемой громкостью музыкального тона для частоты 1 000 Гц⁵⁰. На этой частоте область интенсивностей, используемых в музыке, простирается от 10^{-9} до 10^{-2} Вт/м². Это все еще огромное отношение в 10 миллионов!

Из-за такого огромного разброса значений единица Вт/м² оказывается непрактичной. Есть и другая причина неудобства ее применения. Дифференциальный порог чувствительности (ДПЧ) данного стимула (разд. 1.4) обычно служит хорошим физическим критерием при выборе подходящей единицы для соответствующей физической величины. Эксперименты показывают, что ДПЧ для *интенсивности тона* приблизительно пропорционален самой интенсивности тона. Такая пропорциональность предполагает, что подходящая единица должна постепенно увеличиваться при повышении интенсивности тона, который мы хотим описать. Это, конечно, приведет к невообразимому усложнению измерений, если только мы не введем какую-то другую величину, которая является некоторой функцией интен-

⁵⁰Обозначения, принятые в музыке, в действительности не представляют абсолютной меры громкости. Например, музыканты будут утверждать, что мы вполне способны воспринимать все фортиссимо и пианиссимо в музыке, исполняемой по радио, при громкости, приглушенной до шепота. В этом случае мы просто используем другие показатели, помимо интенсивности, для субъективной оценки «относительной» громкости, особенно если исполняемая пьеса нам знакома. В то же время систематические эксперименты [110] показали, что интерпретация громкости, обозначаемой в музыкальных текстах, в реальном динамическом контексте сильно зависит от инструмента и охватываемой области частот.

Таблица 2. Сравнение интенсивности звука с ощущением громкости музыкального тона

Интенсивность (Вт/м ²)	Громкость
1	Болевой порог
10 ⁻³	<i>fff</i>
10 ⁻⁴	<i>ff</i>
10 ⁻⁵	<i>f</i>
10 ⁻⁶	<i>mf</i>
10 ⁻⁷	<i>p</i>
10 ⁻⁸	<i>pp</i>
10 ⁻⁹	<i>ppp</i>
10 ⁻¹²	Порог слышимости

сивности. Эта новая величина должна одновременно решить три задачи: 1) «сжать» всю шкалу слышимых интенсивностей до гораздо более узкой области значений; 2) использовать не абсолютные, а относительные значения (например, отнесенные к порогу слышимости); 3) дать более удобную единицу, значение которой близко к минимальному воспринимаемому изменению интенсивности звука.

Такая новая величина вводится следующим образом. Из табл. 2 видно, что эффект громкости связан с *показателем степени*, в которую возводится число 10, при оценке интенсивности звука (левый столбец): -12 соответствует порогу слышимости, -9 — пиано-пианиссимо (*ppp*), -7 — пиано, -5 — форте, -3 — форте-фортиссимо, 0 — болевому порогу ($10^0 = 1$). Это наводит на мысль, что для представления интенсивности нам следует воспользоваться тем, что в математике называется *логарифмической функцией*.

Десятичным логарифмом данного числа является показатель степени, в которую нужно возвести 10, чтобы в результате получить это число. Например, логарифм 100 равен 2, потому что $10^2 = 100$; логарифм 10 000 равен 4, поскольку $10^4 = 10\,000$; логарифм 1 равен нулю, потому что $10^0 = 1$; логарифм 0,000001 равен -6, поскольку $10^{-6} = 0,000001$. Эти соотношения записывают в символической форме: $\lg 100 = 2$; $\lg 10\,000 = 4$; $\lg 1 = 0$; $\lg 0,000001 = -6$. Для любого числа между целыми степенями десятки логарифм можно найти с помощью калькулятора.

Важное свойство состоит в том, что логарифм *произведения* двух чисел равен *сумме* логарифмов этих чисел. Например, логарифм числа, полученного умножением 10^4 на 10^3 , равен 4 *плюс* 3 (т. е. 7), поскольку $10^4 \times 10^3 = 10^{4+3} = 10^7$. В общем случае для любых двух чисел *a* и *b* мы имеем

Таблица 3. Сравнение изменений уровня интенсивности звука IL (в дБ) с изменениями интенсивности

Изменение величины IL	Что при этом происходит с интенсивностью
Прибавление (вычитание) 1 дБ	Умножение (деление) на 1,26
+(-) 3 дБ	$\times(\div) 2$
+(-) 10 дБ	$\times(\div) 10$
+(-) 20 дБ	$\times(\div) 100$
+(-) 60 дБ	$\times(\div) 1\,000\,000$

соотношение $\lg(a \times b) = \lg a + \lg b$. Для логарифма частного a/b вместо этого имеем $\lg(a/b) = \lg a - \lg b$.

Десятичные логарифмы действительно можно использовать в качестве подходящей функции для описания интенсивности звука. За начало отсчета I_0 принимаем порог слышимости (на частоте 1 000 Гц) 10^{-12} Вт/м². Далее вводим величину

$$IL = 10 \times \lg \frac{I}{I_0}. \quad (21)$$

Эта величина называется *уровнем интенсивности звука* (*intensity level*, сокращенно IL). Единицей для ее измерения служит *децибел* (сокращенное обозначение дБ). Для порога слышимости $I/I_0 = 1$ и $IL = 0$ дБ. Для болевого порога $I/I_0 = 10^{12}$ и $IL = 10 \times \lg 10^{12} = 120$ дБ. Типичному «форте» (табл. 2) соответствует уровень интенсивности звука 70 дБ, звуку *ppp* соответствует $IL = 30$ дБ.

Важно отметить, что при измерении величины в децибелах вводится *относительная* мера по отношению к некоторому значению, принимаемому за начало отсчета (например, к порогу слышимости при определении IL). Если умножить интенсивность I на 10, то к значению IL прибавляется 10 дБ, при умножении на 100 следует прибавить 20 дБ, и т. д. Аналогично, когда интенсивность делится на 100, нужно *вычесть* из IL 20 дБ. В табл. 3 приведены некоторые полезные соотношения.

Мы можем использовать соотношение (16), чтобы выразить интенсивность через среднее изменение давления Δp , которое гораздо легче измерить. При этом получается, что минимальный порог I_0 на частоте 1 000 Гц приблизительно соответствует среднему изменению давления $\Delta p_0 = 2 \times 10^{-5}$ ньютон/м² (20 микропаскалей). Согласно соотношению (16), интенсивность I пропорциональна *квадрату* величины Δp , поэтому

$$\lg \frac{I}{I_0} = \lg \left(\frac{\Delta p}{\Delta p_0} \right)^2 = 2 \lg \frac{\Delta p}{\Delta p_0}.$$

Можно ввести величину

$$SPL = 20 \lg \frac{\Delta p}{\Delta p_0}, \quad (22)$$

именуемую *уровнем звукового давления* (*sound pressure level*, сокращенно *SPL*). Для бегущей волны формулы (21) и (22) дают одинаковые численные значения, так что *IL* и *SPL* представляют одно и то же. Однако в случае *стоячих* волн поток энергии вообще отсутствует (разд. 3.3) и интенсивность *I*, входящую в формулу (21), нельзя определить, так что величина *IL* теряет смысл. Тем не менее, понятие среднего изменения давления Δp в данной точке пространства (например, внутри органной трубы) сохраняет смысл; то же относится и к уровню звукового давления. Поэтому соотношение (22) применяется чаще, чем (21). Заметим, что определения величин *IL* и *SPL* вовсе не содержат частоты звуковой волны. Хотя мы упоминали частоту 1 000 Гц, ничто не мешает нам определить *IL* и *SPL* для любой частоты, используя, соответственно, соотношения (21) и (22). От частоты зависят, и очень сильно, субъективные пределы слуха (например, I_0 и Δp_0), а также, в общем случае, *субъективное* ощущение громкости, как мы увидим далее.

При наложении двух звуков одинаковой частоты (и фазы) уровень интенсивности звука (или уровень звукового давления) ведет себя забавным образом. Взглянем на табл. 3. При сложении двух тонов одинаковой интенсивности, что, согласно формуле (18), означает удвоение интенсивности, к уровню интенсивности исходного звука просто добавляются 3 дБ, каково бы ни было реальное значение *IL*. Сложение *десяти* одинаковых тонов (в одной фазе) добавляет к результирующему значению *IL* всего 10 дБ. Чтобы увеличить значение *IL* для данного тона на 1 дБ, мы должны умножить его интенсивность на 1,26, что означает сложение с тоном, интенсивность которого составляет 0,26 (приблизительно 1/4) интенсивности исходного тона.

Минимальное изменение *SPL*, необходимое для различимого изменения в ощущении громкости (ДПЧ для уровня), приблизительно постоянно и составляет 0,2–0,4 дБ для диапазона частот и громкостей, используемого в музыке. Таким образом, децибел, единица измерения *IL* и *SPL*, действительно имеет «разумный размер», близкий к ДПЧ.

Возможен и другой взгляд на ДПЧ для интенсивности и уровня звука. Вместо вопроса, как следует изменить интенсивность *одного* данного тона, чтобы получить едва различимый эффект, можно поставить полностью эквивалентный вопрос: какова минимальная интенсивность I_2 , которую должен иметь *второй* тон той же частоты и фазы, чтобы быть замеченным

в присутствии первого тона, интенсивность которого I_1 поддерживается постоянной? Эта минимальная интенсивность I_2 называется *порогом маскировки*. Исходный тон с постоянной интенсивностью I_1 называется *маскирующим тоном*, дополнительный тон — *маскируемым тоном*. Маскировка играет важную роль в музыке. Здесь мы упомянули лишь о маскировке тонов той же частоты (и фазы), что и у маскирующего тона, далее мы обсудим также маскировку при различных частотах. Соотношение между уровнем маскировки ML (IL маскируемого тона на пороге), ДПЧ уровня звука и IL маскирующего тона можно получить из их определений (основанных на соотношении (18)):

$$ML = 10 \lg \left(\frac{I_2}{I_0} \right), \quad DL = 10 \lg \left(\frac{I_1 + I_2}{I_1} \right), \quad IL = 10 \lg \left(\frac{I_1}{I_0} \right).$$

До сих пор мы имели дело с физическими величинами IL и SPL . Теперь обратимся к психологической величине — *громкости*, соответствующей данному значению SPL . В разд. 1.4 и 2.3 мы упоминали о способности испытуемых оценивать относительную «силу» двух ощущений одного и того же рода, отмечая при этом трудности, возникающие при необходимости абсолютных количественных сравнений. В случае громкости суждения о том, звучат ли два чистых тона одинаково громко, обнаруживают очень малый разброс при переходе от одного индивидуума к другому. Однако для определения того, *на сколько* один тон громче другого, требуется предварительная тренировка, и результаты у разных людей сильно различаются.

Тона с одинаковым значением SPL , но разной частоты в общем случае оцениваются как имеющие разную громкость. Поэтому при сравнении тонов разной частоты SPL не может служить подходящей мерой громкости. В экспериментах по определению *линий равной громкости*⁵¹ величина SPL на частоте 1 000 Гц принималась за начало отсчета. Результаты показаны на рис. 42 [44]. От вертикальной прямой, соответствующей частоте 1 000 Гц, в обе стороны, соответствующие более низким и более высоким частотам, проведены кривые, представляющие значения SPL для тонов, которые оцениваются как имеющие ту же громкость, что и эталонный тон частотой 1 000 Гц. Отметим, в качестве примера, что в то время как SPL в 50 дБ (интенсивность 10^{-7} Вт/м²) на частоте 1 000 Гц оценивается как «пиано», то же значение SPL едва слышно на 60 Гц. Другими словами, чтобы обеспечить заданную громкость (например, «форте») на низких частотах, требуется гораздо большая интенсивность (поток энергии), чем

⁵¹Эксперименты по «согласованию громкостей» проводились подобно опытам по согласованию высот звуков.

на 1 000 Гц. Поэтому при постепенном удалении от неподвижного источника звука мы перестаем слышать басовые тона гораздо раньше, чем высокие. По той же причине нам приходится покупать более дорогую электронную технику, если мы хотим слышать хорошо сбалансированные басы.

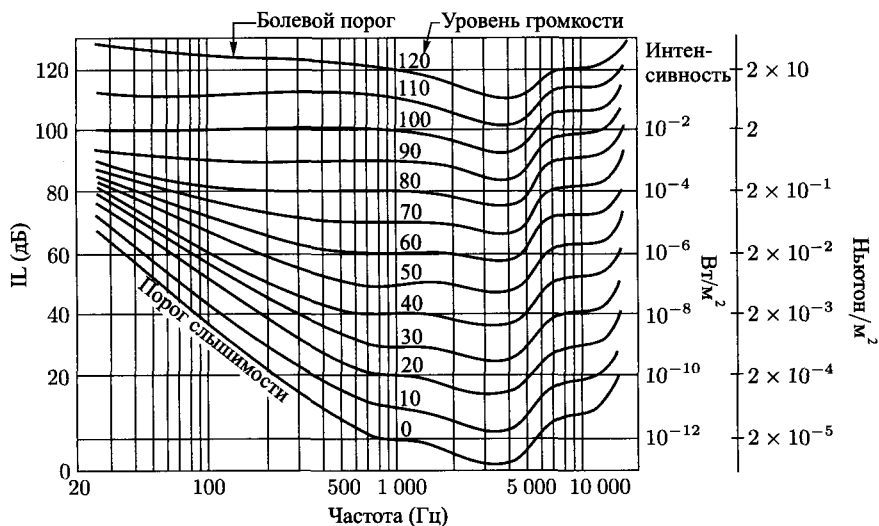


Рис. 42. Линии равной громкости [44] на диаграмме зависимости уровня звуковой громкости (IL) от частоты. Показаны также соответствующие шкалы интенсивности звука ($Вт/м^2$) и среднего изменения давления ($Ньютон/м^2$)

Нижняя кривая на рис. 42 представляет порог слышимости для различных частот. Здесь опять-таки видно, что чувствительность уха значительно уменьшается при переходе к низким (а также к очень высоким) частотам. Максимальная чувствительность достигается вблизи 3 000 Гц. Форма этой пороговой кривой определяется акустическими свойствами слухового прохода и механическими свойствами цепочки слуховых косточек в среднем ухе. Отметим, что все приведенные кривые представляют значения, усредненные по большому числу испытуемых. Подчеркнем также, что линии на рис. 42 относятся лишь к *одиночным, непрерывно звучащим чистым тонам*. Далее мы обсудим, что происходит с ощущением громкости, когда тон имеет короткую протяженность (менее секунды). Исследования показали [104], что контуры равной громкости оказываются зависящими от частоты эталонного тона (на рис. 42 эта частота принята равной 1 000 Гц).

Теперь перейдем к теме, в изложении и понимании которой порой возникает путаница. Введем новую величину, называемую *уровнем громкости* (обозначается LL). Она определяется следующим образом: LL тона частоты f равен SPL тона частоты 1 000 Гц, имеющего такую же громкость. Это означает, что кривые на рис. 42 являются линиями постоянного уровня громкости. Единица для измерения LL носит название *фон*. Можно использовать рис. 42, чтобы найти LL тона с заданным значением SPL на произвольной частоте f . Возьмем, например, тон с $SPL = 70$ дБ ($I = 10^{-5}$ Вт/м²) при 80 Гц. Мы видим, что кривая, которая проходит через эту точку, пересекает прямую 1 000 Гц на уровне 50 дБ. Таким образом, LL данного тона составляет 50 фонов. В общем случае числа вдоль прямой 1 000 Гц представляют значения LL в фонах для соответствующих линий постоянной громкости.

Подчеркнем, что величина LL , несмотря на название, является не психофизической, а *физической*. Она представляет те интенсивности, или значения SPL , которые звучат столь же громко, но не претендует на абсолютную меру ощущаемой громкости: тон с вдвое большим значением LL не звучит вдвое громче! Было проведено много исследований для определения субъективной шкалы громкостей. На рис. 43 показан результат [156], связывающий «субъективную громкость» L с *уровнем громкости* LL в области, представляющей интерес для музыки. Величина L , описывающая субъективную громкость, измеряется единицей, получившей название *сон*. Указанная связь нелинейна (на рис. 43 для громкости используется так называемая логарифмическая шкала). Она такова, что при увеличении значения LL на 10 фонов громкость L просто *удваивается*. Это, в частности, означает, что *десять* инструментов, исполняющих данную ноту с одним и тем же значением LL , субъективно оцениваются как звучащие лишь *вдвое* громче, чем один инструмент!

Было показано [157], что связь между громкостью L и интенсивностью волны I , или средним изменением давления Δp , приближенно описывается простой зависимостью:

$$L = C_1 \sqrt[3]{I} = C_2 \sqrt[3]{(\Delta p)^2}, \quad (23)$$

где C_1 и C_2 — параметры, зависящие от частоты. Эта зависимость изображена штриховой линией на рис. 43, которая лежит в пределах статистических флуктуаций результатов реальных измерений (не показанных на рисунке). Здесь нет логарифмической зависимости, описываемой формулами (21) и (22). Тем не менее остается значительное «сжатие» шкалы субъективной громкости: чтобы увеличить громкость L от 1 до 200, интенсивность I должна быть увеличена в 8 000 000 раз.

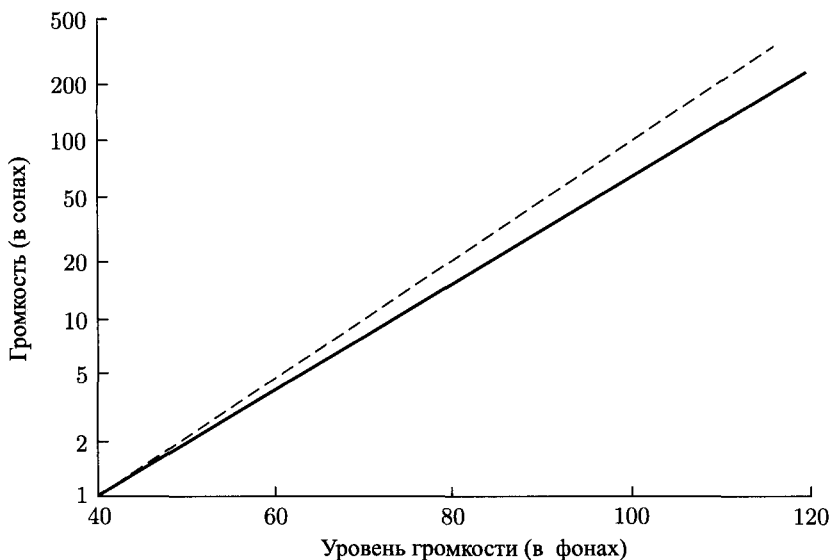


Рис. 43. Сплошная линия: Экспериментальное соотношение между психологической громкостью и физическим уровнем громкости [156]. Штриховая линия: Степенной закон (23) [157]

При сложении двух или более тонов одинаковой частоты (со случайными фазами) результирующий тон имеет интенсивность, равную сумме интенсивностей отдельных тонов: $I = I_1 + I_2 + I_3 + \dots$ (то же относится и к потоку энергии). Поскольку в данном случае отдельные тона неотличимы один от другого, эта полная интенсивность определяет результирующую громкость, фигурирующую в формуле (23). Очевидно, что результирующая громкость L не будет равна сумме громкостей отдельных тонов. Иная ситуация возникает, когда слагаемые волны имеют *разную частоту*. Можно выделить следующие три режима.

1. Если частоты всех слагаемых тонов лежат *внутри критической полосы* центральной частоты (разд. 2.4), результирующая громкость по-прежнему связана с полной интенсивностью (потоком энергии), равной сумме отдельных интенсивностей:

$$L = C_1 \sqrt[3]{I_1 + I_2 + I_3 + \dots} \quad (24)$$

Это свойство позволяет определить критическую полосу [180] точнее, чем в разд. 2.4.

2. Если разброс частот стимула, состоящего из многих тонов, *превышает критическую полосу*, результирующая субъективная громкость будет *больше*, чем при простом суммировании интенсивностей (24), увеличиваясь с ростом разности частот и стремясь к значению, которое определяется суммой громкостей отдельных тонов из соседних критических полос [181]:

$$L = L_1 + L_2 + L_3 + \dots \quad (25)$$

Если отдельные громкости L_1, L_2, \dots значительно различаются, необходимо учитывать также эффекты маскировки. На практике предельная громкость (25) никогда не достигается.

3. При большой разности частот отдельных тонов ситуация становится более сложной. Прежде всего возникают трудности, связанные с понятием полной громкости. Люди стремятся сосредоточить внимание лишь на *одном* из слагаемых тонов (например, на наиболее громком или имеющем наиболее высокую частоту) и приписывают ощущение полной громкости всего одной компоненте⁵²:

$$L = \text{максимум суммы } (L_1 + L_2 + L_3 + \dots). \quad (26)$$

Все это играет важную роль в музыке. Например, две органнх трубы одинакового типа и одной высоты звучат лишь в 1,3 раза громче, чем одна такая труба (табл. 3). Если их высоты различаются на полутон или целый тон, их совместная громкость будет по-прежнему превосходить громкость одной трубы приблизительно в 1,3 раза (поскольку полутон и целый тон лежат внутри критической полосы, см. рис. 15). Однако два тона, разделенные интервалом в большую терцию, будут звучать громче предыдущей комбинации. Эти факты хорошо известны органным мастерам и композиторам уже много веков. Поскольку громкость отдельных тонов органа не удается контролировать вручную, как в случае струнных или деревянных духовых инструментов, громкость звучания органа можно регулировать, лишь изменяя число одновременно звучащих труб. Но как сказано в предыдущем абзаце, суммирование громкостей более эффективно при значительной разности частот тонов (см. соотношение (25)), поэтому для этой цели используются регистры, звучащие на одну (4-футовый регистр), две (2-футовый регистр) и более октав выше написанной ноты (а также ниже 16-футового регистра)⁵³. С другой стороны, громкостью можно управлять без добавле-

⁵² Существует известная аналогичная ситуация, связанная с ощущением боли. Если уколоть в двух местах, очень близких одно к другому, то боль будет «вдвое сильнее», чем при одиночном уколе. Если же места уколов находятся достаточно далеко одно от другого, нам трудно ощутить некую «общую боль». Вместо этого мы сосредоточиваемся на источнике наибольшей боли.

⁵³ Такое добавление приводит к изменению тембра (см. разд. 4).

ния или вычитания регистров путем изменения количества одновременно звучащих нот. Каждый новый голос, входящий в фугу, увеличивает субъективную громкость пьесы, подобно каждой дополнительной ноте в аккорде. Некоторые органисты исполняют финальные аккорды фуг Баха, включая дополнительные регистры. Это представляется абсурдным — сам Бах программировал желаемое увеличение громкости, просто записывая больше нот, чем число голосов, используемых в фуге!⁵⁴

Мы рассматривали суммирование громкости при одновременном звучании двух или более тонов, но пока не обсуждали, что происходит с порогом слышимости тона, когда он звучит в присутствии другого тона. Если частоты обоих тонов совпадают, этот порог определяется уровнем маскировки (см. стр. 250). Если частоты различны, то уровень маскировки определяется минимальным уровнем интенсивности, который должен превысить маскируемый тон, чтобы его можно было «выделить» и расслышать в отдельности в присутствии маскирующего тона. Порог интенсивности изолированных чистых тонов (нижняя кривая на рис. 15) заметно изменяется (повышается), если одновременно присутствуют другие тона. Наиболее знакомое нам проявление маскировки — это невозможность вести разговор при наличии сильного шума. На рис. 44 показан уровень маскировки ML чистого тона частоты f_0 в присутствии другого чистого тона с заданными характеристиками (с частотой 415 Гц и уровнем интенсивности IL) [41]. Для различных значений IL маскирующего тона представлен уровень ML над порогом слышимости (нижняя кривая на рис. 15), до которого должен быть повышен маскируемый тон. Области, близкие к f_0 (точные части кривых), должны быть экстраполированы к значениям, определяемым ДПЧ для громкости (стр. 249). Здесь важную роль играют биения, которые сами по себе не имеют ничего общего с маскировкой. При больших значениях IL возникают дополнительные осложнения, связанные с появлением слуховых гармоник на частотах $2f_0$, $3f_0$ и т. д. (разд. 2.5). Отметим асимметрию кривых при больших значениях IL (связанную с этими слуховыми гармониками): тон заданной частоты f_0 маскирует высокие частоты эффективнее, чем низкие. В то же время маскировка приводит к небольшому изменению высоты одночастотного маскируемого тона из-за асимметричного распределения возбуждения базилярной мембраны маскирующим тоном (рис. 34).

⁵⁴ Многие органы в стиле барокко имеют регистр, именуемый «Zimbelstern» («цимбальная звезда»), в виде миниатюрных цимбал или колокольчиков, укрепленных на вращающейся звезде поверх корпуса органа. Этот регистр использовался для усиления громкости финального аккорда (без какого-либо влияния на его гармонию, поскольку частоты выше 5 000 Гц не действуют на восприятие периодических тонов в обычной музыкальной области частот).

Теперь перейдем к теме, в изложении и понимании которой порой возникает путаница. Введем новую величину, называемую *уровнем громкости* (обозначается LL). Она определяется следующим образом: LL тона частоты f равен SPL тона частоты 1 000 Гц, имеющего такую же громкость. Это означает, что кривые на рис. 42 являются линиями постоянного уровня громкости. Единица для измерения LL носит название *фон*. Можно использовать рис. 42, чтобы найти LL тона с заданным значением SPL на произвольной частоте f . Возьмем, например, тон с $SPL = 70$ дБ ($I = 10^{-5}$ Вт/м²) при 80 Гц. Мы видим, что кривая, которая проходит через эту точку, пересекает прямую 1 000 Гц на уровне 50 дБ. Таким образом, LL данного тона составляет 50 фонов. В общем случае числа вдоль прямой 1 000 Гц представляют значения LL в фонах для соответствующих линий постоянной громкости.

Подчеркнем, что величина LL , несмотря на название, является не психофизической, а *физической*. Она представляет те интенсивности, или значения SPL , которые звучат столь же громко, но не претендует на абсолютную меру ощущаемой громкости: тон с вдвое бóльшим значением LL не звучит вдвое громче! Было проведено много исследований для определения субъективной шкалы громкостей. На рис. 43 показан результат [156], связывающий «субъективную громкость» L с *уровнем громкости* LL в области, представляющей интерес для музыки. Величина L , описывающая субъективную громкость, измеряется единицей, получившей название *сон*. Указанная связь нелинейна (на рис. 43 для громкости используется так называемая логарифмическая шкала). Она такова, что при увеличении значения LL на 10 фонов громкость L просто *удваивается*. Это, в частности, означает, что *десять* инструментов, исполняющих данную ноту с одним и тем же значением LL , субъективно оцениваются как звучащие лишь *вдвое* громче, чем один инструмент!

Было показано [157], что связь между громкостью L и интенсивностью волны I , или средним изменением давления Δp , приближенно описывается простой зависимостью:

$$L = C_1 \sqrt[3]{I} = C_2 \sqrt[3]{(\Delta p)^2}, \quad (23)$$

где C_1 и C_2 — параметры, зависящие от частоты. Эта зависимость изображена штриховой линией на рис. 43, которая лежит в пределах статистических флуктуаций результатов реальных измерений (не показанных на рисунке). Здесь нет логарифмической зависимости, описываемой формулами (21) и (22). Тем не менее остается значительное «сжатие» шкалы субъективной громкости: чтобы увеличить громкость L от 1 до 200, интенсивность I должна быть увеличена в 8 000 000 раз.

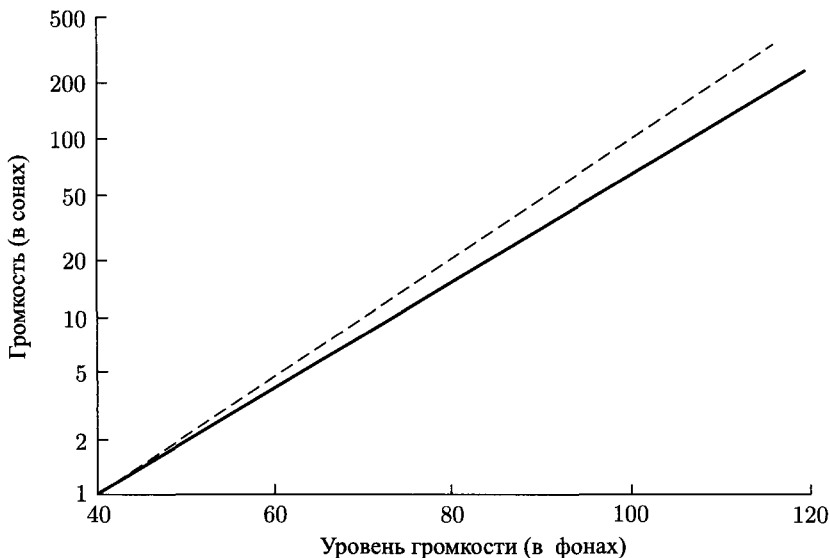


Рис. 43. Сплошная линия: Экспериментальное соотношение между психологической громкостью и физическим уровнем громкости [156]. Штриховая линия: Степенной закон (23) [157]

При сложении двух или более тонов одинаковой частоты (со случайными фазами) результирующий тон имеет интенсивность, равную сумме интенсивностей отдельных тонов: $I = I_1 + I_2 + I_3 + \dots$ (то же относится и к потоку энергии). Поскольку в данном случае отдельные тона неотличимы один от другого, эта полная интенсивность определяет результирующую громкость, фигурирующую в формуле (23). Очевидно, что результирующая громкость L не будет равна сумме громкостей отдельных тонов. Иная ситуация возникает, когда слагаемые волны имеют *разную частоту*. Можно выделить следующие три режима.

1. Если частоты всех слагаемых тонов лежат *внутри критической полосы* центральной частоты (разд. 2.4), результирующая громкость по-прежнему связана с полной интенсивностью (потоком энергии), равной сумме отдельных интенсивностей:

$$L = C_1 \sqrt[3]{I_1 + I_2 + I_3 + \dots} \quad (24)$$

Это свойство позволяет определить критическую полосу [180] точнее, чем в разд. 2.4.

2. Если разброс частот стимула, состоящего из многих тонов, *превышает критическую полосу*, результирующая субъективная громкость будет *больше*, чем при простом суммировании интенсивностей (24), увеличиваясь с ростом разности частот и стремясь к значению, которое определяется суммой громкостей отдельных тонов из соседних критических полос [181]:

$$L = L_1 + L_2 + L_3 + \dots \quad (25)$$

Если отдельные громкости L_1, L_2, \dots значительно различаются, необходимо учитывать также эффекты маскировки. На практике предельная громкость (25) никогда не достигается.

3. При большой разности частот отдельных тонов ситуация становится более сложной. Прежде всего возникают трудности, связанные с понятием полной громкости. Люди стремятся сосредоточить внимание лишь на *одном* из слагаемых тонов (например, на наиболее громком или имеющем наиболее высокую частоту) и приписывают ощущение полной громкости всего одной компоненте⁵²:

$$L = \text{максимум суммы } (L_1 + L_2 + L_3 + \dots). \quad (26)$$

Все это играет важную роль в музыке. Например, две органнх трубы одинакового типа и одной высоты звучат лишь в 1,3 раза громче, чем одна такая труба (табл. 3). Если их высоты различаются на полутон или целый тон, их совместная громкость будет по-прежнему превосходить громкость одной трубы приблизительно в 1,3 раза (поскольку полутон и целый тон лежат внутри критической полосы, см. рис. 15). Однако два тона, разделенные интервалом в большую терцию, будут звучать громче предыдущей комбинации. Эти факты хорошо известны органнм мастерам и композиторам уже много веков. Поскольку громкость отдельных тонов органа не удается контролировать вручную, как в случае струнных или деревянных духовых инструментов, громкость звучания органа можно регулировать, лишь изменяя число одновременно звучащих труб. Но как сказано в предыдущем абзаце, суммирование громкостей более эффективно при значительной разности частот тонов (см. соотношение (25)), поэтому для этой цели используются регистры, звучащие на одну (4-футовый регистр), две (2-футовый регистр) и более октав выше написанной ноты (а также ниже 16-футового регистра)⁵³. С другой стороны, громкостью можно управлять без добавле-

⁵²Существует известная аналогичная ситуация, связанная с ощущением боли. Если уколоть в двух местах, очень близких одно к другому, то боль будет «вдвое сильнее», чем при одиночном уколе. Если же места уколов находятся достаточно далеко одно от другого, нам трудно ощутить некую «общую боль». Вместо этого мы сосредоточиваемся на источнике наибольшей боли.

⁵³Такое добавление приводит к изменению тембра (см. разд. 4).

ния или вычитания регистров путем изменения количества одновременно звучащих нот. Каждый новый голос, входящий в футу, увеличивает субъективную громкость пьесы, подобно каждой дополнительной ноте в аккорде. Некоторые органисты исполняют финальные аккорды фут Баха, включая дополнительные регистры. Это представляется абсурдным — сам Бах программировал желаемое увеличение громкости, просто записывая больше нот, чем число голосов, используемых в футе!⁵⁴

Мы рассматривали суммирование громкости при одновременном звучании двух или более тонов, но пока не обсуждали, что происходит с порогом слышимости тона, когда он звучит в присутствии другого тона. Если частоты обоих тонов совпадают, этот порог определяется уровнем маскировки (см. стр. 250). Если частоты различны, то уровень маскировки определяется минимальным уровнем интенсивности, который должен превысить маскируемый тон, чтобы его можно было «выделить» и расслышать в отдельности в присутствии маскирующего тона. Порог интенсивности изолированных чистых тонов (нижняя кривая на рис. 15) заметно изменяется (повышается), если одновременно присутствуют другие тона. Наиболее знакомое нам проявление маскировки — это невозможность вести разговор при наличии сильного шума. На рис. 44 показан уровень маскировки ML чистого тона частоты f_0 в присутствии другого чистого тона с заданными характеристиками (с частотой 415 Гц и уровнем интенсивности IL) [41]. Для различных значений IL маскирующего тона представлен уровень ML над порогом слышимости (нижняя кривая на рис. 15), до которого должен быть повышен маскируемый тон. Области, близкие к f_0 (точечные части кривых), должны быть экстраполированы к значениям, определяемым ДПЧ для громкости (стр. 249). Здесь важную роль играют биения, которые сами по себе не имеют ничего общего с маскировкой. При больших значениях IL возникают дополнительные осложнения, связанные с появлением слуховых гармоник на частотах $2f_0$, $3f_0$ и т. д. (разд. 2.5). Отметим асимметрию кривых при больших значениях IL (связанную с этими слуховыми гармониками): тон заданной частоты f_0 маскирует высокие частоты эффективнее, чем низкие. В то же время маскировка приводит к небольшому изменению высоты одночастотного маскируемого тона из-за асимметричного распределения возбуждения базилярной мембраны маскирующим тоном (рис. 34).

⁵⁴ Многие органы в стиле барокко имеют регистр, именуемый «Zimbelstern» («цимбальная звезда»), в виде миниатюрных цимбал или колокольчиков, укрепленных на вращающейся звезде поверх корпуса органа. Этот регистр использовался для усиления громкости финального аккорда (без какого-либо влияния на его гармонию, поскольку частоты выше 5 000 Гц не действуют на восприятие периодических тонов в обычной музыкальной области частот).

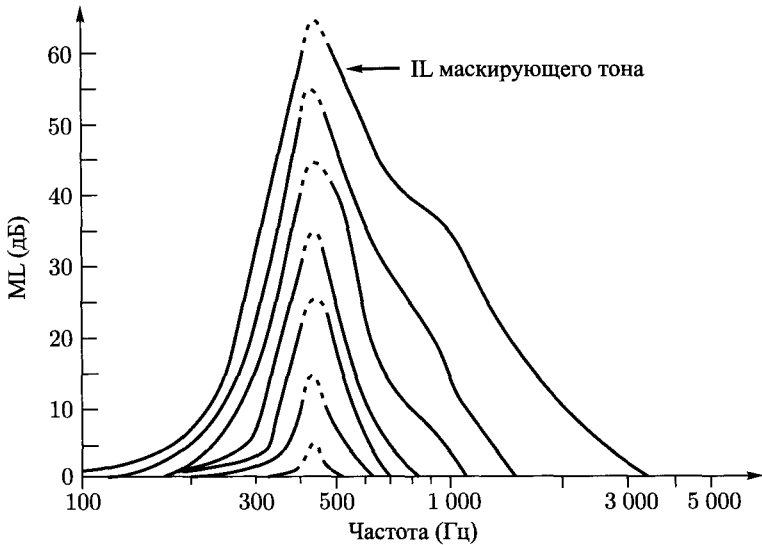


Рис. 44. Уровень маскировки, соответствующий чистому тону 415 Гц для различных значений уровня звука [41] маскирующего тона

Маскировка играет важную роль в полифонической музыке, особенно при оркестровке. Во многих случаях присутствие в музыкальной партитуре таких инструментов, как гобой или фагот, не имеет смысла, если одновременно с ними должны звучать фортиссимо медные духовые инструменты. Аналогично, добавление флейтовых регистров или других мягко звучащих струнных регистров органа к звучанию *тutti* диапазонных, смешанных или язычковых регистров нецелесообразно с точки зрения громкости.

Наконец, следует упомянуть о влиянии *продолжительности* звучания тона на ощущение громкости (называемое *временным интегрированием*). Прежде всего, существует *временной порог* — минимальная продолжительность, которую должен иметь данный чистый звук, чтобы он воспринимался как музыкальный тон. Минимальная длительность составляет 10–15 мс, или, как минимум, 2–3 периода при частоте ниже 50 Гц; более короткие звуки воспринимаются не как тона, а как щелчки⁵⁵. Звуки, продолжающиеся дольше 15 мс (или более 2–3 периодов), можно различать как тона определенной высоты и громкости, однако субъективная громкость зависит

⁵⁵Существует общий физический принцип, согласно которому частота колебаний (а следовательно, и соответствующая высота тона) не может быть определена с точностью, лучшей, чем обратная величина длительности колебаний.

от продолжительности тона [125]. Чем короче звуковой импульс, тем ниже его громкость при заданной физической интенсивности звука (или заданном потоке энергии) [135]. На рис. 45 показано, как зависит относительное уменьшение громкости от длительности тона для различных частот. Заметим, что предельное значение отклика быстрее достигается на более высоких частотах, — уже через полсекунды громкость принимает постоянное значение, зависящее только от интенсивности (эта зависимость показана на рис. 43). Маскировка (рис. 44) также обнаруживает существенную и довольно сложную зависимость от длительности коротких маскирующих тонов; подробности можно найти в книге [179]. В общем случае ощущение громкости коротких тонов в первом приближении связано не столько с мгновенным значением потока энергии (с интенсивностью звуковой волны), сколько с полным количеством акустической энергии, передаваемой этим тоном уху (т. е. с интенсивностью, умноженной на длительность). Похоже, что в данном случае ощущение громкости определяется полным числом нервных импульсов, возбуждаемых данным коротким тоном [183] (см. также следующий раздел).

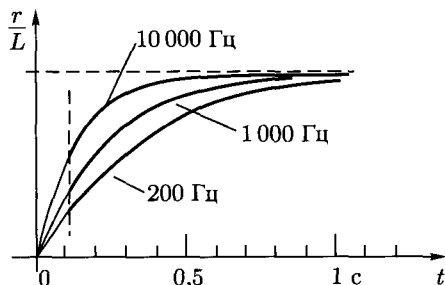


Рис. 45. Относительная громкость чистых тонов короткой протяженности t . По вертикальной оси отложено отношение r/L реально ощущаемой громкости r к громкости L стационарного тона той же частоты и амплитуды

При длительном звучании возникает эффект *адаптации*, состоящий в уменьшении субъективной громкости, когда тон постоянной интенсивности слышен в течение нескольких минут⁵⁶. Несмотря на большие различия между разными испытуемыми, в экспериментах по согласованию громкостей обнаружили некоторые общие черты [147]. При одном и том же значении *SPL* адаптация ускоряется с повышением частоты (высокочастотные

⁵⁶Это не следует путать с акустической усталостью — психологическим процессом, благодаря которому наш мозг способен игнорировать постоянный, но ненужный сигнал.

тона «выключаются» быстрее). Для тонов одинаковой частоты адаптация замедляется при увеличении *SPL* (при *SPL* более 40 дБ эффект адаптации исчезает). В общем случае для частот и значений *SPL*, встречающихся в музыке, субъективная громкость тона спадает после 100 с, а затем остается постоянной.

Ослабление громкости коротких тонов играет важную роль при исполнении музыки. Если мы хотим играть на рояле пассажи «стаккато» с заданной громкостью, мы должны ударять по клавишам гораздо сильнее, чем если бы мы исполняли те же ноты «легато» с той же громкостью⁵⁷. Этот эффект гораздо сильнее проявляется в незатухающих тонах, например, в звуках органа. Действительно, органист имеет возможность регулировать субъективную громкость одной данной ноты, задавая ее правильную длительность. Фразировка при игре на органе есть искусство динамического управления длительностью звучания нот (это относится лишь к коротким тонам — см. рис. 45). Адаптация играет не маловажную роль в музыке, именно для борьбы с ней в верхнем диапазоне частот были придуманы трели. При этом на низких частотах адаптация не столь существенна, что доказывается использованием «органного пункта». Важная роль таких временных эффектов в музыке оправдывает проведение многочисленных исследований затухания и адаптации.

3.5. Механизм восприятия громкости и связанные с этим процессы

Какие физические, физиологические и нервные процессы ответственны за расхождение между ограниченной субъективной шкалой громкости и гигантской областью ощущаемых интенсивностей исходного звука (см. табл. 2 и соотношение (23))? При обсуждении восприятия первичного тона (разд. 2.3) мы уже сталкивались с подобным «логарифмическим сжатием»: шкала ощущаемых частот, простирающаяся от 20 Гц до приблизительно 16 000 Гц, охватывает всего 9 октав высоты тона. Там такое сжатие было обусловлено в основном механическими резонансными свойствами кохлеарной мембраны: кривая на рис. 10 имеет вид, близкий к логарифмической зависимости положения x резонансной области на базилярной мембране от частоты f чистого тона.

Что касается механизма восприятия громкости, то здесь сжатие носит частью нервный, частью механический характер. При наличии чистого тона

⁵⁷Со звуками, извлекаемыми из музыкальных инструментов, дело обстоит сложнее: во время нарастания звука, которое может достигать нескольких десятых секунды, происходит естественное изменение интенсивности и спектра, при этом не стоит забывать про эффект реверберации (см. разд. 4.7).

частота возбуждения первичных нейронов, связанных с сенсорными клетками в центре области максимальной резонансной амплитуды (т. е. с волокнами, обладающими той же характеристической частотой, см. стр. 209), становится выше спонтанного уровня. Это увеличение частоты зависит от амплитуды стимула монотонным, но нелинейным образом [144]. В самом деле, когда последняя увеличивается, скажем, в 100 раз (согласно соотношению (22), это соответствует $SPL = 40$ дБ), частота возбуждения повышается всего в 3–4 раза. Другой элемент, определяющий сжатие шкалы громкости, имеет следующую природу. При высоких значениях SPL частота возбуждения первичных нейронов *насыщается* на уровне, лишь в несколько раз превышающем частоту спонтанного возбуждения. Любое дальнейшее увеличение интенсивности не вызывает существенного изменения частоты возбуждения — нейроны просто не могут передавать импульсы с частотой выше этого предельного значения (определяемого временем восстановления после каждого импульса, см. разд. 2.8). Отдельные волокна слухового нерва с близкими характеристическими частотами имеют сильно различающиеся пороги возбуждения (значения SPL , необходимые для повышения частоты возбуждения выше спонтанного уровня). Повышение уровня стимула, необходимое для достижения насыщения, для различных волокон может меняться от 20 до 40 дБ и более. В результате ансамбль слуховых нейронов, обслуживающих данную область базилярной мембраны, может покрывать широкую динамическую область акустической системы путем надлежащего разделения функций. При систематическом изучении индивидуальных характеристик слуховых нейронов Либерман [91] выделил три группы: волокна с высокой спонтанной частотой возбуждения (более 20 импульсов в секунду) и низкими порогами, волокна с очень низкими спонтанными частотами (менее 0,5 импульсов в секунду) и высокими пороговыми значениями, распределенными в широкой области (до 50–60 дБ), и группа с промежуточными значениями спонтанных частот и порогов. Каждая группа волокон имеет свои характеристики клеток (диаметр и архитектуру синаптического контакта с внутренними волосными клетками). Интересно, что каждая внутренняя волосная клетка получает волокна от всех трех групп. Это позволяет *одной* отдельной сенсорной клетке передавать сигналы, распределенные по широкой динамической области, — и это еще одна причина, по которой с каждой внутренней волосной клеткой контактирует так много афферентных волокон (см. стр. 209). В соответствии с этими результатами интенсивность звука кодируется как *частотой возбуждений*, так и *типом* акустического нервного волокна, переносящего информацию.

Предыдущее утверждение нуждается в дополнении. По мере увеличения интенсивности чистого тона амплитуда волны, бегущей по базилярной

мембране, увеличивается всюду, а не только в области резонансного пика. Это позволяет нейронам с характеристической частотой, *отличной* от частоты приходящей звуковой волны (эти нейроны соединены с волосными клетками, лежащими вблизи резонансной области, но не в ней самой), увеличивать частоту возбуждений при превышении их (нерезонансных) порогов (см. рис. 46). Таким образом, повышение интенсивности приводит к увеличению полного числа передаваемых импульсов — либо из-за повышения частоты возбуждения каждого нейрона, либо вследствие увеличения полного числа активированных нейронов. Этот последний эффект зависит в основном от формы распределения амплитуд колебаний мембраны — т. е. от чисто механического свойства.

Соотношение между субъективной громкостью и полной частотой возбуждения качественно объясняет основные свойства суммирования

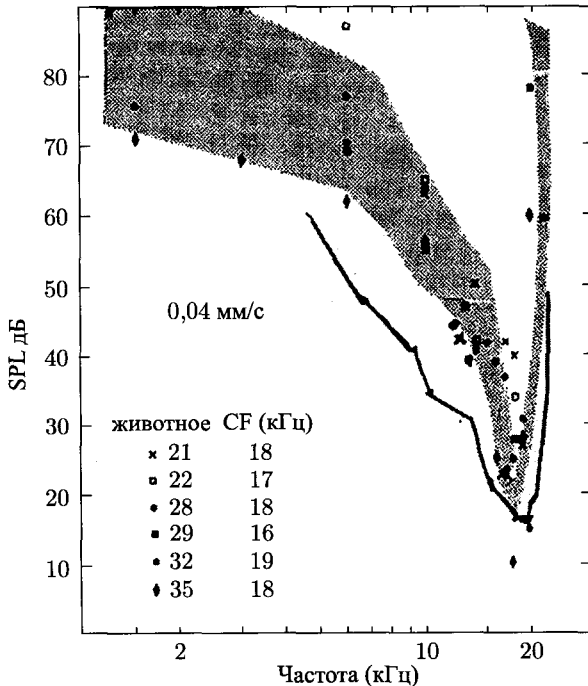


Рис. 46. Сравнение базиллярной мембраны (сплошная кривая) и нервного возбуждения. Заштрихованная область соответствует кривым настройки десяти волокон акустического нерва, соединенных с одной и той же областью базиллярной мембраны [76]

громкости (разд. 3.4). Для одновременно звучащих тонов с частотами, отличающимися более чем на критическую полосу, полная сумма передаваемых нервных импульсов приближенно равна сумме частот импульсов, переносимых каждой компонентой в отдельности, так что полная громкость стремится к сумме *громкостей* каждого тона (см. соотношение (25)). Наоборот, для тонов, частоты которых лежат внутри критической полосы, со значительным перекрытием резонансных областей на базилярной мембране, полное число импульсов будет определяться амплитудой локальных колебаний базилярной мембраны, связанных с суммой *интенсивностей* исходных стимулов (см. соотношение (24)).

Зависимость ощущения громкости (и порогов маскировки) от продолжительности звучания тона (рис. 45) указывает на *временную* зависимость процесса обработки акустического сигнала. Нервный механизм обработки сигнала выходит на «стационарный режим» лишь через несколько десятых долей секунды. Важно еще раз подчеркнуть, что, к счастью для музыки, во время этого установления стационарного режима ощущение высоты тона устойчиво с самого начала (за исключением первых десятков миллисекунд).

Как отмечалось в разд. 1.2, для тона постоянной частоты имеется слабая зависимость между высотой и громкостью. Для тонов выше 2 000 Гц высота растет при увеличении громкости и наоборот, ниже 1 000 Гц имеет место обратная зависимость [173]. Эксперимент по согласованию высот показывает, что увеличение *SPL* от 40 до 80 дБ вызывает повышение тона 5 000 Гц на 2 % и понижение тона 150 Гц на 1,5 % [165]. При звучании громкого финального аккорда в условиях реверберации (например, в исполнении большого органа в кафедральном соборе) многие слушатели ощущают неприятное понижение тона во время затухания звука. Этот эффект, вероятно, связан с асимметрией распределения возбуждений по базилярной мембране (см. рис. 34) и с нелинейностью нервного отклика из-за насыщения, — изменение интенсивности вызывает сдвиг центральной точки возбуждения (даже если частота остается постоянной), приводящий к изменению ощущения первичного тона [60]. Другим следствием этой асимметрии может быть малое, но вполне заметное изменение высоты чистого тона фиксированной частоты при наложении другого тона иной частоты [160, 173]. Этот эффект может проявляться в музыкальной тональности (разд. 5.4)⁵⁸. Заметим, что такое изменение высоты не объясняется временным механизмом!

Теперь вернемся к поставленному выше (стр. 185) вопросу о механизме обнаружения *первичного* тона: если чистый тон заданной интенсив-

⁵⁸Следует отметить, что изменение высоты тона происходит также при изменении давления в кохлеарной жидкости (например, при зевоте) или при изменении ее химического состава (например, при инъекции лекарств в спинномозговую жидкость).

ности и частоты создает на базилярной мембране резонансные колебания, охватывающие конечную пространственную область Δx , и первичный тон кодируется в форме пространственного положения x активированных волокон, то как возникает ощущение только одной высоты? Аналогичный механизм действует и в зрительной системе, создавая важные эффекты усиления контраста [133]. В зрительной системе этот процесс «усиления резкости» осуществляется нервной сетью (частично в сетчатке), которая концентрирует (или «канализирует») активность в небольшое число нейронов, окружающих область «покоя», или торможения нейронов, тем самым увеличивая контраст. До 1970-х годов считалось, что в слуховой системе имеется аналогичный нервный механизм выделения тона. Однако недавние исследования улитки выявили удивительные электромеханические свойства наружных волосных клеток, ответственные за возникновение нелинейной обратной связи, усиливающей и концентрирующей слуховую настройку до преобразования в нервные сигналы. Этот процесс будет рассмотрен в следующем разделе.

3.6. Музыка из ушей. Отоакустическое излучение и кохлеарные механизмы

Музыка из ушей?! Ну... не совсем, но почти!

В изучении и понимании механизма слуха можно выделить три основных периода. Первый связан с именем Гельмгольца [172], который предположил, что базилярная мембрана действует как анализатор спектра на основе механического возбуждения стоячих волн (картина «маленьких резонаторов в ухе»). Второй период с 1940-х до 1970-х годов прошел под знаком экспериментов фон Бекеша [171], которые показали, что поступающий звук выявляет пространственно ограниченную бегущую гидромеханическую волну, у которой положение максимума амплитуды определяется частотой входного сигнала (картина «колышашегося флага», рис. 34). Третий, нынешний период начался в 70-х годах с обширного ряда экспериментов и теоретических исследований, показавших, что бегущие волны фон Бекеша локально усиливаются посредством *электромеханического* процесса, в котором наружные волосные клетки благодаря их (неожиданной) подвижности работают как сенсоры механической силы и одновременно как элементы механической обратной связи (см. подробный обзор Даллоса [28]). Это усиление от цикла к циклу наиболее заметно в случае *слабых* сигналов, что объясняет высокую чувствительность и динамический диапазон слуха. Обратная связь может приводить к автоколебаниям или резонансу после прекращения действия внешнего стимула, а это создает колебания улитки

в акустической области, которые можно зарегистрировать как слабые тона с помощью высокочувствительного микрофона, плотно вставленного в наружный слуховой канал [81].

Такое *отоакустическое излучение*, хотя и не имеет непосредственного отношения к музыке, является отражением процесса, который может объяснить некоторые замечательные способности слуховой системы, порой взаимно противоречивые:

- 1) Восприятие звука, который вызывает смещение сенсорных элементов лишь на доли нанометра (10^{-9} м).
- 2) Чувствительность к динамическому диапазону интенсивностей по крайней мере миллиард к одному.
- 3) Отклик на нестационарные процессы, измеряемые долями микросекунды.
- 4) Частотное разрешение с точностью, намного лучшей, чем могут обеспечить чисто механические элементы базилярной мембраны.

Новые исследования на клеточном уровне обнаружили, что улитка «представляет эволюционный триумф миниатюризации. . . , наиболее сложное механическое устройство в человеческом теле, содержащее более миллиона активно движущихся частей. . . , звуковой усилитель и анализатор частот, заключенные в объеме маленькой бусинки» [69, 70].

Измерения движения базилярной мембраны фон Бекеша проводили на препарированных улитках мертвых животных, обнаруживающих широкие резонансные области для одночастотных тонов. Когда стало возможно регистрировать нервные импульсы от отдельных волокон живого слухового нерва (см. разд. 2.8), оказалось, что последние гораздо точнее настроены⁵⁹ на некоторую характеристическую частоту, чем показывает довольно несовершенный частотный анализ базилярной мембраны. Это пролило свет на процесс выделения тона, который прежде приписывался действию нервной системы, как в случае зрения. Однако многие недавние исследования с привлечением эффекта Мёссбауэра и лазерной техники, выполненные на *живых* животных, обнаружили гораздо более точную настройку самой базилярной мембраны. На рис. 46 демонстрируется сравнение настройки базилярной мембраны и нервного механизма [76]. Сплошная кривая представляет значение *SPL* приходящей звуковой волны *заданной частоты*, на которое базилярная мембрана отвечает *данной скоростью максимума* (на рисунке это 0,04 мм/с) в *данной точке*, где находится радиоактивный

⁵⁹ «Точная настройка» означает, что полоса частот, на которую откликается нейрон, очень узка; «нерезкая настройка» означает, что отклик возникает в широкой области частот.

источник (эта кривая называется линией настройки на постоянную скорость). Глубокий максимум на частоте 18 кГц показывает, что в рассматриваемой точке базилярная мембрана наиболее чувствительна к сигналам этой частоты (чтобы создать такую скорость, требуется *SPL* всего 20 дБ). На октаву ниже, при 9 кГц, для той же скорости нужен сигнал на 15 дБ сильнее. В то же время кривая настройки нервного механизма (заштрихованная область на рис. 46) представляет *минимум SPL* сигнала данной частоты, на которую реагирует волокно, соединенное с данной точкой (например, увеличивает частоту возбуждения до превышения порога). Между настройкой базилярной мембраны и нервного механизма существует большее сходство, чем можно было ожидать на основании ранних измерений, проводимых на улитках мертвых животных. Микроэлектродные измерения на внутренних волосных клетках показывают, что соответствующие настроечные кривые очень похожи на такие кривые для афферентных нервных волокон; это означает, что процесс заострения резонанса в живых улитках должен происходить где-то в перегородке улитки, скорее всего в субтекториальном пространстве (рис. 9, а).

В настоящее время мёссбауэровская спектроскопия и новая лазерная техника позволяют проводить гораздо более точные измерения движения базилярной мембраны живых животных [77, 142, 143]. Результаты показывают, что при реальных условиях настроечные кривые базилярной мембраны действительно очень близки к таковым для внутренних волосных клеток или нервных волокон, связанных с тем же местом мембраны. Более того, измерения показывают, что резкость настроечной кривой базилярной мембраны значительно увеличивается, когда *SPL* стимула убывает в сторону порога. В самом деле, для данного одночастотного тона волокно слухового нерва, соединенное с резонансной областью, увеличивает свой отклик при увеличении амплитуды стимула, однако увеличение отклика, *отнесенное к увеличению входного сигнала* (т. е. отношение выход/вход в дБ/дБ) при низких интенсивностях стимула примерно в пять раз больше, чем при высоких. Такая «нелинейность» отклика объясняет обострение настроечных кривых и сжатие отклика при высокой интенсивности, приводящие к замечательному динамическому диапазону нашего уха (см. разд. 3.5).

Теоретические исследования показывают, что *источником энергии* для механизма усиления не может служить исходный звуковой сигнал [32]. Чувствительность, резкая частотная избирательность и нелинейность отклика базилярной мембраны должны быть связаны с активной механической обратной связью, создаваемой наружными волосными клетками. Это подтверждается тем фактом, что эти клетки могут *изменять форму* (в основном, длину) со звуковой частотой при электростимуляции [78]. Изменения

формы влияют на локальную деформацию кохлеарной перегородки бегущей волной, возвращая затраченную энергию, что приводит к усилению волны. Подвижность наружных волосных клеток обеспечивается совместным действием молекул сократительного престоина (белка, название которого происходит от музыкального темпа *presto*), обнаруженных в латеральных мембранах клеток; скорость их действия настолько высока, что исключает электромеханические механизмы, подобные тем, которые действуют в обычных мышечных волокнах. Недавние измерения генерации сил стереоцилиями (см. стр. 208) наружных волосных клеток (точнее, связанными пучками стереоцилий) показали возможность существования второго механизма, связанного с механическими колебаниями [82].

Поскольку представляется определенным, что активация кохлеарного механизма обратной связи локально включается механической активацией самих наружных волосных клеток, можно ожидать, что этот процесс может управляться командами центральной нервной системы через эфферентные волокна оливокохлеарного пучка (см. стр. 223). Из-за насыщения отклика наружных волосных клеток при высоких уровнях стимуляции такое обратное действие ограничено низкими уровнями входного сигнала, не более 40 дБ над порогом. Очевидно, что для обеспечения необходимого быстрого действия слуховой системы детектирование и усиление сигналов должно быть связано с процессами, происходящими *внутри* одной клетки, поскольку акустическая система не может позволить себе работать в неторопливом темпе нервной системы с ее временными масштабами в несколько миллисекунд и более!

В целом современное понимание [1,24,28] механизма кохлеарного усиления, которое поддерживает механический отклик базилярной мембраны, для *одночастотного тона* состоит в следующем:

1. Синусоидальные колебания «поршня» в круглом окне (рис. 8, б) выделяют на базилярной мембране бегущую волну, у которой максимум амплитуды занимает на мембране положение, зависящее от частоты.
2. Локальные колебания вверх-вниз улавливаются стереоцилиями наружных волосных клеток, и этот процесс включает в каждой клетке электрический сигнал, заставляя сжиматься молекулы моторных белков и изгибаться соответствующие пучки стереоцилий синхронно с предъявляемым стимулом. Нервные сигналы от эфферентного оливокохлеарного пучка могут влиять на этот процесс в соответствии с командами, поступающими от мозга.
3. Внутренние волосные клетки воспринимают механические колебания кохлеарной жидкости и преобразуют их в нервные сигналы в контактирующих волокнах.

4. Синфазная механическая реакция наружных волосных клеток усиливает (гидродинамически или путем «сотрясения» текториальной мембраны) локальные колебания базилярной мембраны.
5. При достижении некоторого верхнего предела клеточные реакции выравниваются или насыщаются, в противном случае... см. пункт (2)!

Возникает вопрос: почему описанный процесс обострения действует только в области максимального резонанса на базилярной мембране для данной частоты входного сигнала? В конце концов, колебания, хотя и с убывающей амплитудой, существуют и вдали от места максимальной амплитуды бегущей волны (рис. 28 и 34). Другими словами, почему усиливается не *вся* картина колебаний базилярной мембраны? Должен действовать какой-то второй механизм настройки! В самом деле, существуют экспериментальные указания на то, что *сами стереоцилии* настраиваются на *локальную* резонансную частоту и потому эффективно реагируют, только когда частота проходящей волны согласуется с частотой локального резонанса [82], а это происходит *только* вокруг резонансного максимума, соответствующего частоте входного сигнала (рис. 34)⁶⁰.

Другая загадка связана с влиянием тепловых шумов. Стереоцилия вращается вокруг своего основания и запускает возбуждающий электрический импульс в соответствующей клетке при отклонении до некоторого определенного направления (и тормозящий импульс при противоположном направлении; при перпендикулярном направлении эффект не возникает, и это объясняет фазовую чувствительность возбуждения волокна слухового нерва, см. рис. 24). Поразительно, что порогу слышимости соответствует отклонение реснички всего на 0,003 градуса! Можно показать, что столь малые смещения должны возникать даже в отсутствие *всякой* акустической стимуляции из-за так называемого броуновского движения в эндолимфатической жидкости (мельчайшие частицы жидкости беспорядочно дрожат вследствие равновесных тепловых флуктуаций). Однако случайный шум смягчается тем фактом, что стереоцилии связаны в пучок сверхтонкими молекулярными нитями и двигаются как единое целое. Здесь, скорее всего, действует довольно универсальный физический механизм, называемый *самоорганизованной критичностью* [24].

⁶⁰ Электрофизиологические исследования показывают, что частоты, к которым наиболее чувствительны волосные клетки, обратно пропорциональны длине пучков волосков, которая на протяжении базилярной мембраны увеличивается в несколько раз от основания (высокочастотного края) до вершины (низкочастотного края). Все это наблюдалось на улитках низших позвоночных, и пока не ясно, в какой степени это распространяется также на высших млекопитающих и человека.

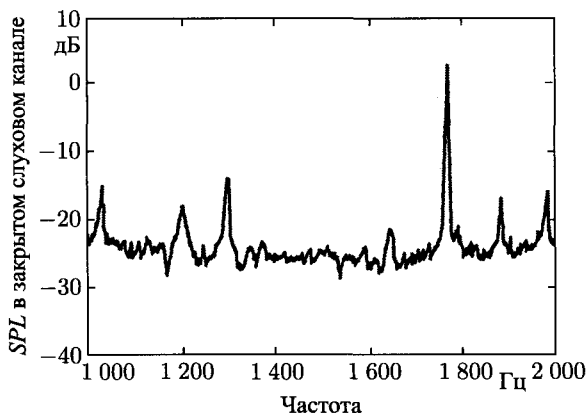


Рис. 47. Пример спектра частот отоакустического излучения [179], измеренного чувствительным микрофоном в закрытом наружном слуховом канале. Нулевое значение SPL соответствует порогу слышимости

В заключение вернемся к «музыке из ушей». Как отмечалось выше, отоакустическое излучение представляет очень слабые звуки, которые можно обнаружить в плотно закрытом слуховом канале, уровень этих звуков обычно намного ниже порога слышимости. Существуют два основных типа — спонтанное излучение звука и излучение, вызываемое внешними звуковыми стимулами. На рис. 47 показан пример спектра спонтанного отоакустического излучения [179] (нулевое значение SPL соответствует порогу слышимости). Спонтанное излучение сильно варьирует от одного человека к другому. Приблизительно у 50% людей с нормальным слухом обнаруживается одно или несколько таких излучений, то же имеет место у большинства животных. Отсутствие излучения *не* свидетельствует о каких-то аномалиях слуха (тиннитус, или «звон в ушах» в большинстве случаев не имеет отношения к излучению). Частота излучения охватывает область от 400 до 4000 Гц, чаще всего от 1000 до 2000 Гц; для данного субъекта интенсивность излучения может заметно меняться в течение дня и даже варьировать в более коротких временных масштабах, однако частоты для каждой улитки весьма стабильны. Вызванное отоакустическое излучение измерить труднее, требуются передатчик, сформированный на зонде, и более сложный анализ микрофонных записей. Можно выделить два класса: излучение, возникающее одновременно с пробным тоном, и запаздывающий отклик на короткие звуковые импульсы. Есть некоторое сомнение, не является ли отоакустическое излучение побочным продуктом опи-

санной выше нелинейной обратной связи с участием наружных волосных клеток. Не известно, почему оно возникает в какой-то момент и почему имеет определенные частоты, можно лишь отметить, что схемы с активной обратной связью в общем случае обладают способностью к самовозбуждению и резонансу, возникающему после возбуждающего стимула. Отоакустическое излучение не играет никакой роли в музыке, однако является важным клиническим диагностическим средством; за дальнейшей информацией мы отсылаем интересующегося читателя к медико-технической литературе [4, 48, 179].

4. Генерация музыкальных звуков и сложных тонов. Восприятие тембра

В двух предыдущих разделах два главных параметра музыкального тона, высота и громкость, анализировались в основном на примере чистых одночастотных тонов. Но это не те тона, которые играют главную роль в музыке. Музыка строится из *сложных* тонов, каждый из которых представляет суперпозицию чистых тонов, смешанных в некоторой пропорции, чтобы представить нашему мозгу некоторое синтетическое целое. При этом появляется третий существенный параметр — звучание тона, или *тембр*, который определяется сочетанием чистых звуков, или гармонических компонент, в сложном тоне (см. разд. 1.2).

В большинстве музыкальных инструментов звуковые волны порождаются колебанием струн или столба воздуха. В разд. 5 мы назвали это первичными колеблющимися элементами. Энергия, необходимая для поддержания колебаний, обеспечивается механизмом возбуждения, при этом финальный выход акустической энергии определяется резонатором. Комнату или концертный зал, в котором звучит музыкальный инструмент, можно рассматривать как естественное «продолжение» самого инструмента, играющее существенную роль в формировании того звука, который реально достигает ушей слушателя.

В этом разделе мы обсудим, каким образом в музыкальных инструментах создаются реальные музыкальные тона, как они образуют суперпозиции чистых тонов, как они взаимодействуют с окружающей средой комнат или залов и как все это приводит к восприятию тембра и узнаванию музыкальных инструментов⁶¹. Мы закончим раздел кратким обзором познавательных функций мозга, связанных с восприятием сложных тонов.

⁶¹ Подробное физическое и математическое исследование музыкальных инструментов с многочисленными иллюстрациями и обширной библиографией можно найти в трактате Флетчера и Россинга [45].

4.1. Стоячие волны в струне

Рассмотрим натянутую струну, закрепленную в фиксированных точках P и Q (рис. 48). Струна имеет длину L и массу на единицу длины d ; силу натяжения T можно менять, например, изменяя массу m тела, подвешенного к струне, как показано на рисунке. Будем дергать струну или ударять по ней в некоторой точке. От области первоначального возмущения будут влево и вправо распространяться два импульса поперечных упругих волн, как показано в разд. 3.2, со скоростью, определяемой соотношением (9). Достигнув точек закрепления P и Q , эти импульсы будут отражаться, при этом положительный, или «прямой», импульс будет превращаться в отрицательный, или «обратный», и наоборот. Спустя некоторое время (весьма короткое из-за высокой скорости волн в натянутой струне), вдоль струны будут одновременно распространяться волны в обоих направлениях. Другими словами, энергия упругих волн «захватывается» участком струны, расположенным между точками P и Q , которые всегда остаются в покое. Если бы не было потерь, такая ситуация сохранялась бы, и струна колебалась бы бесконечно долго. Однако из-за трения и утечки через точки P и Q накопленная энергия будет постепенно теряться, и волны будут затухать⁶². Пока такую диссипацию мы учитывать не будем.

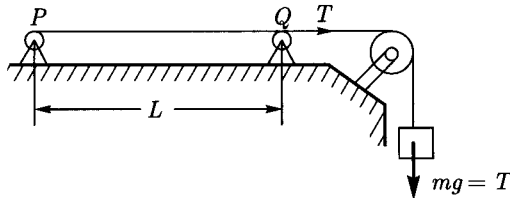


Рис. 48. Демонстрационный прибор («сонометр») для изучения стоячих волн на струне длины L с регулируемым натяжением T

В соответствии с изложенным в разд. 3.3 мы видим, что такая картина волн, бегущих вдоль струны в противоположных направлениях, напоминает ситуацию, возникающую в стоячей волне. Действительно, можно математически показать, что *стоячие волны представляют единственно возможную устойчивую форму колебаний струны с закрепленными концами, при этом точки закрепления P и Q играют роль узлов*.

Отсюда вытекает очень важное следствие. Из всех мыслимых видов стоячих волн возможны лишь те, узлы которых находятся в точках P и Q .

⁶²Именно эта энергия, «утекающая» через фиксированные точки (в основном через подставку), преобразуется в звуковую энергию резонансным корпусом струнного инструмента.

Другими словами, разрешены только такие синусоидальные стоячие волны, которые «укладываются» между точками P и Q целое число раз (рис. 49), т. е. для которых длина струны L кратна расстоянию между узлами l_N , определяемому соотношением (19). С учетом этого соотношения получаем $L = nl_N = n\lambda/2$, где n — произвольное целое число ($n = 1, 2, 3, \dots$). Это означает, что разрешены только следующие длины волн:

$$\lambda_n = \frac{2L}{n}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (27)$$

С учетом соотношения (14) получаем, что струна может колебаться только со следующими частотами:

$$f_n = \frac{1}{\lambda_n} \sqrt{\frac{T}{d}} = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{T}{d}} = nf_1. \quad (28)$$

Низшая возможная частота получается при $n = 1$:

$$f_1 = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{T}{d}}. \quad (29)$$

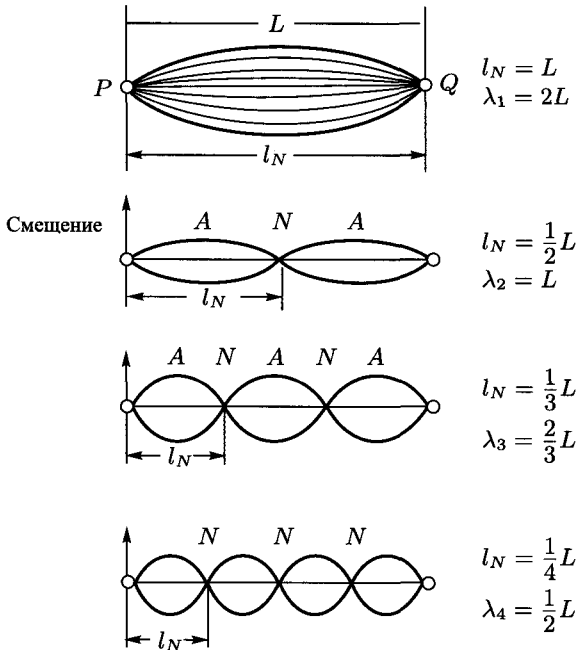


Рис. 49. Моды стоячих волн в колеблющейся струне

Это так называемая *основная частота* струны. Заметим, что все другие возможные частоты, определяемые формулой (28), кратны основной частоте. Они называются *высшими гармониками* частоты f_1 (разд. 2.7). В частности, отметим, что первая гармоника ($n = 1$) совпадает с основной частотой, вторая гармоника f_2 на октаву выше f_1 , третья гармоника выше на дуодециму (на квинту выше октавы), четвертая гармоника выше на квинтдециму (на две октавы) и т. д. (рис. 50). Высшие гармоники называют также *обертнами*⁶³.



Рис. 50. Первые восемь гармоник основной частоты $f_1 = 98$ Гц («соль» большой октавы)

Из соотношения (29) следует, что основная частота колебаний струны пропорциональна квадратному корню из натяжения и обратно пропорциональна ее длине и квадратному корню из ее массы, приходящейся на единицу длины. Это объясняет многие характерные черты струн рояля. Струны, соответствующие верхней части клавиатуры, становятся все короче и короче (высокая основная частота f_1); если мы хотим настроить данную струну чуть выше, мы должны увеличить натяжение (повысить частоту f_1) и наоборот; в нижнем регистре, чтобы сэкономить пространство и усилить звучание, вместо увеличения длины струны увеличивают ее массу на единицу длины d (понижают частоту f_1), обвивая ее дополнительной проволокой. На скрипке, где мы имеем всего четыре струны приблизительно одинаковой длины, струны должны иметь разное натяжение и/или массу, чтобы давать разную высоту основного тона. Для изменения основной частоты f_1 данной струны меняют длину L ее колеблющейся части, прижимая струну к грифу и создавая тем самым узел в точке контакта.

Возникновение естественным путем дискретных частот, связанных с основной частотой, которая определяется условиями, налагаемыми на систему, при «запрете» на все другие частоты получило название *квантования*; это явление играет фундаментальную роль во всей физике. Дискретный на-

⁶³Точнее, *обертны* представляют высокочастотные компоненты сложного колебания *независимо* от того, кратны или нет их частоты основной частоте, т. е. от того, выполняется ли соотношение (28).

бор возможных форм колебаний физической системы образует *моды* колебаний системы. Основной тон, октава, дуодецима и т. д. представляют первую, вторую, третью и т. д. моды колебаний натянутой струны, их частоты определяются соотношением (28). В это соотношение входят только параметры струны, так что *моды колебаний являются неотъемлемой характеристикой данной физической системы*. В какой из возможных мод реально колеблется данная струна? Это зависит от способа, которым создаются колебания, т. е. от первичного механизма возбуждения. Поскольку возможны линейные комбинации волн, *многие различные моды могут возникать одновременно, не мешая одна другой*. В этом разделе мы сосредоточимся на том, как *может* колебаться струна, а в следующем разделе мы обсудим, как *будет* реально колебаться струна.

Рассмотрим колебания струны, когда возбуждена только *одна мода*. Это легко осуществить в лабораторных условиях, пропуская переменный электрический ток заданной частоты по натянутой металлической струне, проходящей между полюсами сильного постоянного магнита. Магнитные силы, действующие на ток в струне, будут возбуждать поперечные колебания на частоте тока. Всякий раз, когда эта частота оказывается близкой к одной из гармоник струны, возникает интенсивная стоячая волна. При этом можно наблюдать узлы и антиузлы (как показано на рис. 49) и слышать создаваемый звук (при условии, что струна укреплена на резонирующем ящике). Использование стробоскопа (источника света, который дает вспышки с определенной варьруемой частотой) позволяет «заморозить» форму струны или наблюдать ее «замедленное» движение.

Более доступный и широко известный эксперимент можно провести с помощью фортепиано. Медленно нажмите и держите нажатой клавишу какой-нибудь басовой ноты, например, «соль» большой октавы (рис. 50), так чтобы звук не извлекался (молоточек не ударял по струне), но демпфер оставался поднятым над струной. Затем сильно и резко (стаккато) ударьте клавишу на октаву выше («соль» малой октавы). После того как этот звук перестал звучать, вы очень отчетливо услышите первую струну, звучащую на октаву выше, в которой вследствие резонанса была возбуждена мода второй гармоники, «соль» малой октавы! Теперь повторим эксперимент, продолжая держать нажатой клавишу «соль» большой октавы и ударив по клавише на дуодециму выше («ре» первой октавы). Мы услышим, как первая из этих струн звучит на частоте второй. Можно продолжать эти опыты с клавишами «соль» первой октавы, «си» той же октавы и т. д. Для проверки при нажатой «соль» большой октавы попробуйте ударить по клавише «ля» или «фа» малой октавы — *никакого эффекта не будет*, нажатая нота будет хранить молчание. Причина состоит в том, что эти «ля» и «фа» не яв-

ляются высшими гармониками ноты «соль» большой октавы, и последняя просто не может поддерживать устойчивые колебания на таких частотах.

В действительности соотношение (28) является приближенным, особенно для мод высокого порядка. Причина в том, что скорость поперечной волны в струне слабо *зависит* от частоты волны (или длины волны) — это явление называется *дисперсией*, — так что выражения (9) и (14) не вполне справедливы. Скорость волны V_T оказывается несколько больше, чем следует из формулы (9). Это расхождение растет при увеличении возмущения струны, т. е. оно оказывается наиболее существенным при малых длинах волн и больших амплитудах. В результате частота высоких мод колебаний струны фортепиано оказывается несколько выше, чем следует из формулы (28)⁶⁴. В общем случае, когда частоты высоких мод колебаний системы не кратны основной частоте, мы называем такие моды *негармоническими*. Колебания твердых тел, отличных от струн (пластин ксилофона, колоколов), содержат много негармонических мод колебаний, частоты которых не кратны основной частоте. Далее мы для простоты будем предполагать, что обертоны колеблющейся струны совпадают с высшими гармониками и соотношение (28) выполняется точно. Поэтому мы не будем делать различия между высшими гармониками, модами и обертонами, хотя в случае реальных струн эти термины относятся к физически разным понятиям.

4.2. Генерация сложных стоячих колебаний в струнных инструментах

Существуют два основных способа возбуждения колебаний струн: 1) одномоментная передача энергии ударом (фортепиано) или щипком (клавесин, гитара) и 2) непрерывная подача энергии, осуществляемая с помощью смычка (скрипка, альт, виолончель). В обоих случаях результирующим эффектом будет *суперпозиция многих мод колебаний, звучащих одновременно*. Другими словами, отдельные музыкальные звуки, естественным образом генерируемые струнами, в одно и то же время содержат много различных частот — гармоник колеблющейся системы. На рис. 51 показано, как это происходит на практике: складывая первую и, скажем, третью гармонику, мы получаем суперпозицию, которая в данный момент времени выглядит так, как показано на рисунке. Каждая мода ведет себя независимо от других, и мгновенная форма струны определяется суперпозицией (суммой) смещений, задаваемых каждой компонентой в отдельности. Здесь можно воспользоваться ранее упомянутой экспериментальной установкой

⁶⁴Это явление не оказывает заметного влияния на высоту издаваемого сложного звука (см. приложение В), но существенно при настройке высокого и низкого регистров рояля (когда настраиваются октавные интервалы).

в виде колеблющейся в магнитном поле струны, через которую пропускается электрический ток. Но теперь этот ток пусть создается совместным действием двух генераторов синусоидального напряжения, частоты которых совпадают с двумя гармониками струны. С помощью стробоскопа можно увидеть мгновенную форму струны, когда она участвует одновременно в двух модах колебаний. Относительный вклад, который вносит в результирующее колебание каждый оберто́н, в сильной степени влияет на особый характер (тембр) генерируемого тона (разд. 1.2 и 4.8). Высота сложного тона струны определяется основной частотой (29), как отмечалось в разд. 2.7.

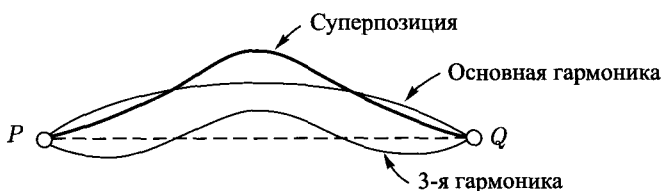


Рис. 51. Суперпозиция двух стоячих волн (основной и третьей гармоник)

Простой эксперимент с фортепиано убедительно свидетельствует, что струна действительно может одновременно участвовать в более чем одной моде колебаний. Медленно нажмем и будем удерживать нажатой одну клавишу, например, «соль» большой октавы (рис. 50), так чтобы демпфер оставался поднятым над струной. Затем сильно и резко ударим *одновременно* по клавишам «ре», «соль» и «си» первой октавы. После того, как их звучание прекратится, можно будет ясно услышать звучание струны «соль» большой октавы, одновременно участвующей во всех трех модах колебаний, т. е. одна-единственная струна будет звучать, как полное «соль»-мажорное трезвучие! Здесь три моды (третья, четвертая и пятая гармоники) возбуждаются с приблизительно одинаковыми амплитудами (вследствие резонанса). Вот еще более впечатляющий эксперимент: при нажатой «соль» большой октавы ударьте всем правым предплечьем по всем черным и белым клавишам двух или более октав выше «соль» малой октавы. После того как произведенный шум затихнет, нажатая нота будет отчетливо звучать, как доминант-септаккорд «соль» малой октавы—«ре»—«соль»—«си» первой октавы—«ре»—«фа»—«соль» второй октавы—... (рис. 50). Никакие другие звучащие ноты не смогли возбудить или поддерживать устойчивые колебания струны «соль» большой октавы.

Описанный эксперимент показывает, что данная струна фортепиано *может* одновременно участвовать в различных модах колебаний. Следую-

щий эксперимент покажет, что нормально звучащая струна фортепиано *действительно совершает* колебания разных мод. Снова выберем басовую ноту, например, ту же «соль» большой октавы. Но теперь медленно нажмем и будем держать клавишу «соль» малой октавы, а сильно и резко ударим по клавише «соль» большой октавы. При этом струна «соль» малой октавы начинает колебаться на своей собственной основной частоте. Причина состоит в том, что эта мода возбуждается (из-за резонанса) *второй* гармоникой колеблющейся струны «соль» большой октавы. Если вместо «соль» заставить звучать «ля» большой октавы, то «соль» малой октавы звучать не будет. Повторим этот эксперимент несколько раз, последовательно нажимая (без звука) клавиши «ре», «соль», «си» первой октавы, «ре» второй октавы и т. д. Каждая из этих нот будет возбуждаться соответствующей высшей гармоникой струны «соль» большой октавы⁶⁵.

Итак, при колебаниях струны звучат многие моды колебаний. Но что определяет, *какие* именно и *как* громко звучит каждая из них? Это зависит от того, каким образом струна приведена в колебательное движение, т. е. от механизма первичного возбуждения. В зависимости от того, как и в каком месте мы ударили по струне, дернули ее или провели по ней смычком, возникают различные смеси обертонов и, следовательно, получается разное звучание. Это можно пояснить на следующих примерах. Пусть мы имеем струну с начальной формой, показанной на рис. 52, *а* (хотя это довольно трудно осуществить на практике). Поскольку эта форма более или менее совпадает с основной модой (рис. 49), струна, будучи освобожденной, начнет колебаться в соответствии с этой модой. Если вначале струна имеет форму, показанную на рис. 52, *б*, то, будучи предоставленной самой себе, она будет колебаться в соответствии с третьей гармоникой (рис. 49). Но что произойдет, если начальная форма струны имеет гораздо более реалистичский вид, который она приобретает, когда мы дергаем струну в точке *A*, расположенной посередине между точками *P* и *Q*? Чтобы понять это, возьмем суперпозицию, т. е. сложим линейно случаи, показанные на рис. 52, *а* и *б*. Мы получим форму, показанную на рис. 54, *а*, которая слегка напоминает конфигурацию оттянутой струны на рис. 53. Поэтому мы можем ожидать, что основная мода и, как минимум, третья гармоника должны одновременно присутствовать в колебаниях струны, оттянутой в средней точке. Можно еще лучше приблизиться к форме на рис. 53, добавляя в нужной пропорции более высокие гармоники (рис. 54, *б*). Сгладить оставшиеся извивы кривой

⁶⁵ На этом явлении основана главная функция педального механизма фортепиано: нажимая на педаль, мы поднимаем *все* демпферы, и струны получают возможность колебаться в резонанс. При звучании одной ноты начинают колебаться все струны, которые принадлежат к ряду гармоник этой ноты.

можно путем добавления, в надлежащей пропорции, все более высоких гармоник, пока не будет почти точно воспроизведена желаемая форма.

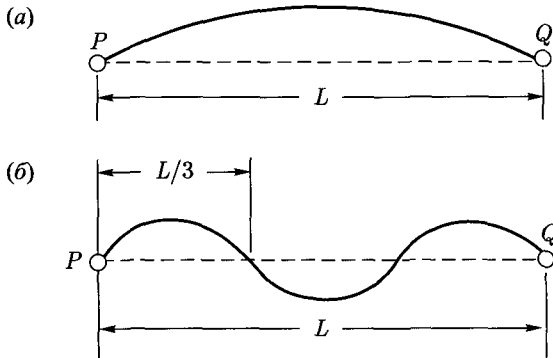


Рис. 52. Начальная форма (деформация) струны, необходимая, чтобы заставить ее колебаться в соответствии с основной модой (а) и третьей гармоникой (б)

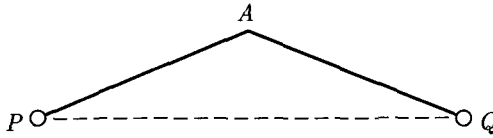


Рис. 53. Начальная форма струны, оттянутой в точке А

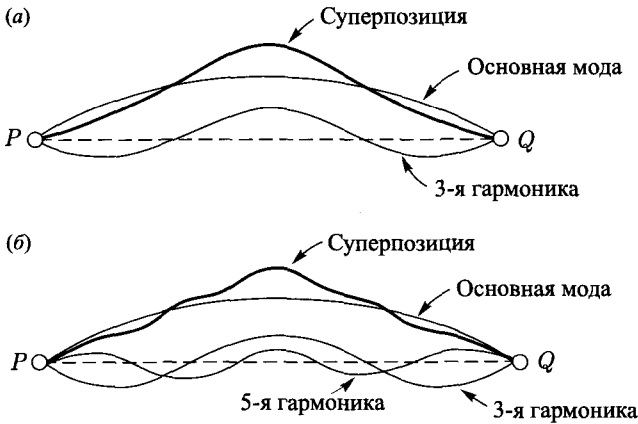


Рис. 54. Суперпозиция двух (а) и трех (б) гармоник, отобранных так, чтобы приближенно воспроизвести треугольную форму, показанную на рис. 53

Замечательно, что все это вовсе не просто догадки — это можно доказать в строгой математической форме! Можно показать, что *любую произвольную форму струны можно воспроизвести с любой степенью точности, используя некоторую суперпозицию геометрических форм, соответствующих модам гармонических колебаний струны* (стоячим волнам). Именно эта «математическая» суперпозиция форм, в частности, соотношение между их амплитудами и фазами, определяет физическую суперпозицию гармоник, которые реально участвуют в колебаниях струны после ее освобождения из ее начальной конфигурации. С течением времени мгновенная форма струны меняется сложным периодическим образом, однако всякий раз по прошествии основного периода $\tau = 1/f$ все слагаемые моды оказываются в том же соотношении, что и в начале движения, и струна имеет ту самую форму, какую она имела первоначально. Важно подчеркнуть, что начальная конфигурация струны определяет не только амплитуды гармоник, но и их фазы (относительный сдвиг во времени). Точка, в которой была оттянута струна, будет определять относительный вклад высших гармоник, т. е. начальный тембр издаваемого звука (разд. 1.2). Если дернуть струну в ее средней точке, мы получим ситуацию, изображенную на рис. 54 (б), но при этом будут появляться только *нечетные* гармоники. Чем ближе к закрепленным концам находится точка струны, в которой ее дергают, тем больший вклад вносят высокие гармоники. В общем случае будут подавлены все гармоники, у которых узел находится в указанной точке (например, все четные гармоники в примере, представленном на рис. 53), тогда как гармоники с антиузлом в этой точке будут, наоборот, усиливаться. Этот эффект наиболее активно используется при игре на арфе для управления тембром извлекаемых звуков.

В случае струны, возбуждаемой щипком, мы имеем ситуацию, когда первичный механизм возбуждения вносит в систему некоторую *потенциальную энергию* путем деформации струны. После освобождения струны эта начальная энергия периодически переходит в кинетическую энергию колебаний и обратно (разд. 3.1). Если же струна возбуждается ударом, ударяющий механизм (например, молоточек в фортепиано) сообщает ей некоторое количество *кинетической энергии*, приводя в движение точки изначально недеформированной струны. Затем эта начальная энергия периодически преобразуется в потенциальную энергию деформации. Можно математически показать, что, *зная начальные скорости точек струны сразу после удара, можно определить, какая возникнет суперпозиция гармоник*. Так, если удар наносится в среднюю точку, струна будет колебаться преимущественно на основной частоте с примесью нечетных гармоник убывающей интенсивности. Чем ближе находится точка удара к концам стру-

ны P или Q , тем богаче будет извлекаемый тон высокими гармониками. Как и в случае струны, возбуждаемой щипком, будут исключены гармоники, для которых узлы находятся в точке удара или вблизи нее, и усилены гармоники с антиузлом в этой точке. В более реальной ситуации молоточка, ударяющего по струне фортепиано, теория и измерения показывают [55], что возникающая при этом смесь высоких гармоник существенно зависит от *времени контакта* молоточка со струной: чем дольше длится контакт, тем меньше высоких гармоник содержит колебания струны (при этом моды с периодом короче времени контакта вообще не будут возбуждаться).

Когда струна приводится в движение щипком или ударом, мы наблюдаем колебания, очень быстро затухающие со временем. Это происходит из-за действия диссипативных сил — упругого трения внутри струны и, что более существенно, сил, приводящих в слабое колебательное движение те элементы, которые удерживают струну неподвижной в ее концевых точках. Только часть этих потерь энергии превращается в звук. Свободно колеблющаяся струна, укрепленная на жесткой тяжелой раме, создает лишь слабый звук, большая часть энергии колебаний из-за трения теряется в виде тепла. Превращение в энергию звуковой волны можно сделать гораздо более эффективным, если укрепить струну на опоре с особыми упругими свойствами, называемой *резонатором* (таковы дека рояля и корпус скрипки). В этом случае концевые точки струны имеют возможность совершать слабые колебания (настолько слабые по сравнению с колебаниями остальной части струны, что эти точки продолжают служить узлами), и энергия струны может постепенно превращаться в энергию колебаний резонатора. Поскольку резонатор обычно имеет большую площадь поверхности, эта энергия превращается в энергию звуковой волны с гораздо большей эффективностью. В результате звук оказывается гораздо более громким, чем в случае струны на жесткой опоре, однако *он и затухает гораздо быстрее* из-за значительного увеличения *темпа*, в котором растрчивается энергия, полученная струной (см. сказанное о мощности в разд. 3.1).

Рассмотрим процесс затухания колебаний более подробно. Для простоты будем считать, что возбуждена только основная мода свободных колебаний струны. Сосредоточим внимание на постепенном уменьшении амплитуды колебаний струны, например, в антиузловой точке. Измерения показывают, что для данной струны колебания с большей амплитудой затухают быстрее колебаний с малой амплитудой. Результирующее движение показано на рис. 55. Обратим внимание на то, что наклон огибающей кривой убывает вместе с амплитудой. Это характерно для *экспоненциального* затухания амплитуды. Наиболее важен (и чрезвычайно благоприятен для музыки!) тот факт, что частота медленно затухающих колебаний остается постоянной.

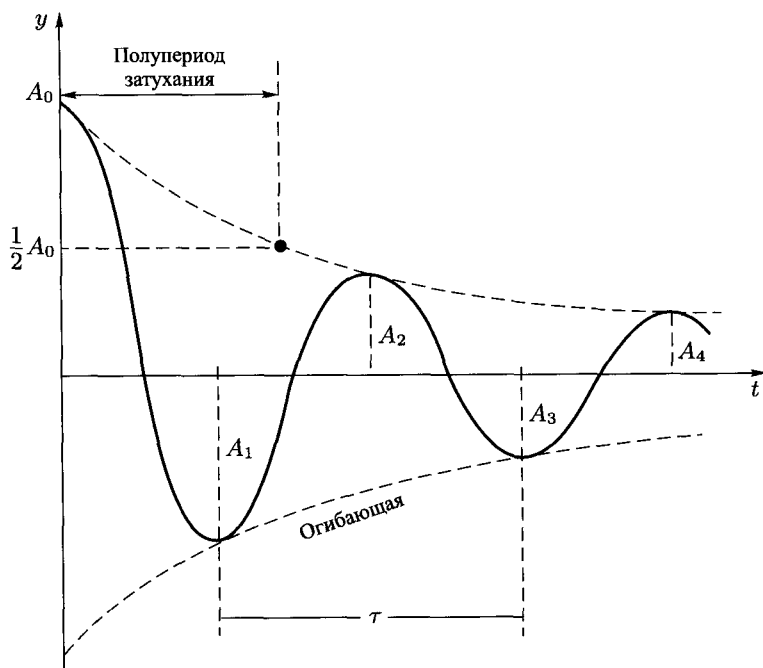


Рис. 55. График затухающих гармонических колебаний

Приблизительно так ведет себя струна, когда она после удара или щипка совершает свободные колебания, соответствующие одной заданной моде. Если она укреплена на жестком основании, потери энергии относительно малы и амплитуда убывает медленно (рис. 56, а). Если же она находится на звучащем резонаторе, она будет терять энергию быстрее, приводя в колебательное движение резонатор и окружающий воздух. При этом колебания будут затухать быстрее (рис. 56, б).

Характерной величиной является так называемый *полупериод затухания* — интервал времени, за который амплитуда колебаний убывает до половины своего начального значения (рис. 55). Замечательная особенность экспоненциального затухания состоит в том, что этот полупериод остается постоянным в течение всего процесса затухания: амплитуда убывает вдвое за одно и то же время независимо от ее значения в данный момент. Полупериод затухания является характерной константой затухающего колебания. Для струны фортепиано типичная величина полупериода затухания составляет приблизительно 0,4 с.

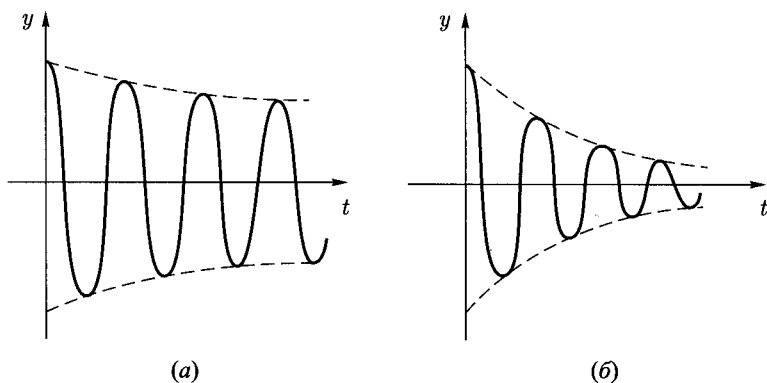


Рис. 56. Медленное (а) и быстрое (б) затухание колебаний

Если одновременно возбуждены несколько мод колебаний струны, ситуация становится более сложной. Однако и теперь *каждая мода* затухает экспоненциально, только полупериод затухания для различных мод оказывается разным. В результате не только убывает громкость сложного звука, но и постепенно меняется его тембр. В случае струн фортепиано высокочастотные моды затухают несколько быстрее нижних гармоник. Низкие гармоники, порождаемые колоколом, продолжают еще долго звучать после того, как затихнут высокие гармоники. Иначе говоря, все поведение свободно колеблющейся струны определяется исключительно способом начального возбуждения колебаний (ударом или щипком).

Между пианистами и физиками идет давний спор о так называемом «туше» при игре на рояле. Пианисты придают большое значение *манере* нажатия на клавишу и утверждают, что это влияет на качество извлекаемого тона помимо его громкости. Физики возражают: поскольку молоточек последнюю часть своего движения проводит в *свободном* полете, никак не будучи связан с исполнителем, извлекаемый тон может зависеть лишь от *одного* параметра — *скорости* молоточка в момент удара по струне. Поэтому в случае *одного* тона фортепианное туше есть не что иное, как громкость в сочетании с тембром, который неразрывно связан с громкостью⁶⁶,

⁶⁶Имеется довольно сложная физическая причина связи между громкостью и тембром. Как уже упоминалось (см. стр. 278), продолжительность контакта молоточка со струной влияет на относительный вклад высших гармоник, причем более длительный контакт уменьшает число таких мод. Длительность контакта, в свою очередь, зависит от жесткости фетрового покрытия молоточка: более мягкий молоточек остается на струне дольше, чем жесткий (при той же скорости удара). Существует, однако, примечательный факт [55]: *эффективная жесткость* данного молоточка зависит от скорости удара молоточка по струне, при этом чем больше ско-

и последующим затуханием звука. Единственное чем может управлять пианист — это конечной скоростью молоточка. Качество тона не может быть изменено независимо от громкости, поэтому, по мнению физиков, «прекрасное» или «плохое» туше не может существовать для одиночных тонов. Туше, которое, несомненно, существует при исполнении музыкальной пьесы, связано с другими психоакустическими эффектами — тонким управлением длительностью тонов, небольшими изменениями громкости от одного тона к другому, выделением мелодии из аккомпанемента, различной громкостью и длительностью нот аккорда, даже со стуком, издаваемым клавишами при их ударе по клавиатурной раме [5]. Однако для пианистов, участвующих в этой «диспуте о туше», остается еще некоторая надежда. Недавние измерения обнаружили [5], что свободное движение молоточка как *упругого тела, способного совершать вращательное и колебательное движение*, может слегка различаться для разных видов туше (более точно, при различных ускорениях молоточка перед его освобождением, которые могут контролироваться исполнителем)! Это может приводить к скользящему движению молоточка по струне во время контакта, которое зависит от вида туше. Однако пока не доказано, что этот эффект действительно влияет сколько-нибудь заметным образом на возбуждение колебаний струны.

Что можно сделать, чтобы предотвратить затухание колебаний струны? Очевидно, мы должны компенсировать потерю энергии, подводя каким-то образом к нашей колебательной системе дополнительную энергию со скоростью, равной диссипируемой мощности. Если подводимая мощность *превышает* скорость потери энергии на какую-то величину, амплитуда будет постепенно расти. Но этот рост не будет бесконечным: при подводе постоянной мощности диссипируемая мощность увеличивается с ростом амплитуды, так что в конечном счете достигается режим, при котором диссипируемая мощность оказывается равной подводимой (рис. 57). Так происходит установление тона всякого инструмента, обладающего способностью непрерывного звучания (скрипичная струна под смычком, флейта, органная труба и т. п.). В таком случае каждая гармоника устанавливается независимо от других, как если бы мы имели отдельный источник мощности для каждой моды. Чем больше мощности подводится, тем выше, конечно, будет достигнутый уровень интенсивности.

Хорошим примером того, как колебания струны могут поддерживаться в постоянном режиме, служит действие смычка. Эта физическая задача

рость, тем больше эффективная жесткость (это называют нелинейным поведением жесткости). Как следствие всего этого, более сильный удар по клавише не только увеличивает амплитуду колебаний струны (громкость тона), но и сокращает время контакта и таким образом *автоматически* увеличивает вклад высших гармоник, т. е. делает спектр более ярким.

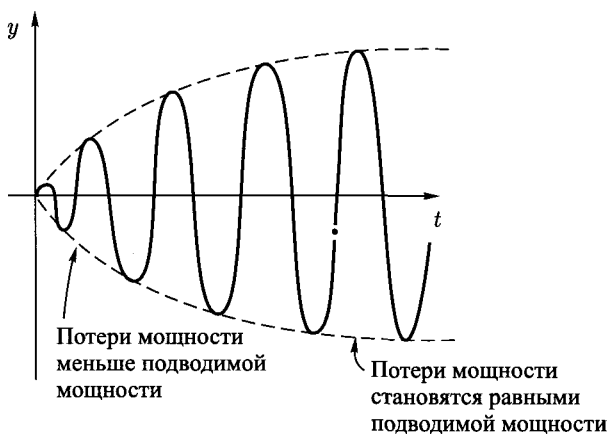


Рис. 57. Установление гармонических колебаний при подводе постоянной мощности

довольно сложна в математическом отношении, и она поддается решению только после введения ряда упрощающих допущений [46, 80]. Здесь мы дадим лишь качественное описание теории. Взаимодействие между смычком и струной создается силами трения. С общей точки зрения, различают два типа фрикционного взаимодействия. Во-первых, это так называемое *статическое* трение, которое возникает *при отсутствии смещения* между взаимодействующими телами. Так происходит, когда струна «прилипает» к смычку, двигаясь вместе с ним с одинаковой скоростью (или — это более знакомый пример — когда мы пытаемся сдвинуть с места тяжелый стол, который словно прилип к полу). Во-вторых, это *динамическое* трение, возникающее, когда два взаимодействующих тела (их контактирующие поверхности) *скользят* относительно друг друга. Это происходит, когда струна «отцепляется» от смычка и движется в направлении, противоположном направлению движения смычка (или когда вы продолжаете толкать стол *после* того, как он начал двигаться). Динамическое трение слабее статического; оба механизма определяются силой, перпендикулярной к поверхности контакта, которая прижимает каждое из тел к другому. В случае смычка и струны эту перпендикулярную силу называют *давлением смычка*; с точки зрения физика, это весьма неудачное название, поскольку здесь мы имеем дело именно с *силой*, а не с давлением.

В приложении А мы рассмотрим подробнее некоторую идеализированную ситуацию. Главные физические выводы состоят в следующем.

1. *Амплитуда колебаний струны, возбуждаемой смычком (громкость тона), определяется скоростью движения смычка, но для того, чтобы*

сохранять постоянный характер движения струны (тембр тона), необходимо поддерживать давление смычка пропорциональным его скорости. Это хорошо известно скрипачам, которые одновременно увеличивают скорость смычка v и его давление P , чтобы повысить громкость без изменения спектра, или, увеличивая скорость, уменьшают давление, когда хотят усилить громкость с изменением тембра.

2. Струна, возбуждаемая смычком, всегда имеет мгновенную форму, состоящую из отрезков прямых линий [45]; этот факт уже давно экспериментально установлен. Изучение энергетического баланса при действии смычка выявило, что большая часть энергии, передаваемой струне смычком в фазе «прилипания», тратится на выделение тепла из-за трения в фазе скольжения (производится работа силой динамического трения). Лишь малая часть реально переходит в звуковую энергию!⁶⁷

Как и в случае струны, возбуждаемой щипком или ударом, возникающая смесь мод гармонических колебаний зависит от положения точки контакта смычка со струной. Игра вблизи подставки (*sul ponticello*) усиливает высшие гармоники и делает тон «более ярким», при игре ближе к середине струны (*sul tastò*) интенсивность высоких гармоник значительно снижается, и звук становится «мягче».

Выше мы молчаливо предполагали, что смычок перемещается точно перпендикулярно к струне. При наличии небольшого параллельного движения могут возбуждаться *продольные* моды колебаний. Их частота гораздо выше основной частоты поперечных мод; эти продольные колебания ответственны за те скрипучие звуки, которые извлекают новички.

4.3. Спектры звуковых колебаний и резонанс

Если одновременно возбуждены несколько колебательных мод струны, создаваемые ею звуковые волны также будут сложными. Каждая гармоническая составляющая колебаний струны вносит в результирующую звуковую волну свой вклад с частотой, равной частоте соответствующей моды, и интенсивностью и фазой, связь которых с интенсивностью и фазой этой моды определяется процессами преобразования. В результате возникает суперпозиция звуковых волн, смешанных в единую сложную волну с основной частотой f_1 (равной основной частоте колеблющегося элемента (29)), и ряда высших гармоник с частотами $2f_1$, $3f_1$, $4f_1$, и т. д. Результирующие колебания повторяются с периодом $\tau_1 = 1/f_1$. Другими словами, основная частота f_1 также представляет частоту повторения возникающего сложного колебания (разд. 2.7). Форма колебаний зависит от того, *какие* гармоники

⁶⁷ Подробное обсуждение механизма действия смычка можно найти в работах [27, 149].

присутствуют и *какова* доля каждой из них (т. е. от относительной величины их амплитуд), и от их относительного запаздывания (т. е. от соотношения между их фазами).

И здесь мы переходим к математической теореме, которая оказывает огромное влияние на практически каждую отрасль физики, включая и физику музыки. Вкратце, эта теорема гласит, что *любое сколь угодно сложное периодическое колебание можно представить в виде суперпозиции чистых гармонических колебаний*, основная частота которой определяется частотой повторения периодических колебаний. Но это еще не все: эта теорема дает также математический «рецепт» численного определения амплитуд и фаз высших гармонических компонент! Это теорема Фурье, названная в честь знаменитого французского математика XIX века. Определение гармонических составляющих данного сложного периодического движения называется *фурье-анализом*, определение сложного периодического движения по данному набору гармонических составляющих — *фурье-синтезом*. Аналогично, процесс нахождения гармоник данного сложного тона называется *частотным анализом*. И наоборот, операция смешивания данной группы гармоник с образованием одного сложного тона называется *звуковым синтезом*.

Рассмотрим один пример фурье-анализа. Мы, конечно, не сможем сформулировать здесь полную математическую процедуру получения численных результатов, вместо этого сосредоточимся на их физической интерпретации. Выберем периодическое движение в виде пилообразной волны (рис. 58) с периодом τ и частотой повторения, или основной частотой $f_1 = 1/\tau$. Колебания такого вида можно создать с помощью электронной схемы. В некотором отношении они могут представить в идеализированном виде движение скрипичного смычка. На рис. 59 показано, как можно построить это периодическое движение из чистых гармонических колебаний. На кривой, изображающей сумму гармоник, остается еще, конечно, много извивов. Но это потому, что для большей ясности мы ограничились сложением всего шести гармоник. Добавление все более высоких гармоник

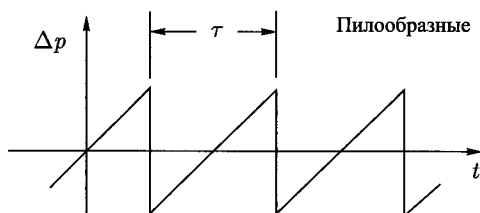


Рис. 58. «Пилообразные» колебания давления

(с амплитудами и фазами, полученными с использованием фурье-анализа) сглаживает эти извивы, и реальная пилообразная форма воспроизводится все более точно. Обратите внимание на относительную величину амплитуд и относительное запаздывание (фазы) гармонических компонент, а также на то, как складываются положительные и отрицательные вклады для получения результирующей кривой. При некотором навыке и интуиции можно качественно оценить главные гармонические компоненты периодического движение почти любой формы.

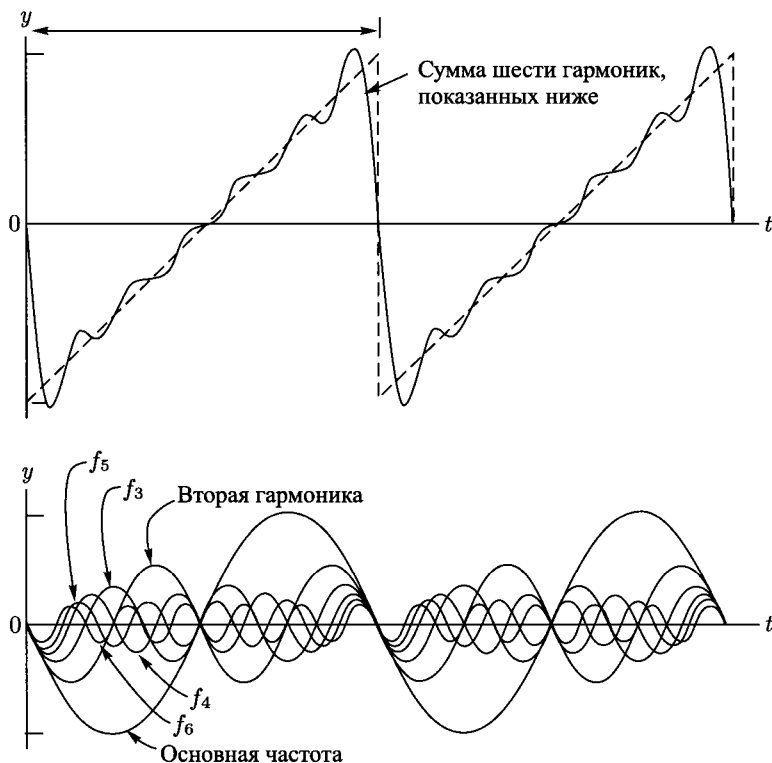


Рис. 59. Фурье-анализ пилообразной волны (до шести гармоник)

Теперь мы должны найти способ описывать физические характеристики данного сложного звука. В принципе мы должны задать *три различных набора величин*: частоты гармонических компонент, амплитуды вариаций давления (или интенсивности компонент) и их фазы (или относительное

запаздывание) (рис. 7). На практике обычно указывают лишь основную частоту f_1 и интенсивности гармонических компонент, поскольку, во-первых, известно, что все высшие частоты кратны основной частоте f_1 , во-вторых, фазы компонент играют лишь второстепенную роль в восприятии тембра, особенно в отношении первой (и наиболее важной) полудюжины (или около того) гармоник (разд. 4.8).

Последовательность значений интенсивности I_1, I_2, I_3, \dots гармонических компонент сложного тона представляет так называемый *спектр мощности* данного тона. Два сложных тона одинаковой высоты и громкости, но с разным спектром звучат по-разному. Различие в спектрах позволяет распознавать различные инструменты, однако для узнавания инструментов существенны и другие характерные признаки, в частности, нарастание и затухание звука (разд. 4.8). Тот факт, что тембр определяется набором физических параметров (I_1, I_2, I_3, \dots), означает, что тембр является *многомерной* психофизической величиной.

Спектры можно изображать графически, сопоставляя частоте каждой гармоники (горизонтальная ось) соответствующую интенсивность (вертикальная ось) (рис. 63). Очень часто при изображении спектра вместо интенсивностей используют значения IL (21) или SPL (22). Иногда используются значения интенсивности или IL , *отнесенные* к соответствующим значениям для основной частоты или к полной интенсивности $I = I_1 + I_2 + I_3 + \dots$. Звуковые спектры реальных музыкальных инструментов описаны во многих книгах. Необходимо, однако, сделать следующее предупреждение. Как мы увидим (разд. 4.8), с психофизической точки зрения, стандартное гармоническое фурье-представление спектра тона имеет не слишком много смысла выше седьмой гармоники, поскольку в этой области соседние компоненты начинают попадать в критическую полосу. Поскольку это есть элементарная единица хранения и интеграции акустической информации для нашего уха (разд. 2.4), слуховая система не в состоянии выделить отдельные интенсивности этих высших гармоник (см. также рис. 28). Представление спектров тонов, более значимое с психофизической точки зрения, получается, если воспользоваться значениями интегральной интенсивности, *приходящимися на критическую полосу* (это интервал частот приблизительно в одну треть октавы).

На суперпозицию гармоник с дискретными частотами, кратными основной частоте, можно «разлагать» только стационарные тона. Если же картина колебаний *меняется* со временем, это становится невозможным. Однако существует «обобщенный вариант» фурье-анализа. Можно математически показать, что тон, зависящий от времени, имеет *сплошной спектр*, в котором представлены все частоты с заданной интенсивностью для каж-

дого бесконечно малого интервала частот. Если тон со временем меняется *медленно*, то для наибольших интенсивностей (спектральных пиков) сохраняются дискретные частоты (частоты гармоник), если же изменения от цикла к циклу оказываются заметными, то дискретный характер исчезает, и спектр превращается в непрерывную кривую, охватывающую всю область частот (даже если исходный тон был чистым). Этот факт приводит к важному следствию, касающемуся аппаратуры с высоким качеством звучания (см. также стр. 190). Мы уже отмечали в разд. 1.2 (и вернемся к этому в разд. 4.8), что *переходные процессы*, т. е. быстрые временные изменения картины колебаний, играют определяющую роль в восприятии тембра. Так, чтобы правильно воспроизвести изменения данного тона, системы записи и воспроизведения звука должны оставить спектр тона неискаженным *во всей области частот*. Нашему уху не нужны частотные компоненты стационарного тона выше 5 000 Гц, но они необходимы для правильного воспроизведения *быстро изменяющегося тона!*

Звуковой спектр струнного инструмента не совпадает со спектром колебаний струны. Причина заключается в частотной зависимости эффективности *резонатора* (деки фортепиано, корпуса скрипки), главной функцией которого является ускоренное извлечение энергии колеблющейся струны и более эффективное преобразование ее в энергию звуковой волны. Как уже упоминалось, колебания струны преобразуются в колебания резонатора, благодаря процессу, в котором закрепленные концевые точки струны (особенно те, которые расположены на подставке) вовлекаются в слабые колебания. Эти остаточные колебания столь малы, что эти точки по-прежнему могут считаться узлами колебаний. Однако, несмотря на малую амплитуду, эти колебания играют заметную роль в переносе энергии⁶⁸. Объяснение этому можно найти в самом определении понятия работы (разд. 3.1): хотя смещение концевых точек струны крайне мало, *силы*, действующие на них, велики (порядка натяжения струны), так что *произведение* силы на перемещение (работа) оказывается вполне заметным. Из-за большой поверхности типичного резонатора преобразование энергии его колебаний в энергию звуковой волны в тысячи или даже миллионы раз эффективнее непосредственного превращения энергии колеблющейся струны в звук.

Подобно струне, сложная упругая структура деки фортепиано или корпуса скрипки имеет предпочтительные моды колебаний. Однако в этом случае уже не выполняется простое кратное соотношение (28) между соответствующими частотами. Более того, имеется так много мод с почти

⁶⁸Функция *сурдины*, когда ее устанавливают на подставку струнного инструмента, состоит в уменьшении этого переноса энергии для высокочастотных компонент, что приводит к изменению звучания результирующего тона.

перекрывающимися частотами, что вместо дискретных значений мы получаем сплошной спектр преимущественных частот колебаний⁶⁹. Обсудим вкратце, как возникают эти моды колебаний. Для этого вместо того, чтобы рассматривать корпус скрипки в целом, ограничимся колебаниями лишь одной из плоскостей (деки) корпуса. Чтобы найти возможные моды колебаний, необходимо возбудить эту деку синусоидальным одночастотным механическим вибратором в заданной точке (например, в той, с которой обычно соприкасается подставка). Упругие волны распространяются из точки возбуждения в двух измерениях и отражаются от краев деки. Единственными устойчивыми модами колебаний будут стоячие волны, совместимые с условиями на границе деки. Этот процесс весьма труден для математического исследования. Однако в лабораторных условиях можно сделать колебания деки видимыми с помощью специальной лазерной техники, называемой голографией [134]. Простейшей модой колебаний (именуемой «кольцевой модой») будет та, в которой центральная область деки синусоидально движется вверх-вниз, а граница играет роль линии узлов. Кольцевые моды дек скрипки определяют так называемый «стучащий тон» — звук, возникающий при постукивании по корпусу. На рис. 60 и 61 [74] показаны голограммы четырех последовательных колебательных мод верхней деки (с эфами и душкой, но без подгрифника) и нижней деки скрипки. Каждая темная кривая представляет контур равной амплитуды деформации. Разность амплитуд, соответствующих двум соседним полосам, составляет 2×10^{-5} см. В собранном инструменте моды колебаний верхней деки (рис. 60) остаются почти неизменными, однако появляются новые моды колебаний в области низких частот.

Отклик резонатора на данный сигнал *заданной* амплитуды (создаваемый либо механическим вибратором, либо колеблющейся струной, укрепленной на этом резонаторе) сильно зависит от частоты первичных колебаний. Поэтому дека по-разному реагирует на колебания разных частот. Некоторые частоты будут усиливаться преимущественно, другие могут не усиливаться вовсе. Частота, на которой преобразование энергии особенно эффективно, называется *резонансной частотой* резонатора. Резонатор может иметь много различных резонансных частот, они могут быть хорошо определенными (резкий резонанс) или размытыми по широкой области частот. График зависимости выходного сигнала (определяемого, например, путем измерения интенсивности возникающей звуковой волны) от частоты синусоидального входного сигнала постоянной амплитуды называется *резонансной кривой*, или кривой отклика.

⁶⁹Никакая *реальная* струна *конечной* толщины не имеет резких дискретных мод колебаний.

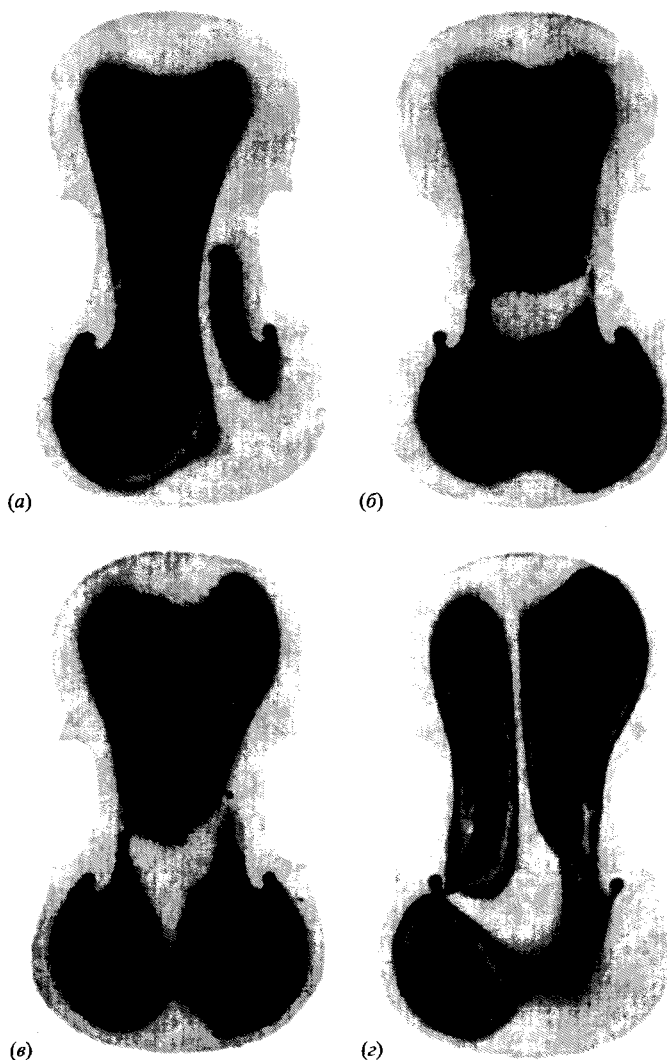


Рис. 60. Голограммы, изображающие первые четыре моды колебаний верхней деки скрипки (с эфами и душкой, но без подгрифника). Каждая из темных линий представляет контур равной амплитуды деформации: (а) 540 Гц; (б) 775 Гц; (в) 800 Гц; (г) 980 Гц

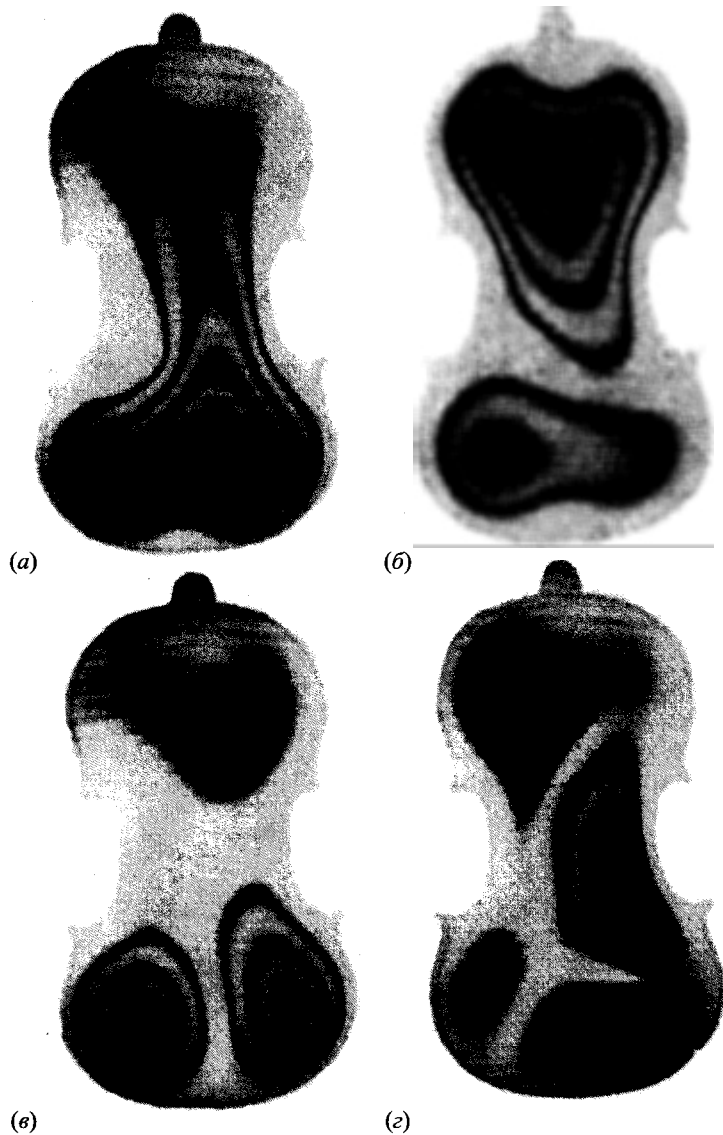


Рис. 61. То же, что на рис. 60, для нижней деки скрипки: (а) 740 Гц; (б) 820 Гц
(в) 960 Гц; (г) 1110 Гц

Интенсивность выходного сигнала обычно представляется в виде отношения к некоторому заданному эталонному сигналу I_{ref} и выражается в *децибелах* (дБ) (разд. 3.4):

$$R = 10 \lg \frac{I}{I_{\text{ref}}}, \quad (30)$$

где R — значение функции отклика. Зависимость R от частоты дает вышеупомянутую резонансную кривую. На рис. 62 в качестве примера показана такая кривая для скрипичной деки [72]. Первый резкий подъем, отмеченный стрелкой на рис. 62, соответствует стучащему тону⁷⁰. Кривая отклика *собранный* скрипки содержит первый резонансный пик в области 280–300 Гц (вблизи тона струны «ре»), соответствующий первой моде колебаний *воздуха*, окружающего корпус скрипки. Следующий резонанс, обычно на квинту выше воздушного резонанса, называется *главным деревянным резонансом*. Выше 1 000 Гц множественные резонансные пики собранного инструмента значительно менее выражены, чем резонансы свободной деки, показанные на рис. 62. Резонансная кривая деки рояля имеет еще более сложный вид, однако это усложнение обеспечивает относительно равномерное усиление в широкой области частот.

На рис. 62 показана кривая отклика резонатора на *гармонические* колебания заданной частоты f . Что произойдет, если возбуждать его струной, колеблющейся со сложным спектром гармоник частот $f_1, f_2 = 2f_1, f_3 = 3f_1, \dots$ и интенсивностями I_1, I_2, I_3, \dots ? Каждая гармоническая компонента будет преобразовываться независимо от других, как предписывает значение функции отклика R , соответствующее ее собственной частоте. Тембр возникающего при этом звука определяется, таким образом, как спектром исходных колебаний струны, *так и* функцией отклика резонатора.

В качестве примера рассмотрим гипотетический спектр колеблющейся струны, показанный на рис. 63. Эта струна укреплена на гипотетической деке, функция отклика которой также показана на рисунке. На правом графике представлен спектр создаваемого звука (в относительных величинах). Основная частота значительно подавлена, вместо этого пятая гармоника оказывается усиленной по сравнению со всеми другими. В этом примере из пятой гармоники извлекается больше энергии, чем из любой другой. Если струна была возбуждена щипком или ударом, эта гармоника загухает быстрее других, поскольку быстрее расходуется ее запас энергии. Это

⁷⁰Положение (по частоте) и форма этого резонансного пика сильно влияет на качество звучания струнного инструмента [72]. См. также стр. 320.

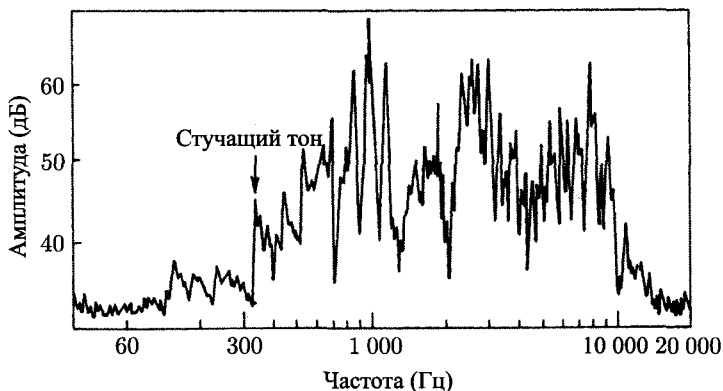


Рис. 62. Резонансная кривая скрипичной деки [72]

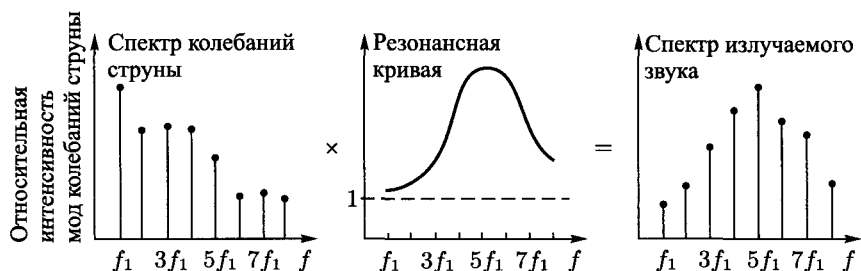


Рис. 63. Влияние деки с гипотетической резонансной кривой на спектр сложного колебания струны

приводит к изменению спектра, или тембра, со временем по мере затухания волны. Если же струна возбуждается смычком, потеря энергии каждой моды будет автоматически компенсироваться действием смычка, так что звучание порождаемого тона будет оставаться постоянным.

В заключение перейдем к пункту, наиболее важному для музыки. Спектральная кривая резонатора является неотъемлемой характеристикой музыкального инструмента. Если, например, она содержит резонансную область вблизи 1 000 Гц, то будут усилены все высшие гармоники с частотой, близкой к 1 000 Гц, независимо от того, *какая нота звучит* (при условии, конечно, что основная частота лежит ниже 1 000 Гц), и независимо от исходного спектра колебаний струны. Широкая резонансная область, усиливающая гармоники, лежащие в заданной области частот, называется *формантой*. Музыкальный инструмент (его резонатор) может иметь несколько

формант. Считается, что форманты, т. е. усиление гармоник в некоторых характеристических интервалах частот, используются слуховой системой в качестве наиболее важного «автографа» сложного тона в процессе *идентификации* музыкального инструмента (разд. 4.9). Одним из доводов в пользу этой гипотезы может служить тот факт, что форманты являются инвариантными характеристиками, общими для всех тонов данного инструмента (основная частота которого лежит, по крайней мере, на октаву ниже максимума форманты), тогда как спектр отдельных тонов может значительно варьировать от одной ноты к другой.

4.4. Стоячие продольные волны в идеализированном столбе воздуха

Рассмотрим длинный и очень тонкий цилиндр, открытый с обоих концов (рис. 64). Воздух внутри него можно рассматривать как одномерную упругую среду (разд. 3.2), в которой могут распространяться продольные волны. В любой точке *внутри* цилиндра давление в данный момент может увеличиваться, уменьшаться или колебаться относительно внешнего нормального атмосферного давления, при этом жесткие стенки и инерция остального столба воздуха поддерживают необходимый баланс сил (7), возникающих из-за разности давлений. Однако в точках P и Q на открытых концах большие изменения давления невозможны даже на короткое время, поскольку нет ничего, что могло бы уравновесить возникающие разности давлений. Таким образом, эти точки должны играть роль *узлов давления*, и любая звуковая волна, создаваемая возмущением внутри трубы и распространяющаяся вдоль нее, будет отражаться от обоих открытых концов. Следовательно, мы имеем ситуацию, формально аналогичную колеблющейся струне (разд. 4.1). Звуковые волны, генерируемые в открытой трубе, остаются внутри нее, и *единственными возможными устойчивыми модами колебаний будут стоячие продольные волны с узлами давления на открытых концах P и Q* (рис. 64). Из нашего обсуждения в разд. 3.3 следует, что точки на открытых концах являются *антиузлами смещения*, т. е. точками с максимальной амплитудой колебаний.

Открытый столб воздуха не обязательно должен быть физически определен так, как показано на рис. 64. Например, открытый столб воздуха находится между точками P и Q в трубке, изображенной на рис. 65. В самом деле, из-за наличия отверстий в точках P и Q давление воздуха в этих точках должно оставаться постоянным и равным внешнему давлению. Таким образом, эти точки играют роль открытых концов для столба воздуха, заключенного в трубке. Рис. 65 соответствует идеализированной флейте, у которой P представляет отверстие для вдувания воздуха, а Q — открытое первое пальцевое отверстие.

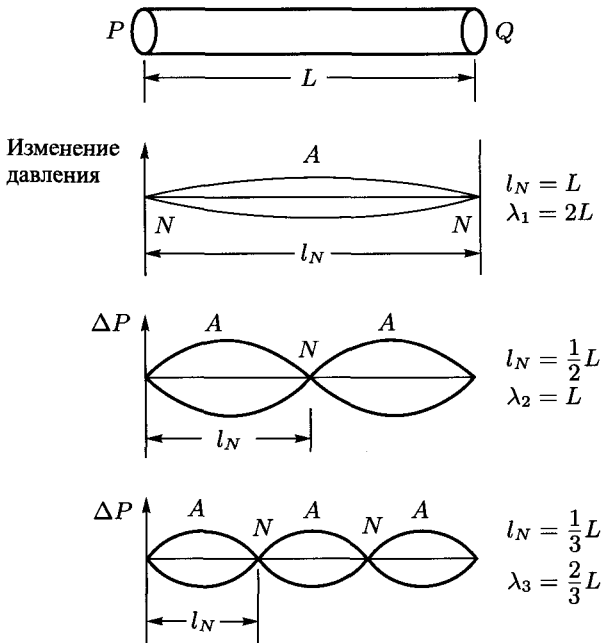


Рис. 64. Стоячие волны (колебания давления) в идеализированной цилиндрической трубе, открытой с обоих концов

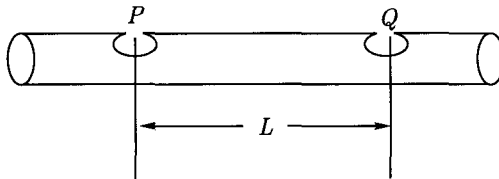


Рис. 65. Элементарная трубка с двумя отверстиями

В реальной открытой трубе конечного диаметра узлы давления расположены не точно в открытых концах, а чуть дальше (так называемая *концевая поправка*, стр. 305). Поэтому приведенные ниже соотношения представляют лишь первое приближение.

Из рис. 64 и соотношения (12) получаем частоты мод колебаний открытой цилиндрической трубы:

$$f_n = \frac{n}{2L} 20,1\sqrt{t_A} = n f_1, \quad n = 1, 2, 3, \dots, \quad (31)$$

где f_1 — основная частота

$$f_1 = \frac{10,05}{L} \sqrt{t_A}. \quad (32)$$

Напомним, что через t_A обозначается *абсолютная* температура воздуха в трубе, определяемая соотношением (11). Длина L в формулах (31) и (32) должна быть выражена в *метрах*. Учитывая, что длина волны λ_1 основного тона связана с длиной трубы L соотношением $\lambda_1 = 2L$ (рис. 64), и глядя на рис. 37, можно сделать вывод относительно типичной длины открытых флейтовых органных труб, поперечных и продольных флейт в зависимости от частоты создаваемого звука. Повышение частоты (высоты тона) требует уменьшения длины. Формула (32) описывает также влияние температуры воздуха на основную частоту колебаний цилиндрического столба воздуха. Повышение температуры вызывает увеличение частоты (повышение тона). Поэтому флейты и флейтовые органные трубы следует настраивать при той температуре, при которой будет происходить исполнение. К счастью, основная частота (32) определяется абсолютной температурой t_A , стоящей к тому же под знаком квадратного корня. Благодаря этому влияние изменений температуры на высоту тона оказывается довольно слабым, однако его необходимо учитывать, что хорошо известно флейтистам и органистам.

Рассмотрим теперь случай узкого цилиндра, закрытого на одном конце (рис. 66). В то время как на открытом конце P давление должно оставаться постоянным и равным давлению окружающего воздуха (это узел давления), на закрытом конце Q внутреннее давление может увеличиваться или уменьшаться без ограничений, и там возникает *антиузел давления*. Это легче понять, рассматривая реальное колебательное движение точек среды. Вполне очевидно, что вблизи точки Q должен находиться *узел колебаний* для всех молекул воздуха, поскольку закрытый край трубы препятствует их продольным колебаниям взад-вперед. В соответствии с обсуждением в разд. 3.3, такой узел колебаний соответствует антиузлу давления.

На рис. 66 показано, как моды стоячих волн «укладываются» в закрытую трубу таким образом, чтобы узел давления всегда находился на открытом конце, а антиузел давления — на закрытом. Для основной частоты получаем соотношение

$$f_1 = \frac{20,1}{4L} \sqrt{t_A} = \frac{5,03}{L} \sqrt{t_A} \quad (33)$$

(L выражается в метрах, $\sqrt{t_A}$ — абсолютная температура (11)). Это в точности равно *половине* основной частоты (32) открытой трубы той же длины.

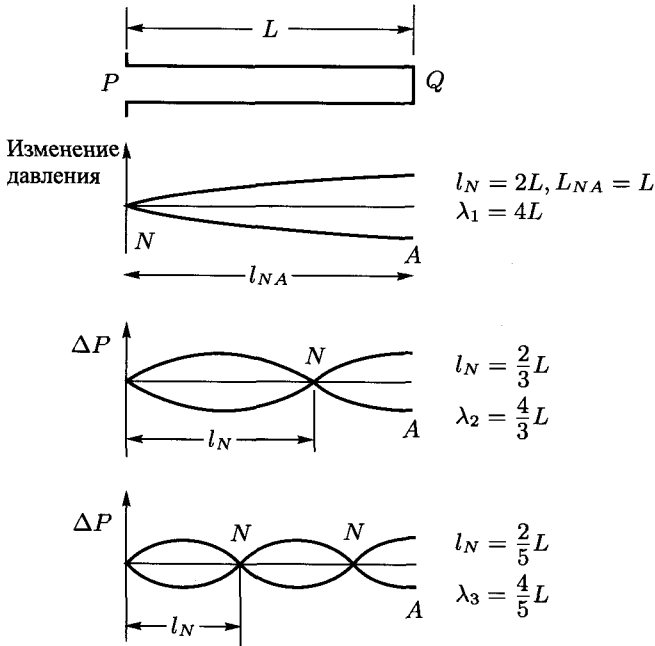


Рис. 66. Стоячие волны (колебания давления) в идеализированной цилиндрической трубе, закрытой на одном конце

Другими словами, идеализированная закрытая цилиндрическая труба звучит на октаву ниже, чем такая же труба, открытая на обоих концах.

Что касается высоких мод закрытой цилиндрической трубы, то, глядя на рис. 66 (и переходя от длин волн к частотам), приходим к выводу, что разрешены лишь *нечетные* кратные основной частоты f_1 (33):

$$f_1, \quad f_3 = 3f_1, \quad f_5 = 5f_1, \dots \tag{34}$$

Частоты $2f_1, 4f_1, 6f_1, \dots$ здесь запрещены — эти моды не могут устойчиво поддерживаться в идеально тонкой закрытой цилиндрической трубе. Другими словами, *обертонами закрытой трубы служат нечетные гармоники ее основной частоты.*

Наиболее известным примером инструмента, который ведет себя подобно закрытой цилиндрической трубе, может служить кларнет. Мундштук (с тростью) ведет себя как закрытый конец, а раструб или первое открытое пальцевое отверстие — как открытый конец. Основной тон ноты, исполняе-

мой на кларнете, действительно лежит на октаву ниже ноты, соответствующей такой же длине столба воздуха, при игре на флейте.

Органы содержат несколько регистров с закрытыми трубами. Одной из причин этого является экономия денег и места: открытые басовые трубы имеют очень большую длину (открытая труба «до» контроктавы имеет длину 5,3 м). Закрытая труба для создания такого же тона должна иметь длину всего 2,65 м. Дело, конечно, не только в деньгах: закрытая труба дает иное звучание, нежели открытая с той же основной частотой.

Последний случай, который мы здесь рассмотрим, — очень узкая коническая труба, заглушенная (закрытая) в вершине конуса P (рис. 67). Определение мод колебаний требует довольно сложного математического анализа. Результат можно изложить в нескольких словах: идеализированная узкая коническая труба, заглушенная в вершине, имеет те же моды колебаний, что и открытая труба такой же длины, т. е. выполняются соотношения (31) и (32). *Усеченный* (узкий) конус (рис. 68), закрытый на конце P , имеет ряд мод колебаний, не связанных целочисленными соотношениями: в области низких частот (вблизи основной частоты) они приблизительно соответствуют модам открытой трубы той же длины L , в области высоких частот они приближаются к модам закрытой цилиндрической трубы длины L . Другими словами, моды колебаний являются *негармоническими* (см. стр. 273).

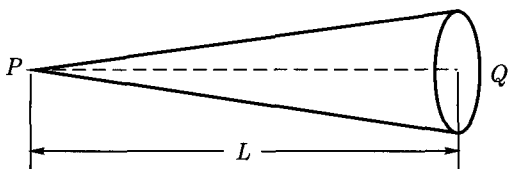


Рис. 67. Коническая труба

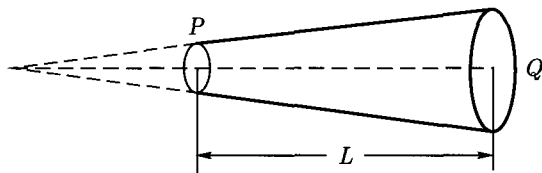


Рис. 68. Труба в виде усеченного конуса, закрытая на конце P

4.5. Генерация сложных стоячих колебаний в духовых инструментах

Результаты предыдущего раздела представляют идеализацию, справедливую лишь для гипотетических столбов воздуха (цилиндров, конусов)

с диаметром, очень малым по сравнению с их длиной L . Это условие, однако, не выполняется в реальных музыкальных инструментах и органных трубах. Кроме того, воздушный столб в этих инструментах имеет цилиндрическую или коническую форму лишь в некоторой части их длины и более сложную форму вблизи мундштука и открытого конца (открытого пальцевого отверстия, раструба и т. п.).

Чтобы проанализировать физическое поведение реальных духовых инструментов, мы должны подробнее рассмотреть все сопутствующие явления. Вернемся сначала к *механизму возбуждения*. В случае столба воздуха не существует эквивалента щипка или удара. Дело в том, что свободные колебания столба воздуха почти мгновенно затухают. В этом легко убедиться, постукивая рукой по концу открытой трубы (чем длиннее труба, тем лучше) или резко ударив по ее стенке, держа при этом ухо около другого конца. При этом действительно можно услышать звук на основной частоте трубы, но он будет затухать за долю секунды. Поэтому необходимо иметь механизм первичного возбуждения, аналогичный действию скрипичного смычка, чтобы в нужном темпе непрерывно снабжать энергией колеблющийся столб воздуха.

Существуют две разновидности такого механизма. Первая состоит в том, чтобы с высокой скоростью v вдувать воздушную струю, попадающую на жесткий резкий край E (рис. 69), расположенный на некотором расстоянии d точно над щелью S . Эта система аэродинамически неустойчива: воздушная струя колеблется взад-вперед между двумя сторонами этого края, разбиваясь на вращающиеся «клубки» воздуха, называемые *вихрями*, которые двигаются вдоль обеих сторон края. Когда скорость струи нарастает, вихри рождаются чаще. Поскольку они представляют периодические возмущения окружающего воздуха, возникают звуковые волны, когда частота генерации вихрей попадает в область слышимости. Результирующий звук называется *краевым тоном*⁷¹. Механизм краевых тонов представляет первичный процесс возбуждения для всех духовых инструментов семейства флейты и флейтовых органных труб. Колебания струи воздуха в общем случае весьма сложны, при очень слабой интенсивности они становятся почти синусоидальными. Основная частота свободного краевого тона зависит от скорости воздушной струи v и расстояния d до края (рис. 69). В области низких частот она пропорциональна отношению v/d , т. е. увеличивается с ростом v и при уменьшении d .

⁷¹ Вихри образуются даже при отсутствии края, если щель S достаточно мала, а скорость v достаточно велика [45]. На этом основана физика *свиста*, основная частота которого определяется размером щели (расстоянием между губами) и скоростью струи воздуха (силой выдоха).

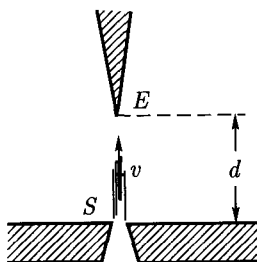


Рис. 69. Генерация краевого тона

Другой механизм, имеющий важное значение для музыки, состоит в использовании *язычка* — тонкой пластинки, изготовленной из тростника, пластмассы или металла, которая расположена перед щелью приблизительно такой же формы размером чуть меньше язычка (рис. 70). Когда воздух вдувается снизу в полость (т. е. когда давление в ней повышается), избыточный воздух проходит через малое пространство между слегка приподнявшимся язычком и щелью в так называемый шалот. При протекании воздуха язычок отклоняется в сторону щели⁷². Это в конечном счете прерывает поток, и давление воздуха преодолевает упругость язычка, так что щель опять открывается и все повторяется снова. Другими словами, язычок начинает колебаться взад-вперед, периодически закрывая (частично или полностью) и открывая щель. В шалот периодически вдуваются сгустки воздуха, создавая звук, называемый *язычковым тоном*. Основная частота *свободного* язычкового тона зависит как от упругих свойств язычка, так и от избыточного давления в полости (силы дутья). В общем случае колебательное движение свободного язычка имеет сложный характер; исключение составляет случай очень малых амплитуд, когда оно становится почти синусоидальным. Некоторые инструменты (гобой, фагот) имеют *двойной язычок*, состоящий из двух колеблющихся пластинок. Кроме того, губы музыканта, играющего на медном духовом инструменте, можно рассматривать как систему с (весьма массивным) двойным язычком.

Рассмотренные краевые и язычковые тона редко используются в чистом виде (как свободные краевые и язычковые тона). В деревянных духовых инструментах они служат первичным механизмом возбуждения, источником энергии для столба воздуха в трубе. В этом случае не только спектр, но и частота колебаний струи воздуха или язычка управляются столбом воздуха благодаря механизму (нелинейной) обратной связи. Это осущест-

⁷²Это происходит из-за *динамической* (не статической) разности давлений по обе стороны язычка — того самого эффекта, который удерживает летящий самолет в воздухе!

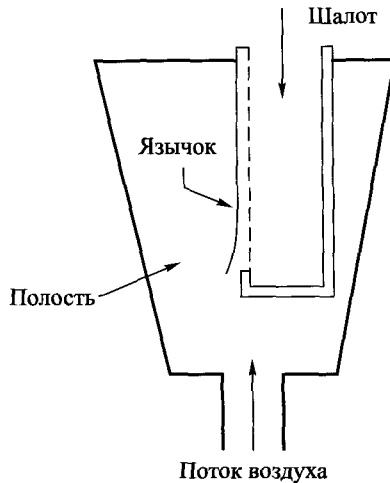


Рис. 70. Язычковый механизм для органной трубы язычкового регистра

вляется звуковыми волнами в столбе воздуха: первый импульс волны сжатия, бегущий вдоль трубы, отражается от другого конца (открытого или закрытого) и бежит обратно к мундштуку (в виде импульса разрежения в открытой трубе и импульса сжатия в закрытой). Это вызывает колебания давления, которые в случае деревянных духовых инструментов «перевешивают» все прочие силы (аэродинамические или упругие) и, таким образом, управляют движением воздушной струи или язычка. Издаваемый тон сильно отличается (обычно гораздо ниже) от соответствующего краевого или язычкового тона, возбуждаемого свободно, в отсутствие трубы. Это радикально отличается от случая струны, укрепленной на деке, высота тона которой практически не меняется из-за присутствия резонатора. В случае с медными инструментами труба оказывает минимальное влияние на колебания, при этом звучание целиком зависит от напряжения губ исполнителя. К инструментам с открытыми язычками можно также отнести аккордеон, губную гармонику и кабинетный орган.

Процесс выстраивания звука в духовых инструментах очень сложен, однако он имеет важнейшее значение для музыки. Во многих инструментах высшие гармоники выстраиваются быстрее, чем основная; иногда это организуется преднамеренно для придания тону характерного звучания, так называемого чифа.

Чтобы понять, как происходит генерация *стационарного* звука в деревянных и медных духовых инструментах и органннх трубах, необхо-

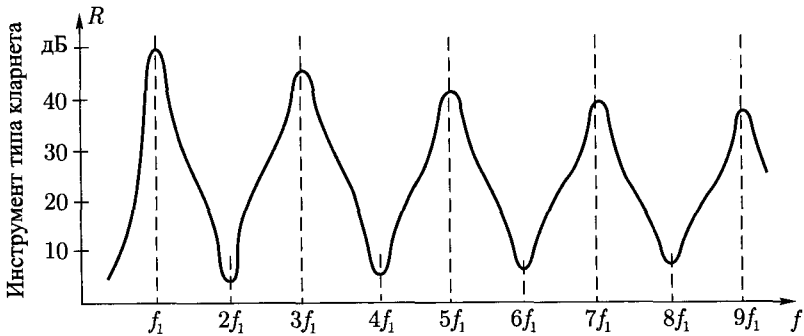
димо проанализировать резонансные свойства находящегося в них столба воздуха и его связь с механизмом первичного возбуждения (струей воздуха, язычком или губами). Для этого изложим экспериментально проверенные факты. 1) Механизм первичного возбуждения поддерживает сложные периодические колебания с определенной основной частотой и рядом гармоник с заданным спектром. 2) Основная частота и спектр первичных колебаний определяются (а в случае медных инструментов слегка модифицируются) резонансными свойствами столба воздуха; полная амплитуда колебаний определяется первичным источником энергии (полным воздушным потоком, силой дутья). 3) Спектр колебаний давления вне инструмента (создаваемый звуковой волны) связан с внутренним спектром преобразованием, которое определяется конкретной формой и распределением пальцевых отверстий и/или раструба (подробное обсуждение содержится в работах [10, 45]).

Для изучения резонансных свойств, т. е. определения резонансной кривой воздушного столба в данном духовом инструменте, мы должны создать экспериментальную установку, аналогичную металлической струне, возбуждаемой переменным током (разд. 4.1), или скрипичной деке, возбуждаемой вибратором (разд. 4.3). Это можно осуществить, заменив естественный механизм возбуждения механическим возбудителем колебаний (например, подходящей мембраной громкоговорителя) и измерять с помощью маленького микрофона амплитуду колебаний давления в мундштуке (где в данном случае образуется антиузел давления). Построив график зависимости амплитуды колебаний давления от частоты, мы получим резонансную кривую при *постоянной* амплитуде возбуждающих колебаний. Измеренные амплитуды обычно выражаются в децибелах (R в формуле (30)), отсчитываемых от некоторого стандартного уровня. Кривые такого рода называют также графиками *входного импеданса*.

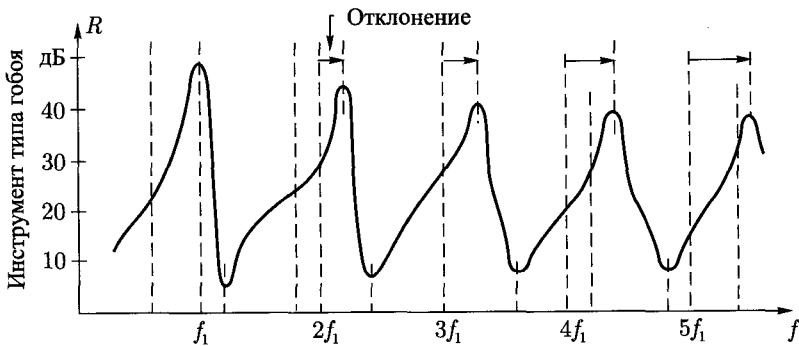
На рис. 71 представлены типичные резонансные кривые столба воздуха для инструментов типа кларнета и гобоя [8] (*без* мундштука, раструба и открытых пальцевых отверстий). Важно отметить, что полученные таким образом резонансные пики соответствуют модам колебаний столба воздуха, закрытого со стороны первичного возбудителя, т. е. в реальном случае язычкового механизма возбуждения столба, закрытого на одном конце, где находятся язычок, антиузел давления и узел колебаний. Для определения резонансной кривой такого же столба воздуха, возбуждаемого воздушной струей (продольные и поперечные флейты, флейтовые органные трубы), достаточно взять с обратным знаком ($-R$) значения, полученные в предыдущих измерениях⁷³, при этом резонансные пики превращаются в провалы

⁷³Только если R измеряется в децибелах.

и наоборот (для этого достаточно просто перевернуть рис. 71 «вверх ногами»). Главное обоснование этой процедуры состоит в том, что антиузел давления, который имел место в случае язычкового инструмента, заменяется антиузлом колебаний (то есть узлом давления) в случае флейты с открытым ротовым отверстием.



(а) Цилиндрическая труба длины L



(б) Усеченный конус длины L

Рис. 71. Типичные резонансные кривые [8] цилиндрического воздушного столба кларнета и конического столба гобоя (без мундштука, раструба и с закрытыми пальцевыми отверстиями)

Отметим, что резонансные пики на рис. 71 вовсе не являются резкими, так что возможные моды колебаний не соответствуют одиночным дискретным частотам, как должно быть в случае бесконечно тонкого столба воздуха (разд. 4.4). Кроме того, в случае усеченного конуса (б) резонансные

пики будут асимметричными и негармоническими (см. отклонение от кратных гармоник $2f_1$, $3f_1$ и т. д.). В области высоких частот резонансные пики усеченного конуса напоминают резонансные пики цилиндра. Если же взять полный конус (вплоть до вершины), то все резонансные пики будут лежать вблизи провалов на кривой (a) (четных гармоник цилиндра) с очень слабой негармоничностью⁷⁴.

Обсудим на качественном уровне, как резонансная кривая влияет на механизм первичного возбуждения, например, на действие язычка. При очень малой интенсивности (малой амплитуде колебаний язычка) его движение близко к синусоидальному и в принципе можно возбудить любой резонансный пик (рис. 71). На практике, однако, оказывается, что при очень низком уровне интенсивности (пианиссимо) возбуждается только частота, соответствующая *наиболее высокому* резонансному пику. Обычно это пик с наименьшей резонансной частотой, соответствующий звук принадлежит *нижнему регистру* инструмента.

При увеличении амплитуды колебаний язычка (путем увеличения силы дутья) нелинейный характер обратной связи со столбом воздуха нарушает синусоидальный характер колебаний язычка, при этом появляются высшие гармоники (в общем случае интенсивность n -й гармоники растет пропорционально $2n$ -й степени интенсивности основной гармоники), и генерируемый звук становится «более ярким».

Если верхние резонансные пики становятся негармоническими, происходит перестройка самой основной частоты. Эта перестройка определяется следующим правилом: основная частота становится такой, чтобы *максимизировать взвешенную среднюю высоту всех резонансных значений* R_1, R_2, R_3, \dots ⁷⁵, соответствующих гармоникам $f_1, 2f_1, 3f_3, \dots$ [8]. Если, например, верхние резонансные пики отклоняются от гармоничности, как показано на рис. 71, б, то высота тона должна повышаться с ростом интенсивности для того, чтобы согласовать между собой наиболее важные верхние гармоники и разместить их как можно ближе к резонансному пику. Из-за этого усеченный конус не может использоваться в качестве деревянного духового инструмента, если не принять мер по минимизации негармоничности⁷⁶.

⁷⁴В реальных инструментах типа кларнета резонансные кривые (a) также отклоняются от гармоничности [6].

⁷⁵Взвешивание производится в соответствии со значениями спектральных интенсивностей I_1, I_2, I_3, \dots

⁷⁶Этот «процесс автоматической настройки» важен и по другой причине — из-за его замечательного сходства с предполагаемым механизмом распознавания структур в центральном процессоре высоты тона, где набор сдвигаемых гармоник $f_1, 2f_1, 3f_3, \dots$ называется «шаблоном» (см. разд. 2.9 и 4.8, а также приложение В).

Интересная ситуация возникает с резонансной кривой кларнетного типа (рис. 71, *а*). В этом случае резонансные пики представляют лишь нечетные кратные основной частоты (см. также разд. 4.4). Поэтому все четные гармонические компоненты колебаний язычка будут подавлены. Если начать с пиано-пианиссимо в нижнем регистре (одночастотное возбуждение на основной частоте) и постепенно усиливать дутьё, сначала возникает тенденция к возникновению второй гармоники. Однако ее энергия будет эффективно утекать из-за провала на соответствующей частоте (рис. 71, *а*). Результирующее увеличение громкости (и «яркости») при данном увеличении силы дутья будет гораздо меньше, чем в случае воздушного столба инструмента типа гобоя (кривая (*б*)), где вторая гармоника может выстраиваться без помех. Вот почему переходы от *ppp* к *pp* на кларнете выполняются гораздо легче, чем на гобое или саксофоне.

Заслуживает внимания еще один факт: на рис. 71 *провалы* занимают на обеих кривых почти одинаковое положение. Когда эти провалы превращаются в пики при замене R на $-R$ для получения резонансной кривой столбов воздуха, возбуждаемых воздушной струной (при открытом ротовом отверстии), мы получаем практически одинаковые ряды гармоник в обоих случаях. Таким образом, цилиндры и усеченные конусы можно использовать почти на равных правах для создания инструментов типа флейты.

До сих пор мы рассматривали стоячие волны, у которых основная частота определяется первым (наиболее низкочастотным) пиком резонансной кривой, соответствующим тонам низкого регистра деревянного духового музыкального инструмента. В «среднем» регистре основная частота лежит вблизи второго резонансного пика. В язычковых инструментах это реализуется путем уменьшения высоты первого резонансного пика, так, чтобы он стал ниже второго, и смещением его положения, выводящим его из ряда гармоник. Эта функция осуществляется с помощью регистрового отверстия. При игре на флейте этот переход, или *оверблоу*, создают, изменяя (увеличивая) скорость вдвухаемого воздуха относительно клина. Заметим, что при первом *оверблоу* на язычковом инструменте типа кларнета высота тона скачком меняется на третью гармонику (дуодециму) (второй пик на рис. 71, *а*), тогда как язычковые инструменты конического типа (а также все флейты) первое *оверблоу* повышает тон на октаву (вторая гармоника рис. 71, *б*). Другие *оверблоу* переводят в верхний регистр деревянные духовые инструменты с основными частотами, основанными на третьем и/или четвертом резонансном пике. Чтобы осуществить это на язычковом инструменте, необходимо подавить два первых резонансных пика и сдвинуться по частоте, чтобы нарушить гармонические соотношения.

Органнeе трубы действуют, по существу, на тех же принципах, что и флейты (флейтовые трубы, открытые и закрытые) или язычковые деревянные духовые инструменты (язычковые трубы). Основное отличие состоит в том, что поскольку в данном регистре каждой ноте соответствует одна труба, нет необходимости в тональных отверстиях и эффекте оверблоу. Органнeе трубы всегда действуют в низком регистре (с несколькими исключениями в виде «романтических» органов). Пики резонансных кривых открытых флейтовых органнeе труб расположены вблизи кратных значений основной частоты, небольшая негармоничность зависит от отношения $r = \text{диаметр}/\text{длина}$. Резонансные кривые закрытых труб напоминают кривые на верхнем графике на рис. 71 с максимумами на нечетных кратных основной частоты. Чем больше значение r , тем сильнее негармоничность высоких резонансов. В результате возникает сдвиг (обычно вниз) основной частоты результирующего тона, а также усиление затухания высоких гармоник (которые при этом отодвигаются от негармонических резонансных пиков). Поэтому *звук широких органнeе труб менее богат высшими гармониками* («флейтовый» звук). Узкие трубы (с малым r) имеют резонансные пики, лежащие ближе к кратным значениям основной частоты, и сильнее возбуждаются на высших гармониках (звук получается ярким и густым). Основная частота слегка сдвигается относительно значения, определяемого соотношением (32) (открытая труба) или (33) (закрытая труба). Этими соотношениями можно пользоваться, если к длине L добавить поправку, равную $0,3$ диаметра, в расчете на каждый открытый конец (так называемая «концевая поправка») ⁷⁷. Класс язычковых органнeе труб включает как трубы, в которых на колебания язычка сильно влияет обратная связь со столбом воздуха (например, регистры со звучанием трубы), так и те, в которых колебания язычка практически автономны (регистры регалья).

4.6. Звуковые спектры тонов духовых инструментах

Резонансные характеристики столба воздуха и механизма возбуждения совместно определяют спектр мощности и интенсивность стоячей волны внутри инструмента. На рис. 71 показаны две гипотетические резонансные кривые, однако реальные инструменты проявляют более сложное поведение, связанное с конкретной формой мундштука (или входа органнeе трубы), формой и распределением открытых пальцевых отверстий, влиянием раструба и, в случае флейт, с влиянием скорости струи воздуха на ширину и положение резонансных пиков [8]. Здесь мы можем лишь кратко пере-

⁷⁷ Математическое исследование колебаний давления воздуха в цилиндрических трубах содержится в книге [45].

числить наиболее важные эффекты. *Пальцевые отверстия*, помимо того, что они определяют эффективную длину столба воздуха и, следовательно, абсолютное положение резонансных пиков, частично ответственны за *отсечку* резонансных пиков выше 1 500–2 000 Гц. Эта отсечка оказывает сильное влияние на тембр (ослабление высоких гармоник) и на динамическую регулировку громких тонов деревянных духовых инструментов, особенно в среднем и верхнем регистрах. В случае гобоя полость язычка и канал в корпусе вносят вклад в уменьшение негармоничности резонансов усеченного конуса.

В этом разделе будет уделено особое внимание медным духовым инструментам. Как уже отмечалось, механизм обратной связи здесь слабее влияет на определение основной частоты, так что музыкант должен устанавливать частоту вибрации своих губ вблизи нужной частоты, чтобы получить правильный тон. В медном инструменте высшие гармоники определяются резонансными свойствами мундштука и создаются в большей степени попеременным открыванием и смыканием губ [7], нежели их несинусоидальным движением под действием обратной связи. Мундштук, конусовидная ротовая трубка, главный цилиндрический канал и раструб сочетаются таким образом, что получается характерная резонансная кривая, существенно отличная от резонансной кривой типичного деревянного духового инструмента. Пример показан на рис. 72 [8]. Обратим внимание на отмеченную на рисунке частоту отсечки (определяемую в основном раструбом) и большой горб, состоящий из пиков и провалов, в средней области частот (определяемый преимущественно формой мундштука). Этот горб играет важнейшую роль в формировании звучания медных инструментов. Первый резонансный пик лежит *ниже* основной частоты (отмеченной стрелкой), которая соответствует остальным пикам. Отметим также характерную асимметрию пиков в области низких частот (как в случае усеченного конуса, показанном на рис. 72, б), по сравнению с высокочастотной областью (где их форма приобретает противоположный вид).

У медных инструментов нет тоновых отверстий, изменяющих эффективную длину воздушного столба — изменение тона достигается в основном эффектом *оверлоу*, т. е. перескоком основной частоты с одного резонансного пика на другой. Это создается соответствующим изменением напряжения губ музыканта. Таким образом можно достигнуть восьмой моды при игре на трубе и шестнадцатой на валторне. Для получения нот между резонансными пиками применяется система вентиляй, допускающая возможность ограниченного выбора между слегка отличающимися длинами трубы. При игре на тромбоне возможно непрерывное изменение длины трубы (и, следовательно, высоты тона) с помощью кулисы. Поскольку низший

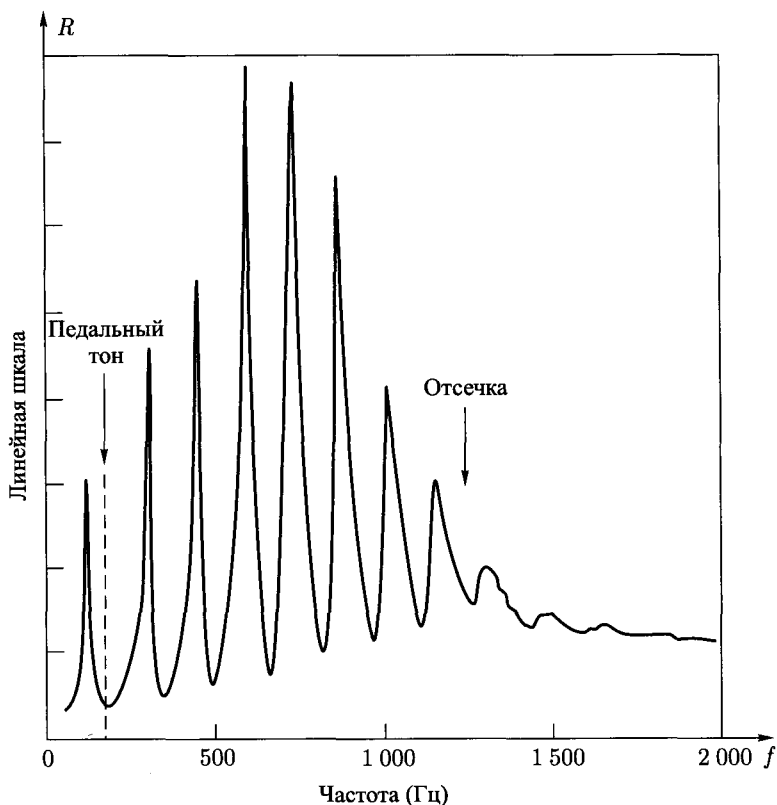


Рис. 72. Резонансная кривая трубы [8], приведенная к линейной шкале

резонансный пик выпадает из почти гармонического ряда остальных пиков, он не может быть использован. Вместо этого значение *отсутствующей* основной частоты (стрелка на рис. 72) определяется основной частотой вибрации губ, что соответствует второму, третьему и т. д. пикам. Это дает так называемую «педальную ноту» медного инструмента (используемую только в тромбоне). Она может исполняться только при значительном уровне громкости.

Спектральный состав звуковых волн, создаваемых духовым инструментом, отличается от спектра стоячих колебаний столба воздуха. Это изменение спектра определяется в основном раструбом и открытыми пальцевыми отверстиями. Оно оставляет относительно неизменным спектральный

состав выше частоты отсечки, ослабляя низшие гармоники. Другими словами, спектры тонов деревянных и медных духовых инструментов богаче высокими гармониками, чем колебания, возникающие внутри инструмента [9, 10].

Спектры тонов некоторых духовых инструментов имеют форманты, т. е. характеристики, не зависящие от основной частоты тона (разд. 4.3). Примерами могут служить фагот и английский рожок со спектральным усилением (не слишком хорошо определенным) соответственно вблизи 450 и 1 100 Гц. Эти форманты определяются характеристиками спектра возбуждения *двойных язычков* и не связаны с резонансными свойствами воздушного канала. Хотя это и не имеет прямого отношения к теме книги, отметим, что *человеческий голос* представляет наиболее яркий пример «духового инструмента», у которого форманты играют решающую роль: они являются определяющими характеристиками всех *гласных звуков*. Форманты человеческого голоса определяются в основном резонансными свойствами назофарингеальной полости [43]. От формы этой полости зависит, какая из двух главных областей частот колебаний вокального аккорда будет усиливаться. Это, в свою очередь, определяет, будет ли издаваемый звук слышен как «а», «е», «и», «о», «у» и т. д.

4.7. Поглощение и захват звуковых волн в закрытых помещениях

Музыкальные инструменты обычно звучат в комнатах, концертных залах, аудиториях и церквях. В этих условиях звук, воспринимаемый слушателем, не вполне идентичен звуку, издаваемому инструментом. Поэтому обстановку, в которой звучит музыкальный инструмент, можно рассматривать как естественное его продолжение, с той разницей, что данный музыкальный инструмент обладает определенными постоянными акустическими свойствами, тогда как акустические свойства окружения меняются в широких пределах от случая к случаю и от одного места к другому. Раздел науки, называемый архитектурной акустикой, для музыки столь же важен, как и физика музыкальных инструментов.

Чтобы понять, как влияет окружающая обстановка на источник музыкального звука, предположим, что музыкальный инструмент S и слушатель L (рис. 73) находятся в помещении с идеально отражающими стенками (при этом положения S и L могут совпадать, если слушателем является сам исполнитель). Будем считать, что звук излучается равномерно по всем направлениям (хотя на практике такого никогда не бывает). Когда звуковые волны начинают распространяться из точки S , слушатель получает первый сигнал спустя короткий отрезок времени SL/V , который требуется

прямому звуку, чтобы пройти от S до L (если, например, $SL = 10$ м, $V = 334$ м/с (см. соотношение (12)), то время прохождения составит 0,03 с, что для исполнителя практически равно нулю). Как мы увидим в разд. 5.1, прямой звук играет основную роль в процессе восприятия (*эффект предшествования*). Немедленно после этого через точку L будут в быстрой последовательности проходить отраженные волны (рис. 73, траектории 2, 3, 4, 5 и т. д.; отражения от пола и потолка на рисунке не показаны). Первые несколько отражений, если они достаточно ясно выражены и хорошо отделены одно от другого, называют эхом. То же происходит при двукратных, трехкратных и многократных отражениях (на рисунке они не показаны). С течением времени при продолжающемся звучании инструмента звуковая энергия, проходящая через точку L , будет нарастать. При полном отсутствии поглощения звуковые волны «заполнят» помещение, распространяясь во всех направлениях, при этом акустическая энергия, излучаемая инструментом, будет накапливаться и оставаться «запертой» в помещении, а громкость в каждой точке будет постепенно расти⁷⁸. Разумеется, в реальном случае имеет место поглощение при каждом отражении звуковой волны и уход энергии через любое отверстие в стенах и потолке. Поэтому интенсивность звуковой волны не будет нарастать бесконечно, а установится на уровне, при котором мощность, теряющаяся из-за поглощения

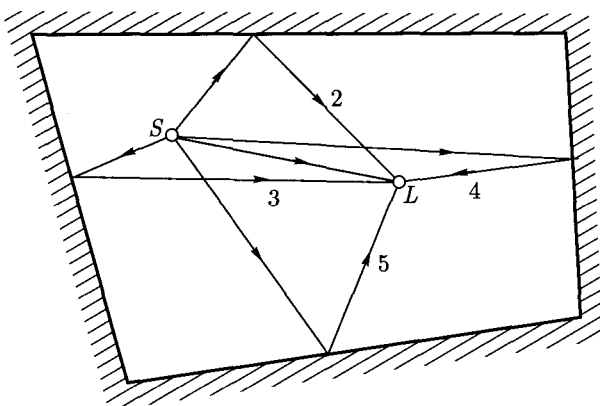


Рис. 73. Пример различных путей распространения звуковой волны от источника S к слушателю L

⁷⁸При почти любой форме помещения и любом положении источника внутри него в нем могут существовать области, практически недоступные для звуковых волн, излучаемых источником («слепые пятна»), или области фокусировки звуковых волн (например, фокальные точки в помещении эллиптической формы).

и ухода энергии, станет равна скорости, с которой энергия генерируется источником (это похоже на ситуацию с колебаниями, устанавливающимися в струне при возбуждении смычком, рис. 57). Этот равновесный уровень I_m диффузного звука гораздо выше интенсивности прямого звука (всюду за исключением непосредственной близости к источнику).

Когда источник звука выключается, происходит обратный процесс: сначала исчезает прямой звук, затем первое, второе и т.д. отражения. На рис. 74 схематически представлено поведение интенсивности звука в некоторой точке внутри помещения. Затухание звука после прекращения действия источника называется *реверберацией* и играет важнейшую роль в акустике помещений. Это затухание происходит по приблизительно экспоненциальному закону (рис. 55). Совершенно произвольным образом *время реверберации* определяется как время, за которое уровень звука уменьшается на 60 дБ. Согласно табл. 3, это соответствует уменьшению интенсивности в миллион раз. Оптимальное время реверберации в хороших концертных залах среднего размера составляет 1,5–2 с. При большем времени звук становится слишком гулким, при меньшем музыка звучит «сухо» и тускло (см. разд. 4.8).

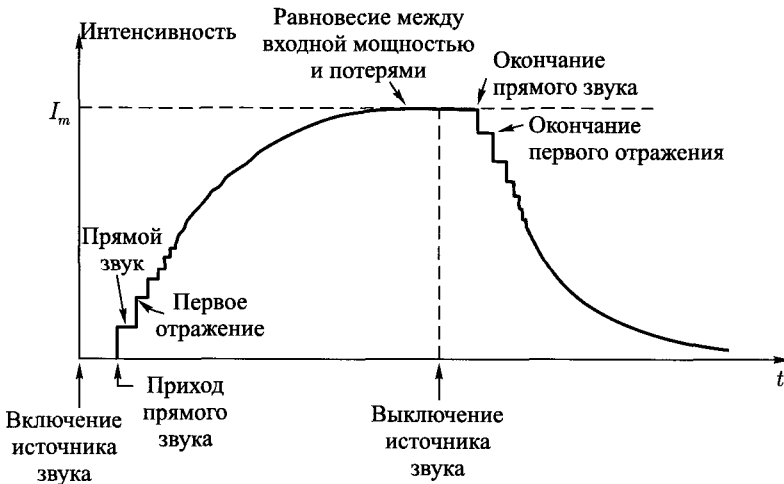


Рис. 74. Типичное установление и затухание звука в зале (линейный масштаб)

Приведем несколько простых математических соотношений, относящихся к акустике помещений. Представим себе помещение с идеально отражающими стенами без какого-либо поглощения, но с *отверстием* пло-

щади A . Всякий раз, когда достигается максимальная интенсивность I_m (рис. 74), через это отверстие будет уходить акустическая энергия со скоростью, равной произведению $I_m A$ ⁷⁹. Поскольку это соответствует стационарному состоянию, в котором мощность P , порождаемая инструментом, сравнивается со скоростью потери энергии, мы получаем $P = I_m A$, или

$$I_m = \frac{P}{A}. \quad (35)$$

В реальном случае, конечно, у нас нет идеально отражающих стенок с отверстиями в них. Однако мы все же можем *представить себе* реальную поглощающую стену, сделанную из идеально отражающего материала, с отверстиями в ней, занимающими долю a ее полной площади поверхности; величину a называют *коэффициентом поглощения* материала стены. Поверхность с площадью S квадратных метров и коэффициентом поглощения a обладает такими же поглощающими свойствами, как и идеально отражающая стена того же размера, но с отверстием площади $A = Sa$. Коэффициенты поглощения зависят от частоты звука (обычно возрастают при повышении частоты) и принимают значения в области от 0,01 (мрамор, почти идеальный отрагатель) до 0,9 (акустические покрытия). С учетом всего этого можно переписать соотношение (35), подставив в него реальные площади поверхности стен S_1, S_2, \dots с соответствующими коэффициентами поглощения a_1, a_2, \dots :

$$I_m = \frac{P}{S_1 a_1 + S_2 a_2 + \dots}. \quad (36)$$

Эту формулу можно использовать для оценки размеров аудитории, необходимых для получения нужного значения I_m при заданной мощности P инструмента и данном распределении материалов поглощающих стен.

Время реверберации τ_r оказывается пропорциональным объему V зала и обратно пропорциональным площади поглощающих стен $A = S_1 a_1 + S_2 a_2 + \dots$. Эксперименты показывают, что имеет место приближенное соотношение

$$\tau_r = 0,16 \frac{V}{S_1 a_1 + S_2 a_2 + \dots}, \quad (37)$$

где V выражается в кубических метрах, S — в квадратных метрах, τ_r — в секундах. Поскольку коэффициенты поглощения обычно растут с частотой звука, время τ_r будет уменьшаться при повышении тона, так что для басовых нот реверберация будет более долгой, чем для дискантовых.

⁷⁹Предполагается, что интенсивность I_m соответствует диффузному потоку звуковой энергии, одинаковому во всех направлениях.

Одна из проблем акустики помещений связана с тем, что присутствие в зале публики сильно влияет на его поглощающие свойства (усиливает поглощение). Это приходится учитывать при конструировании аудиторий. Чтобы свести к минимуму эффекты, связанные с непредсказуемостью численности публики и ее распределения в пространстве, необходимо сделать так, чтобы коэффициент поглощения сидений не зависел от того, заняты они или нет. Поглощающий эффект аудитории максимально выражен в помещениях с очень длительным временем реверберации, например, в церквях и кафедральных соборах. Никакой другой исполнитель так не зависит от изменений окружающей обстановки (и так не озабочен ими), как органист.

Распределение, нарастание и затухание тонов, а также частотная зависимость коэффициентов поглощения заметно влияют на физические характеристики музыкальных тонов, создаваемых инструментом в реальных условиях, а значит, и на восприятие музыки слушателем. Временная зависимость тонов сильно меняется, например, ноты, сыгранные стаккато, растягиваются во времени в зависимости от времени реверберации данного зала. Изменяется также спектр тона, поскольку все коэффициенты поглощения зависят от частоты. Наконец, учитывая, что фазы волн, проходящих через данную точку, в условиях реверберации смешаны случайным образом, можно показать, что результирующее значение SPL каждой гармонической компоненты также будет испытывать случайные флуктуации, устанавливая тем самым предел способности слушателя узнавать тембр в замкнутом пространстве [127].

Существуют и другие, обычно пренебрегаемые, эффекты второго порядка, связанные с волновым явлением, называемом *дифракцией*. Когда звуковая волна наталкивается на препятствие (например, на колонну в соборе или на человека, сидящего перед слушателем), может возникнуть одна из трех ситуаций. 1) Если длина звуковой волны намного меньше размера (диаметра) препятствия (например, в случае высокого тона) (рис. 75, а), позади препятствия возникает звуковая «тень», а на передней его стороне происходит нормальное отражение. 2) Если препятствие и длина волны имеют приблизительно одну и ту же величину, возникает более сложная ситуация, при которой само препятствие действует как вторичный источник звука, излучающий во всех направлениях (на рис. 75 не показан). 3) Если длина волны гораздо больше размера препятствия (рис. 75, б) (как в случае басовых тонов), последнее вообще не будет влиять на звуковую волну, которая будет распространяться, почти не испытывая возмущения. Регулярно расположенные препятствия (например, сидения или люди в аудитории), могут приводить к образованию интерференционных картин для данных длин волн и направлений распространения. Наконец, могут возникать стоя-

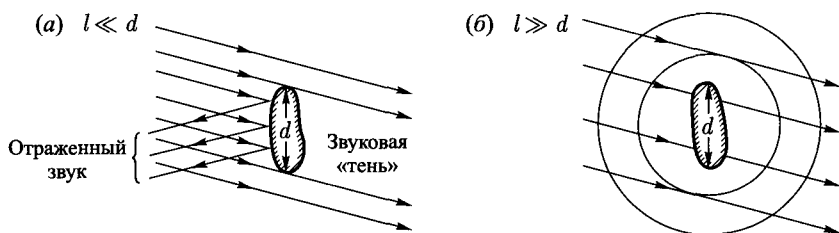


Рис. 75. Взаимодействие звуковой волны с препятствием: (а) Короткие волны (отражение и/или поглощение). (б) Длинные волны (дифракция)

чие волны при некоторых конфигурациях зала, некоторых частотах и некоторых положениях источника. Это приводит к образованию в помещении узлов и антиузлов (разд. 3.3). Научные и технические подробности относительно акустики помещений можно найти в книге [2].

Дифракция и эффект предшествования играют важную роль при электроакустическом воспроизведении звука. При получении стереофонических сигналов от двух звуковых колонок требуется электронная компенсация эффектов дифракции звуковой волны на голове слушателя [30]. Правильное стереоскопическое воспроизведение «прямого звука» (т. е. эффекта предшествования) при использовании наушников необходимо для предотвращения ощущения звука, локализованного «внутри головы» (см. стр. 215).

4.8. Восприятие высоты и тембра музыкальных тонов

Несмотря на значительные успехи в изучении восприятия высоты и громкости *чистых* тонов (разд. 2.3, 2.9, 3.4, 3.5), предстоит еще много сделать для понимания восприятия сложных тонов (см. например, [118, 177]). То, что тембр тона можно изменить, усиливая определенные обертоны, было известно уже много столетий назад. Подлинный синтез тонов был впервые осуществлен органными мастерами в XIII–XIV веках. Органы того времени не имели множества регистров, вместо этого каждая клавиша включала группу труб («Blockwerk»), состоящую из одной или нескольких труб, настроенных на основную частоту написанной ноты, и ряда труб, настроенных выше на октаву, дуодециму, квинтдециму и другие высшие гармоники (исключая наиболее нежелательную седьмую). Звучание инструмента определялось выбором громкости для каждой трубы. Позднее появились первые регистры с ручным управлением, они позволяли органисту включать и выключать по своему выбору различные группы труб, соответствующих высшим гармоникам в Blockwerk'e, и таким образом выбирать один из возможных вариантов звучания органа (а также варьировать гром-

кость — см. разд. 3.4). Лишь одним–двумя веками позже были добавлены новые независимые регистры в виде групп труб со своим индивидуальным тембром⁸⁰.

Таким образом, синтез звука имеет довольно длинную историю. В то же время *анализ* звука, т. е. выделение высших гармоник, звучащих одновременно с естественно создаваемым тоном, в явном виде в литературе не упоминался вплоть до 1636 года, когда замечательный французский ученый, философ и музыкант, пэр⁸¹ Марен Мерсенн опубликовал свое первое исследование, посвященное (качественному) анализу высших гармоник, присутствующих в сложном тоне.

В связи с восприятием сложных тонов возникают два главных вопроса. 1) Почему сложный тон, представляющий наложение различных частот, дает ощущение лишь одного тона? 2) Что позволяет нам отличать спектр одного тона от спектра другого даже при одинаковой их высоте и громкости? Хотя мы уже частично ответили на первый вопрос (разд. 2.9)⁸², полезно вернуться снова к процессу восприятия *сложной* звуковой волны, достигающей барабанной перепонки. Барабанная перепонка двигается внутрь и наружу, совершая колебания в соответствии со сложными несинусоидальными, но периодическими колебаниями волны. Цепочкой слуховых косточек это движение механически передается мембране овального окна, которая почти точно воспроизводит сложную структуру колебаний. Ни барабанная перепонка, ни цепочка косточек «не знают», что передаваемые ими колебания представляют наложение различных гармоник. Такой анализ происходит лишь на следующей стадии.

Сложные колебания мембраны овального окна создают бегущие волны в кохлеарной жидкости. На этой стадии происходит разделение на составляющие с различными частотами. Как показано в разд. 2.3 и 3.2, положение резонансной области (области базилярной мембраны, где бегущая волна вызывает наибольшее возбуждение) зависит от частоты. Поэтому сложный тон будет создавать целый набор резонансных областей (рис. 27), по одной для каждой гармоник; реальное положение этих областей можно найти, руководствуясь рис. 10. Из-за приблизительно логарифмического соотноше-

⁸⁰Итальянские органы в стиле барокко сохранили основное управление тембром путем включения многих регистров призвуков (высших гармоник). Гораздо позже появились первые электронные органы Хэммонда, целиком основанные на возможности раздельного управления интенсивностью отдельных гармоник, генерируемых электроникой.

⁸¹Пэр (франц. *pair*, англ. *peer*, от лат. *par* — равный), звание представителей высшей аристократии в Великобритании и Франции. Возникло в средние века. Во Франции ликвидировано в 1789; существовало также в 1814–1848. В Великобритании существует и поныне; дает право быть членом палаты лордов.

⁸²Мы настоятельно рекомендуем перечитать разд. 2.9 еще раз.

ния между x и f резонансные области будут располагаться все теснее при движении вверх по ряду гармоник (рис. 27). Поскольку каждая резонансная область имеет конечную протяженность (разд. 2.4), соседние резонансные области будут перекрываться, особенно для высоких гармоник (рис. 28). Как отмечалось в разд. 2.9, выше седьмой гармоники все резонансные области перекрываются, и различать их становится все труднее [119]⁸³.

Таким образом, одиночный сложный тон создает в улитке крайне запутанную ситуацию. Почему же в таком случае мы воспринимаем такой тон как одно целое, с вполне определенной высотой, громкостью и тембром? Как объяснялось в разд. 2.9, это может быть результатом *процесса распознавания пространственных структур*. Характерной особенностью, распознаваемой в этом процессе, общей для всех периодических тонов независимо от их основной частоты и фурье-спектра, является *соотношение расстояний* между максимумами колебаний на базилярной мембране. Ощущение высоты тона должно рассматриваться как «окончательный выходной сигнал» этого процесса распознавания пространственных структур. Этот центральный процессор определения высоты тона («подгонка шаблона») может работать, даже если утеряна часть входного сигнала (как в случае подавленной основной частоты). В таком случае он может совершать ошибки, либо давать неоднозначные ответы относительно высоты тона (разд. 2.7). Более подробное обсуждение реальной работы процесса узнавания будет проведено в приложении В.

Все психоакустические эксперименты показывают, что наша субъективная реакция на сложные тона заметно зависит от *контекста*, в котором они появляются. Предъявление задач «музыкально осмысленных», вроде узнавания мелодий или тональности, либо идентификации источника тона (инструмента), сильно влияет на обработку сложных тонов мозгом. Это относится даже к восприятию высоты тона. Эксперименты со спектральными компонентами, генерируемыми с помощью электроники, убедительно свидетельствуют, что выделение одного тона из сложного звука сильно облегчается, если тона предъявляются в виде осмысленной мелодии (иногда это даже оказывается необходимым условием). Отдельные электронно-синтезированные сложные тона, взятые вне музыкального контекста, зачастую приводят к произвольной либо неоднозначной оценке высоты тона (см. пример в разд. 2.7).

С помощью органа можно провести поразительный эксперимент с «реальной» музыкой, демонстрирующий этот контекстно-зависимый эффект

⁸³ Следует отметить, что рис. 28 соответствует математической модели улитки, которая не учитывает механизма заострения, обусловленного подвижностью наружных волосных клеток (разд. 3.6).

распознавания основного тона. Исполняем пьесу (например, хоральную прелюдию Баха «Wenn wir in höchsten Nöten sein») («Когда мы в глубокой нужде») с сольной сопранной мелодией на основе комбинации корнетного типа $8' + 4' + 2 \cdot 2/3' + 2' + 1 \cdot 3/5' + 1 \cdot 1/3' + 1'$, сопровождаемой все время мягкими комбинациями $8' + 4'$ и $16' + 8'$. Просим музыкально подготовленную аудиторию внимательно следить за высотой тона мелодии, но предупреждаем, что предстоят изменения тембра. После первых пяти–шести тактов повторяем пьесу, но убираем из мелодии $8'$. Повторяем снова, убирая $4'$, затем $2'$ и, наконец, $1'$. В конце сообщаем аудитории, что осталось в верхнем голосе и отмечаем, что тон, соответствующий написанной ноте, полностью отсутствовал (во всех октавах). Люди не верят этому! Однако повторить этот эксперимент, скорее всего, не получится, поскольку аудитория перепределяет свою стратегию обработки высоты тона!

При восприятии сложного тона наша слуховая система уделяет больше внимания выходному сигналу центрального механизма обработки (который дает ощущение одного-единственного тона), нежели первичному тону отдельных гармонических компонент. Если мы хотим «расслышать» первые шесть–семь верхних гармоник постоянно звучащего сложного тона, мы должны отдать команду «выключить» (затормозить) доминирующий механизм субъективной оценки высоты тона и сосредоточиться на первоначально приглушенном выходном сигнале от более примитивного первичного или спектрального механизма, определяемого пространственным положением активированных областей на базилярной мембране (горизонтальные волокна на рис. 88 в приложении В). Этот процесс торможения с переключением внимания требует времени, значительно большего, чем включение общего механизма обработки тона (разд. 3.5). Поэтому высшие гармоники не удается «расслышать» в коротких или быстро затухающих тонах⁸⁴.

Важно подчеркнуть, что из-за асимметрии распределения активности вдоль базилярной мембраны (рис. 34) и эффекта, кратко обсуждавшегося на стр. 197, первичное согласование высот обертонов сложного тона *всегда дает слегка растянутые интервалы*, например, между первой и второй гармониками (растянутая октава) [160]. Этот сдвиг вызывается возмущающим влиянием ансамбля всех других гармоник на ту гармонику, первичный тон которой подлежит согласованию. Этот эффект мал (до нескольких про-

⁸⁴ Диссонанс седьмой гармоники давно беспокоит музыкантов. Однако это беспокойство необоснованно, поскольку седьмую гармонику крайне трудно выделить даже из непрерывно звучащих тонов музыкальных инструментов. Это проявляется в том факте, что некоторые большие современные органы содержат регистры призывков $1 \cdot 1/7'$, звучащие на седьмой гармонике написанной ноты, которые дают очень своеобразный тембр при использовании совместно с другими регистрами, но никоим образом не нарушают «гладкости» звука.

центов), но может проявляться в музыке (разделы 5.4, 5.5 и приложение В). Интересный эффект возникает, когда расстроена лишь одна из гармоник тона, генерируемого электронной схемой: даже будучи гармоникой высокого порядка, она внезапно становится слышимой как отдельный тон. Причем не только слышимой — согласуемый тон не согласуется с реальной разностью частот, а всегда оказывается преувеличенным. Можно показать, что этот эффект является сильным доводом в пользу «позиционной теории» восприятия высоты сложного тона [93]. Он имеет и практическое применение — объясняет, почему все регистры призывков органа должны быть *точно* настроены на требуемую частоту (точную квинту, точную большую терцию, точную септиму), а не как это часто делается, на соответствующие темперированные интервалы (разд. 5.3)!

Разумеется, существуют и другие важные особенности первичного звукового стимула (игнорируемые процессором высоты тона), которые дают вклад в восприятие на других этапах процесса распознавания звуковых структур. В случае сложного тона мы воспринимаем его *громкость* (связанную с полной интенсивностью нервных импульсов, см. разд. 3.5) и *тембр*. Здесь следует ясно различать статическую ситуацию, которая возникает, когда мы слышим непрерывно звучащий сложный тон с постоянной основной частотой, интенсивностью и спектром, и более реалистической динамической ситуацию, когда сложный тон с неустановившимися характеристиками воспринимается в соответствующем музыкальном контексте. Рассмотрим статический случай. Психоакустические эксперименты с непрерывными сложными звуками электронного происхождения одинаковой высоты и громкости, но с различными спектрами и различными фазовыми соотношениями между гармониками показывают, что ощущение тембра в первую очередь определяется *спектром мощности* (разд. 4.3) [123, 124]. Фазовые сдвиги, хотя и ясно различимые, особенно на низких частотах, играют лишь второстепенную роль.

Статическое ощущение тембра выступает, таким образом, как коррелят распределения активности вдоль базилярной мембраны при условии, что имеет место правильное распределение расстояний между резонансными пиками, позволяющее увязать все в ощущение единого тона. Если разделить область слышимых частот на полосы в одну треть октавы каждая (это приблизительно соответствует критической полосе, см. разд. 2.4) и измерить интенсивность или поток звуковой энергии в каждой такой полосе для данного сложного тона, то можно количественно определить «индексы несходства» для (стационарных) звуков разных музыкальных инструментов, которые хорошо коррелируют с психофизически определяемыми суждениями относительно сходства и различия тембров [127]. Важно от-

метить, что ощущение тембра определяется *абсолютным* распределением звуковой энергии в фиксированных критических полосах, а не отношением интенсивностей к интенсивности основной частоты. Это легко проверить, слушая граммофонную или магнитофонную запись, проигрываемую с неправильной скоростью. Эта процедура оставляет неизменными спектры относительной мощности, просто сдвигая все частоты вверх или вниз, тем не менее при этом ясно слышно изменение тембра всех инструментов.

Статическое ощущение тембра представляет «многомерную» психологическую величину, связанную не с одним, а со многими физическими параметрами исходного физического стимула — с набором интенсивностей во всех критических полосах⁸⁵. По этой причине дать *семантическое* описание тембра труднее, чем «одномерной» высоты тона (высокой или низкой) и громкости (громкой или тихой). За исключением широкого диапазона эпитетов от «скучный» или «унылый» (для верхних гармоник) до «носовой» (в основном для нечетных гармоник) и «яркий» или «резкий» (для многих усиленных верхних гармоник), большинство характеристик, даваемых музыкантами, содержит сравнение со звучанием реальных инструментов (флейтовый, струнный, свирельный, медный, органоподобный и т. п.). Это подобно описанию психофизического ощущения запахов — вспомните описание (иногда довольно изобретательные) запахов хорошего вина!

Восприятие тембра представляет лишь первую стадию операции *распознавания источника тона* (в музыке это идентификация инструмента). С этой точки зрения, восприятие звучания тона является механизмом, посредством которого информация извлекается из слухового сигнала таким образом, чтобы она стала пригодной для 1) сохранения в памяти с адекватной меткой идентификации и 2) сравнения с ранее запомненной и идентифицированной информацией. Первая операция включает обучение или тренировку. Ребенку, которого учат узнавать музыкальные инструменты, несколько раз дают прослушать мелодию, исполняемую данным инструментом, и говорят: «Это кларнет». Его мозг извлекает нужную информацию из последовательности слуховых стимулов, присваивает этой информации метку «кларнет» и сохраняет ее в памяти. Вторая операция представляет обусловленный отклик на заученную картину. Когда ребенок после проведенного обучения слышит звучание кларнета, его мозг сравнивает информацию, из-

⁸⁵В области частот, представляющей интерес для музыки, содержится приблизительно 15 критических полос, интенсивности которых необходимо задать, чтобы определить спектр. Тем не менее изучение идентификации гласных [85] показывает, что всего *четырёх* независимых параметров интенсивности (каждый из которых представляет линейную комбинацию интенсивностей во всех критических полосах) достаточно для описания сложного тона в пределах «тембровой разрешающей способности» слуховой системы.

влекаемую из входного сигнала (т. е. тембр), с запомненными сигналами и при обнаружении соответствия между ними выдает ответ: «Это кларнет». Если же мы слышим «новый» звук, например, ряд тонов, построенных с помощью электронного синтезатора, наша система извлечения информации будет передавать сигналы механизму согласования, который затем станет отчаянно пытаться сравнить входной сигнал с ранее накопленной информацией. Если этот процесс согласования окажется безуспешным, то в конце концов откроется новый «файл» для этого, теперь уже идентифицированного, звука. В случае лишь частичного успеха мы реагируем на это высказываниями типа «почти как кларнет» или «похоже на рывкающий тромбон». Ответственные за все это нервные процессы будут рассмотрены в следующем разделе.

Музыканты будут протестовать и скажут, что ощущение тембра — это нечто гораздо большее, чем просто узнавание «на чем играют». Например, из-за чего один инструмент звучит более красиво, чем другой того же вида? Прежде всего, мы должны заметить, что это очевидным образом связано со следующей степенью усложнения описанного механизма идентификации — мы можем научиться извлекать все более тонкую информацию из картины звуковых колебаний, создаваемых инструментом, чтобы быть в состоянии различать звучание разных экземпляров инструмента одного и того же вида. В действительности не известно, почему некоторые картины колебаний оказываются более красивыми, чем другие. Например, было множество попыток выяснить, какие физические характеристики делают скрипку Страдивари поистине великим инструментом [145]. Многие из этих характеристик имеют динамический характер, и большинство из них представляется связанным с большей или меньшей легкостью для исполнителя создавать нужную «окраску» тона (спектр и переходные характеристики), а не с «пассивным» воздействием на слушателя (у новичка скрипка Страдивари будет звучать так же плохо, как и любая другая!). Например, звучание скрипки представляется связанным в значительной степени с влиянием тесно расположенных резонансных пиков (рис. 62) на громкость и тембр, когда основная частота модулируется при исполнении *вibrато* [96]. При таких условиях частоты гармонических компонент сдвигаются вверх-вниз мимо неравномерно расположенных узких резонансных пиков. В результате усиление каждой компоненты периодически изменяется, и то же происходит с громкостью и тембром. В зависимости от особенностей микроструктуры резонансной кривой его инструмента скрипач имеет возможность создавать крайне тонкие изменения громкости и тембра, связанные с его *вibrато*. Что касается знаменитых органов эпохи барокко, то их звучание определяется в равной мере как спектром и переходными характеристиками их труб, так

и акустикой помещений, и искусство органиста состоит в использовании этих факторов для надлежащей фразировки извлекаемых пассажей.

4.9. Нервные процессы, связанные с восприятием музыкальных тонов

В разделе 5 мы установили, что музыка — это информация. С нейробиологической точки зрения, вопрос о том, какая именно информация заключена в музыке, превращается в вопрос об идентификации конкретных нервных структур, создаваемых музыкальными стимулами в мозгу человека, и о том, какие поведенческие реакции являются врожденными, а какие приобретаются вследствие культурных наслоений.

Прежде чем заняться этими предметами с объективной, научной точки зрения, мы должны выяснить, каким образом информация представлена в мозге [139]. Существуют два основных режима. Один, динамический, выражается в форме быстро меняющейся картины нервной активности, в частности, в виде *пространственного и временного распределения электрических импульсов*, которые отдельные нейроны посылают другим нейронам (разд. 2.8); эта картина отражает оперативное состояние нервной сети. Другой режим является квазистатическим, он задается *пространственным распределением и эффективностью межнейронных связей (синапсов)* и представляет внутреннее состояние («аппаратные средства») нервной сети (называемое также «синаптической архитектурой»). Вдобавок существует еще система *химической передачи информации*: определенные вещества (нейротрансмиттеры, гормоны), впрыскиваемые в поток крови, играют роль временного модулятора (стимулятора или ингибитора) нервной активности некоторых отделов мозга; они определяют аффективный отклик мозговой активности и управляют многими функциями внутренних органов и иммунной системы.

Динамический режим характеризуется масштабом времени от нескольких миллисекунд до секунд и обычно включает в работу миллионы нейронов даже при решении простейших задач по обработке информации, требуя для своего поддержания значительного притока энергии. Именно увеличение потока крови в сосудах и потребления кислорода отображается при исследовании методами функционального магнитного резонанса и позитронно-эмиссионной томографии [63, 106]. К сожалению, такая техника не дает точного распределения отдельных нейронов в картинах нервной активности, такая задача кажется безнадежной, по крайней мере сегодня: в коре головного мозга человека содержится более 100 миллиардов нейронов, каждый из которых связан с тысячами других. Тем

не менее, как уже отмечалось в разд. 2.8, подробное микроскопическое *пространственно-временное распределение электрической активности на нейронном уровне* и пространственное распределение синапсов, взятые вместе, определяют интегральное состояние функционирующего мозга в каждый момент времени.

Обсудим сначала обработку нервной информации в широком плане, выраженном в форме областей мозга с повышенной нервной активностью, обнаруживаемых методами функциональной магниторезонансной визуализации, позитронно-эмиссионной томографии, магнитоэнцефалографии и электроэнцефалографии. Каждая область обычно содержит сотни тысяч нейронов. Прежде всего, установим, какого рода внешняя информация должна распознаваться различными сенсорными системами. Существуют четко определенные стадии обработки информации в нервной структуре мозга, простирающейся от областей первичного приема сенсорной информации в коре до префронтальных долей и оттуда до моторных областей, отдающих команды мышцам. Существует также система обратной связи от высших стадий обработки обратно к первичным областям. Если обратиться к зрительным аналогиям, то существуют дискретные элементы обычно с четко определенными границами и текстурированными поверхностями, которые мы называем «объектами в пространстве», их взаимное расположение в пространстве и изменения во времени. Что касается слуха, то можно выделить «объекты в акустическом пространстве» (на самом деле «объекты во времени»), подобные музыкальным сообщениям, см. разд. 1.3), т. е. дискретные последовательности звуковых волн с четко определенными проявлениями, их соотношения между собой и с их источниками в окружающей среде.

Как отмечалось в разд. 2.9, нервная структура на периферии и афферентных путях вплоть до первичной воспринимающей области коры в основном «сформирована заранее». Нейроны в первичных отделах коры, к которым присоединена система афферентной передачи от сенсорного органа, представляют «детекторы особенностей». Если я смотрю на дерево, то активированная область коры вовсе не имеет форму дерева, а если я слышу звук трубы, то в коре моего мозга не возникает никаких колебательных структур, которые воспроизводили бы звуковые колебания, создаваемые трубой. Вместо этого стадии афферентной обработки и первичная кора разбирают исходные образы на части и переотображают их характерные элементы совершенно иным образом. Если, например, в первичной слуховой коре (в извилинах Гершля) имеются нейроны, «настроенные» на определенный интервал частот, то они стремятся откликаться только на определенные сложные звуковые стимулы в этой области частот и специфические

переходные процессы (примером могут служить известные «детекторы мяуканья» у кошек). В зрительной коре, где отдельные нейроны имеют особое рецептивное поле (т. е. небольшую область на сетчатке) для падающих фотонов, на которые они откликаются, они делают это только при появлении в этом рецептивном поле некоторых четко определенных картин, например, темного или светлого отрезка, наклоненного под определенным углом, края, движущегося в определенном направлении, и т. п. [95].

На следующей стадии эти не пересекающиеся между собой структуры должны быть связаны таким образом, чтобы черты, принадлежащие одному и тому же объекту (пространственному или временному), образовали структуру, однозначно присущую именно *этому* объекту независимо от его положения в визуальном или частотном пространстве. Другими словами, входящая информация должна быть распределена по категориям в соответствии с ее *смыслом*. В случае зрения отклики на края и линии, принадлежащие одному и тому же объекту, должны быть преобразованы в *одну* нервную структуру, т. е. должно быть установлено одно-однозначное соответствие с объектом. В случае слуха, пространственно разделенные отклики, соответствующие резонансным областям гармоник музыкального тона, должны быть преобразованы в *одну* структуру, специфическую для высоты и тембра одного музыкального тона (разд. 2.9 и 4.8). Другими словами, узнавание данного сложного тона как «единого целого» (независимо от его высоты, тембра и интенсивности) в информативном отношении эквивалентно распознаванию физического объекта как единого целого в трехмерном пространстве (безотносительно к его цвету, размеру или яркости).

Рассмотрим подробнее, как работают в мозгу различные уровни, или стадии обработки зрительной информации (см. схему на рис. 76)⁸⁶ [139]. Периферийная нервная сеть и афферентные пути, включая так называемую первичную сенсорную область коры (стадия 1 в затылочной доле), проводит некоторые основные операции предварительной обработки, связанные преимущественно с вышеупомянутым *детектированием особенностей*. Следующая стадия 2а в теменной доле проводит геометрические преобразования, которые присваивают «идентичность» информации, поступающей от одного и того же трехмерного объекта, наблюдаемого с разных расстояний, при различных положениях и ориентациях. Далее стадия 2б во временной доле осуществляет вышеупомянутый процесс *интеграции особенностей*, или *связывания*, необходимый для того, чтобы выделить из невообразимо сложного входного сигнала те особенности, которые при-

⁸⁶ Хотя эта книга посвящена звуку, проще проследить пути информации в зрительной системе. Основные слуховые области нижнего уровня в коре скрыты позади складок коры.

надлежат одному и тому же пространственному или временному объекту. Другими словами, обе операции преобразуют совершенно разные картины (возникающие на сетчатке от различных проекций одного и того же объекта) в единые картины, находящиеся в соответствии с топологическими свойствами формы данного объекта (при распознавании объекта на стадии 2а) и с пространственным положением объекта в окружающей среде (при окончательных моторных действиях на стадии 2б). Некоторые из этих преобразований могут быть приобретенными, т. е. быть результатом опыта первых месяцев жизни ребенка, когда осязание дает ему сигнал о «единстве объекта», на который он смотрит, одновременно держа в руках (возможно, не случайно область 2б расположена вблизи соматосенсорной области). И они определенно могут быть приобретенными на более поздних этапах жизни (например, можно легко научиться читать сверху вниз или текст, отраженный в зеркале).

Операции с иссечением тканей на животных показали, что на стадии 2 мозг «знает», что он имеет дело с некоторым объектом, но еще не знает, *что* это за объект. Для этого требуется сложный процесс сравнения с существующей, ранее приобретенной информацией (стадия 3), который должен опираться на ассоциативную память (см. ниже). Например, у человека в медиальной временной доле были обнаружены нейроны, откликающиеся всякий раз, когда рассматриваются лица определенных людей, сцены окружающей обстановки, некоторые объекты или животные [95]. Финальная стадия 4 в передних долях соответствует полному узнаванию объектов и интеграции в полную воспринимаемую картину (при рассмотрении пейзажа). При движении вверх по стадиям на рис. 76 процессы обработки информации становятся все менее автоматическими и все более управляемыми из центра. В частности, необходимо больше *мотивационно-управляемых* действий и решений, и на окончательный результат все в большей степени влияет *ранее накопленная* (приобретенная) информация (см. разд. 5.8).

С информационной точки зрения, акустическая система содержит некоторые аналогичные стадии обработки за исключением существования удивительной латерализации полушарий, вследствие которой имеет место разделение задач на последовательные и синтетические операции, подробнее описанное в разд. 5.7. Эволюционной причиной такого разделения, возможно, является наличие у мозга своего собственного варианта поговорки «время — деньги»: обработка разговорной речи, считающаяся обычно наиболее выдающейся информационной способностью человека и представляющая, вероятно, наиболее значительный шаг в его эволюции (см. разд. 5.6), предъявляет жесткие требования к скорости обработки информации мозгом. Мозг просто не может позволить себе тратить приблизительно 50 мил-

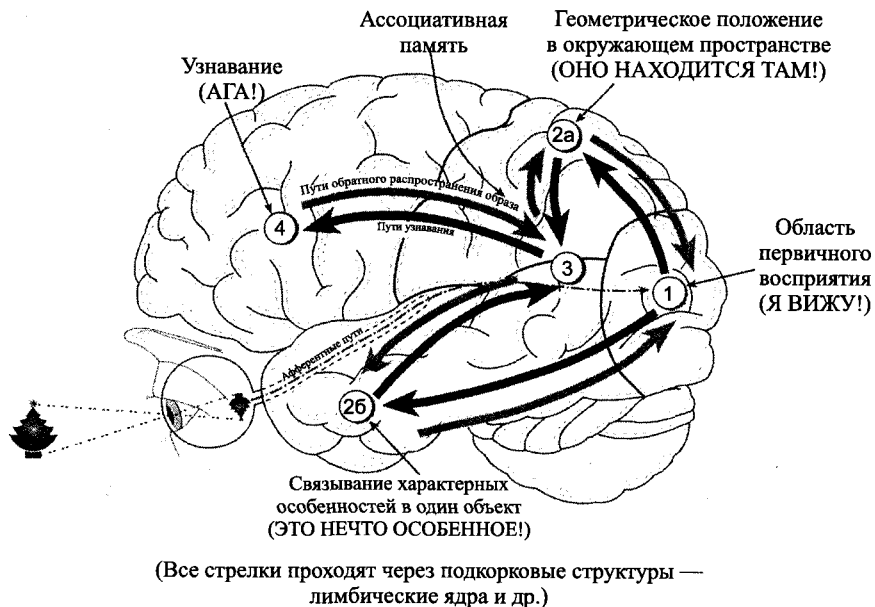


Рис. 76. Восходящие информационные потоки и уровни обработки зрительной информации [139]. На нижних, подкорковых уровнях (не показанных на рисунке) осуществляется проверка субъективной принадлежности информации на ее пути к префронтальной коре. Через цепи обратной связи (серые стрелки) образ данного объекта включает распределение нервной активности на нижних уровнях, которое возникает, если объект действительно воспринимается глазом

лисекунд на обмен информацией между полушариями (главным образом через мозолистое тело, см. разд. 2.9), когда он переходит к восприятию речи⁸⁷. Поэтому быстрые последовательные задачи собраны вместе в непосредственной близости в одной временной доле, которая у 97% людей расположена в левом полушарии. В этом речевом полушарии (называемом также доминантным полушарием) имеется четко определенный путь трехступенчатой обработки [16] от верхней временной извилины (следующей после извилины Гешля — первичной слуховой области) к системам распознавания фонем вокруг верхней временной борозды и к первой ступени лексико-семантической обработки в вентролатеральной (нижней) части

⁸⁷Аналогичная ситуация имеет место в современных электронных компьютерах. Главное ограничение на их быстродействие налагается просто пространственным расстоянием между вычисляющими элементами!

временной доли. Отсюда информация передается в несколько «верхних» областей, включая постериорную поясную извилину (эта важная часть коры скрыта глубоко в средней борозде и взаимодействует со многими другими областями коры и подкорки), префронтальную кору и угловую извилину, путем ряда очень сложных и пока не полностью объясненных шагов для полного лингвистического анализа, при котором, как и в случае зрения, фундаментальную роль играют механизмы ассоциативной памяти. Обработка акустической информации в правом полушарии имеет более размытый характер и менее изучена⁸⁸. Эквивалентом фонемно-лексической обработки является анализ сложных тонов, аккордов и мелодий (более подробное обсуждение звуковой латерализации будет проведено в разд. 5.6 и 5.7).

Вернемся теперь к реальному нейронному представлению информации в мозге, которое, как уже упоминалось, определяет интегральное мгновенное состояние мозга. То, каким образом определенное пространственно-временное распределение нервной активности, возникающее при прослушивании звука или взгляде на объект, становится чувственным ощущением и *мыслительным образом*, представляет старый вопрос, который одинаково ставил в тупик биологов и философов. Сегодня нейробиология дает радикальный ответ: возникающая структура не «становится» образом — она и *есть* образ! Поэтому нет необходимости в доказательстве существования какой-то научно-неопределимой нематериальной инстанции высшего уровня, как «разум» (хотя никому не возбраняется иметь собственное представление о чем-то подобном — см. разд. 5.8).

Поясним это на сильно упрощенном примере. Когда вы видите блестящее красное яблоко, когда вы закрываете глаза и представляете себе блестящее красное яблоко, когда кто-нибудь произносит слова «блестящее красное яблоко», или когда вы читаете вот эти строки, в некоторых определенных областях вашего мозга возникает пространственно-временное распределение нервной активности, часть которого почти одинакова во всех этих случаях. Эта общая часть и представляет узнавание «блестящего красного яблока», и это есть ваш мыслительный образ, ваш *нервный коррелят* понятия «блестящее красное яблоко». Он только ваш, физически и физиологически, он будет очень сильно отличаться от того, который формируется при тех же обстоятельствах в моем или еще чьем-то мозгу (одинаковыми будут только области мозга, участвующие в этом процессе), но тем не менее эти структуры выражают *одну и ту же прагматическую информацию* (понятие «блестящего красного яблока»). Последующий поведенче-

⁸⁸Исследование восприятия музыки считается менее важным и получает более скромное финансирование по сравнению с изучением восприятия речи!

ский отклик на структуру, представляющую познавательную информацию, для вас и для меня может быть одинаковым (мы оба можем чувствовать прелесть этого яблока, желать съесть его и т. д.). Существенным является однозначный характер соответствия «объект→распределение нервной активности», а не реальная форма этой активности (которая из-за ее чрезвычайной сложности не может быть представлена в какой-либо математической форме [129]).

Сказанное пока не имеет прямого экспериментального подтверждения, но косвенных более чем достаточно. Например, были обнаружены нейроны, которые согласованно реагируют на один очень специальный тип сложного входного сигнала вроде лица человека или на ожидаемую особенность входного сигнала, даже если она отсутствует в реальном стимуле [86, 169]. Позже были открыты так называемые «зеркальные нейроны», которые реагируют на определенные ощущения, либо испытываемые самим подопытным животным, либо узнаваемые им, когда их испытывает кто-то другой (эмпатия).

Одной из фундаментальных функций мозга является *память*. Из сказанного выше должно быть ясно, что мозг как система обработки информации может считаться состоящим из многих дискретных взаимодействующих модулей, расположенных на восходящих уровнях (некоторые из которых параллельны между собой) от периферии (органы чувств, ствол мозга и первичные области) до исполнительного уровня (передней доли), а оттуда к моторным областям. Но с исполнительного уровня идет много обратных связей обратно к первичным сенсорным областям (рис. 76) и даже органам чувств (эфферентная система, разд. 2.9). Если распределение нервной активности, создаваемое входным стимулом на некотором уровне L_n , сохраняется в течение, скажем, нескольких секунд после того, как оно сформировалось, можно сказать, что эта активность представляет *кратковременную*, или *оперативную*, *память* об исходном стимуле — она представляет временно запомненную информацию о данном стимуле. Если же то же распределение активности на уровне L_n в некоторый *более поздний* момент возвращается обратной связью с некоторого более высокого уровня L_{n+k} , мы можем сказать, что возникающий образ представляет информацию об исходном стимуле, сохраненную в *долговременной*, или *структурной*, *памяти* на более высоком уровне. Эта информация должна существовать в квазистатическом режиме синаптической архитектуры, упомянутом в начале этого раздела. За операции долговременного запоминания информации ответственна очень важная область мозга (по одной в каждом полушарии) — *гиппокамп* [175]. Обратная связь, или процесс «сверху вниз», при котором специфическое распределение нервной активности, созданное

исходным стимулом, восстанавливается *без* предъявления соответствующего полного внешнего чувственного стимула, называется *вспоминанием*. Другими словами, вспоминание сенсорного (или любого другого) события состоит в *воссоздании* картин нервной активности, которые присутствовали, когда это событие реально воспринималось. Существует также процесс растягивания во времени. При обращении к так называемой *процедурной памяти* в течение продолжительного времени выполняется некоторое моторное действие, требующее навыка (примером может служить управление автомобилем с одновременным разговором по сотовому телефону, езда на велосипеде и т. п.). Эта память играет первостепенную роль в музыкальной практике и исполнительском искусстве! Ключевую роль в операциях запоминания и вспоминания такого рода с привлечением «продленной» памяти играет мозжечок.

Процессы сохранения и восстановления информации мозгом существенно отличаются от того, с чем мы сталкиваемся в повседневной жизни. Чтобы восстановить в памяти фотографию моей бабушки, я должен знать ее «адрес» в семейном альбоме или на стене, добраться туда и получить доступ к изображению в физическом смысле. Чтобы мысленно вспомнить лицо моей бабушки, мой мозг должен восстановить хотя бы часть той нервной активности, которая находилась в одно-однозначном соответствии с активностью, возникающей при реальном восприятии ее лица. Это называется *распределенной*, или *ассоциативной*, памятью и режимом *голологического представления*. Другими словами, чтобы извлечь некоторый кусок информации из повседневных систем памяти, мы должны знать ее адрес или же перебрать целый регистр памяти, прежде чем найдем то, что нам нужно. Но если бы у нас, например, имелась система *ассоциативной* памяти для написанной музыки (пока такой не существует), то мы могли бы, сыграв или пропев знаменитые четыре ноты та-та-та-таа... , восстановить целиком всю Пятую симфонию Бетховена. Именно так работает наш мозг! То, что запоминается мозгом, — это не сама нервная структура, возникающая при восприятии, а *способность восстановить* эту структуру. Конечно, пока нет возможности продемонстрировать, что при вспоминании образа всякий раз восстанавливается в точности одно и то же сложное пространственное распределение активности, хотя некоторые измерения на одиночных клетках (а также, в некоторой степени, изучение методами функциональной магниторезонансной визуализации и позитронно-эмиссионной томографии) убедительно свидетельствуют, что те же *группы* клеток, которые участвовали в процессе восприятия, становятся активными снова, когда данный образ вспоминается по ассоциации, произвольно вызывается в воображении или всего лишь ожидается.

Пользуясь весьма упрощенной схемой (рис. 77 [139]), покажем как может работать ассоциативная память. Предположим, что имеются два почти одновременных сигнала P_S и Q_S (например, соответственно, зрительный образ музыкального инструмента и акустический образ тембра этого инструмента), включающих, соответственно, различные структуры P_A и Q_A на некотором первичном уровне A , P_B и Q_B на более высоком вторичном уровне B и т. д. Теперь допустим, что при неоднократном повторении этих двух почти одновременных сигналов на уровне B возникают следующие изменения в синаптической архитектуре: 1) появляется новая структура $(PQ)_B$, представляющая одновременно возникающую *пару* сти-

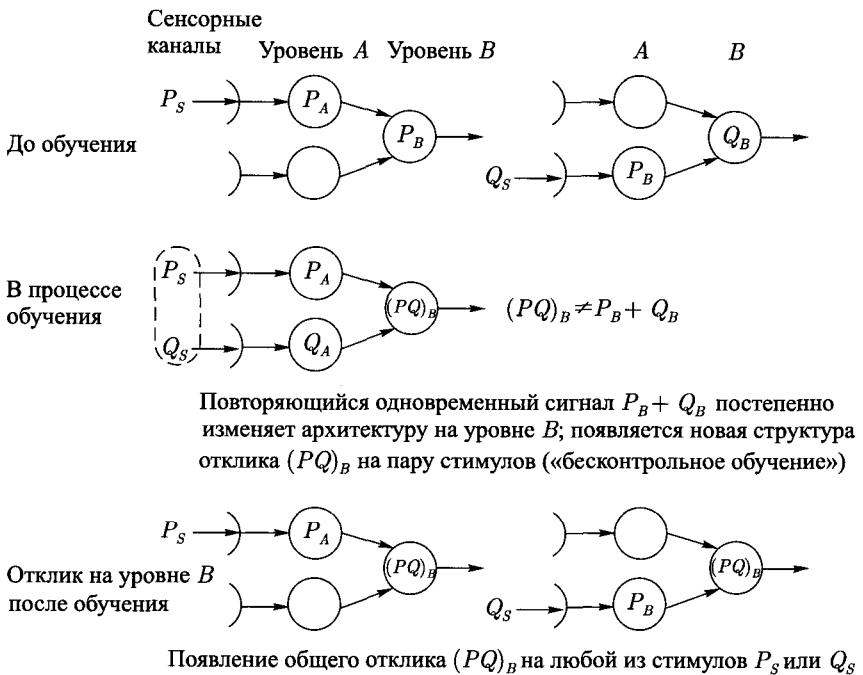


Рис. 77. Схема основного механизма обучения и ассоциативной памяти в нервной системе [139]. Изменение в «архитектуре», необходимое для появления новой, комбинированной структуры $(PQ)_B$ состоит в изменении пространственной конфигурации и эффективности синапсов (нервная «пластичность»). Эта новая пространственная конфигурация включает в себе информацию, накопленную в долговременной памяти

мулов P и Q ; 2) эта новая структура появляется даже в том случае, когда на вход поступает либо *только* P , либо *только* Q ; 3) всякий раз, когда независимо возникает структура $(PQ)_B$, на нижнем уровне A вследствие обратной связи появляются *оба* сигнала P_A и Q_A . В результате этого процесса сенсорный входной сигнал P_S будет включать дополнительный отклик Q_A даже *при отсутствии* входного сигнала Q_S , а сигнал Q_S — включать P_A (из-за обратной связи с уровня B). В этом заключается сущность так называемого *вспоминания по ассоциации*. Формирование на вторичном уровне B нового образа в виде пары $(PQ)_B$ есть результат *процесса обучения*; изменение архитектуры, которое делает это возможным, представляет *долговременное накопление информации* о коррелированных входных сигналах P и Q .

Сигналы P_S и Q_S не обязательно должны быть одновременными — новая комбинированная структура может устанавливаться на основе соответствующих запомненных структур (с использованием кратковременной памяти). Заметим, что P_S и Q_S могут быть входными сигналами, исходящими как от разных органов чувств (см. предыдущий пример), так и от двух разных частей одного и того же объекта (например, от морды и туловища вашей собаки). Один из двух входных сигналов может быть «очень простым» по сравнению с другим, в этом случае мы называем его *ключом*. Очень простой ключ в качестве входного сигнала может включать процесс вспоминания очень сложного образа, представляющего суперпозицию различных составляющих структур (например, четырехбуквенное слово может вызвать воспоминание об обозначаемом им сложном действии). Это означает, что данная нервная структура P_A может включаться сигналами, отличными от полного воссоздания исходного сенсорного входного сигнала P_S , — для высвобождения из памяти полного образа P_A может оказаться достаточным *частичное* воссоздание (это так называемая *автоассоциативная память*). Такое возможно также в случае частичного входного сигнала от более высоких уровней и представляет фундаментальное свойство механизма обращения к ассоциативной памяти (см. также приложение В). Наконец, неполный или зашумленный входной сигнал (примерами могут служить эффект отсутствия основной частоты, оптические иллюзии или так называемый «эффект вечеринки»⁸⁹) может заставить вспомнить «чистый» исходный сигнал. Эти процессы представляют наиболее фундаментальные алгоритмы «разумной обработки информации». Они широко обсуждались в литературе, посвященной численным экспериментам с математическими моделями нервных сетей [3, 88].

⁸⁹ «Эффектом вечеринки» называют возможность слушать собеседника в помещении, где одновременно ведет разговоры множество других людей. — *Прим. перев.*

Приверженцам компьютеров будет интересно узнать, что в работе мозга не используется программное обеспечение (software): память, инструкции и операции имеют в своей основе соответствующие изменения в «железе» (hardware), т. е. в архитектуре и эффективности синаптических связей между нейронами. Такая самоорганизация представляет также принцип действия современных «нейронных компьютеров» (хотя там изменения в архитектуре все-таки имитируются соответствующими программами [64]. Подробнее об этом и простой модели центрального процессора высоты тона, работающего на голологическом принципе, сообщается в приложении В.

Обратимся к некоторым примерам из области музыки. Рассмотрим распределение нервных сигналов, специфических для некоторого сенсорного события, например, звучания кларнета. Когда эта структура включается извне звуками инструмента, мы узнаем или вспоминаем, что эти звуки издаются кларнетом. Если же эта активность вызывается внутренними факторами (по некоторой ассоциации или произвольным усилием (для случая зрения это показано на рис. 76)), мы вспоминаем звук кларнета при отсутствии реального источника звука. Это простейшая форма активации *механизма акустического воображения*. Эксперименты со зрением показали, что, например, простое воображение геометрической формы вызывает активность зрительной области коры, очень похожую на ту, которая возникает, когда испытуемый реально видит эту форму [103]. В слуховой системе «внутренний слух» действует следующим образом: воображение мелодии или вспоминание сказанных слов есть результат активации, или «переключения» нервной активности, первоначально включенной где-то в префронтальной области коры (точное положение зависит от конкретного процесса вспоминания), которая затем передает информацию обратно на уровень слуховой обработки, создавая сенсорные образы при отсутствии каких-либо звуков, попадающих в наши уши. У животных такая обратная передача информации происходит «автоматически», она включается ассоциациями или другим внешним сигналом; только у людей она может включаться произвольно, без внешнего сигнала (см. разд. 5.7). Как уже упоминалось, пока экспериментально не доказано, что пространственно-временное распределение активности, возникающее в условиях такой обратной передачи, действительно идентично распределению, создаваемому эквивалентным внешним (сенсорным) входным сигналом, но, по крайней мере, показано, что в этом участвуют одни и те же области. Эксперименты, состоящие в обдумывании слов [128], т. е. в обработке семантической информации при отсутствии акустического входного сигнала, или при чтении про себя, или при чтении по губам (в последних случаях входная информация носит визуальный характер, но испытание проводится на акустических областях), с исполь-

зованием функциональной магниторезонансной визуализации демонстрируют активное участие четырех областей — угловой извилины, дорсальной префронтальной коры, постериорной поясной извилины и вентральной временной доли, которые включаются в обратном порядке, когда испытуемый реально *слышит* слова (см. разд. 5.6).

Другим важным примером является тот факт, что ожидание или *предвосхищение* сенсорного входного сигнала включает активность соответствующих сенсорных и ассоциативных областей коры *до* того, как соответствующий отклик будет действительно создан внешним воздействием; если же такого воздействия нет, такая нервная структура появляется как-то иначе. Это было проверено во многих экспериментах, в которых измерялся отклик нейронов в первичной зрительной коре, когда лабораторному животному предъявлялись стимулы, в которых ожидаемая особенность иногда присутствовала, иногда отсутствовала. Этот эффект играет основную роль в восприятии речи и музыки (см. разд. 5.5).

Хотя ритмическая структура музыки в этой книге не рассматривается, заметим, что она может быть тесно связана с природными часами мозга, которые управляют функциями организма и моторными откликами, а также с характерными временами оперативной (кратковременной) памяти. Нейровизуальные исследования показали, что мозжечок и базальные ганглии (нервная сеть, контролирующая стереотипическое движение) могут действовать как центральный механизм синхронизации [114]. Удивительной особенностью музыки является способность исполнителя или дирижера в течение долгого времени (например, при исполнении музыкального произведения часовой продолжительности) сохранять темп с секундной точностью. В мозгу действительно имеется некоторый механизм, действующий как секундомер; он включает так называемые стриатокортикальные петли, соединяющие базальные ганглии (область, которая координирует автоматические, стереотипные мышечные движения) с фронтальной областью коры, а также нейрохимическое действие еще одного ядра, так называемой черной субстанции, в которой струи допамина, выделяемые нейронами, действуют на «аккумулятор» в базальных ганглиях («эффект песочных часов» [108]), подавая, таким образом, долговременный (минуты, часы) временной сигнал механизму обработки информации в мозге.

5. Суперпозиция, последовательности сложных тонов и целостное восприятие музыки

В разделах 2, 3, и 4 мы постепенно двигались вверх по ступеням нервной обработки акустических сигналов от механизмов восприятия спек-

ральной высоты тона, громкости, субъективной высоты и тембра к узнаванию музыкальных инструментов. С физической точки зрения, мы проанализировали, каким образом характеристики звука, приводящие к этим ощущениям, создаются музыкальными инструментами. Эти психологические атрибуты являются необходимыми, но ни в коей мере не достаточными составляющими музыки. Музыка состоит из *последовательностей* и *суперпозиций* тонов, переносящих целостную информацию, которая больше, чем сумма ее частей, и которая может подвергаться анализу, запоминанию и сравнению в нашем мозгу.

5.1. Суперпозиция сложных тонов

Полифоническая музыка состоит из суперпозиций сложных тонов. Даже при исполнении одной мелодии в монофонической музыке в наши уши обычно попадает суперпозиция реверберантных звуков, приводящая к суперпозиции сложных тонов. Психофизическая сторона эффектов суперпозиции сложных тонов пока изучена недостаточно. Это особенно относится к пониманию того, каким образом мозг может распутывать «мешанину» из основной и высших гармоник, принадлежащих различным одновременно звучащим сложным тонам, и ощущать эти тона по отдельности.

При наложении двух сложных тонов различной высоты может возникнуть одна из двух ситуаций: основная частота более высокого тона равна частоте одной из высших гармоник более низкого тона, либо такого совпадения нет. В первом случае более высокий тон будет усиливать некоторые высшие гармоники более низкого тона. Почему же в таком случае мы не отмечаем просто изменение *тембра* нижнего тона, а ясно выделяем верхний тон и даже различаем тембр обоих тонов по отдельности? Аналогичная проблема возникает во втором случае, где каждый тон создает свой собственный набор резонансных областей на базилярной мембране. Каким образом наш мозг выделяет из образовавшейся смеси наборы, принадлежащие каждому тону? Рассмотрим суперпозицию двух сложных тонов, например, «ля» большой октавы (110 Гц) и «до-диез» малой октавы (140 Гц). Гармоники обоих тонов показаны на рис. 78 с использованием линейной шкалы частот. Каждой из этих частот соответствует резонансная область на базилярной мембране (рис. 10). Если интенсивность или высота не претерпевают небольших изменений (что случается в реальной музыке — см. ниже), сенсорные клетки не получают никакого сигнала относительно того, какому тону принадлежит каждая резонансная область. Так что различие должно происходить на более высоком уровне слуховой нервной системы.

Различение высот двух тонов производится центральным процессором высоты тона (разд. 2.9 и 4.8, а также приложение В). Наиболее поразитель-

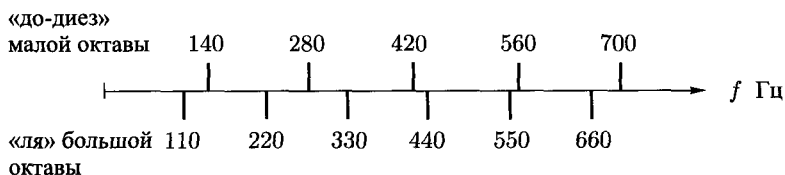


Рис. 78. Частоты гармоник двух сложных тонов, образующих большую терцию

на способность слуховой нервной системы различать *тембры* двух одновременно звучащих сложных тонов. Без такой способности была бы невозможна никакая реальная музыка. Предположим, например, что вы слушаете одним ухом через наушник звук инструмента 1, исполняющего *точно* ноту «ля» первой октавы, и инструмента 2, исполняющего *точно* «ля» второй октавы на приблизительно одинаковом уровне интенсивности. Такая гипотетическая суперпозиция показана на рис. 79. Полная длина вертикальных черточек представляет полную интенсивность каждой гармоники, достигающей уха. Как наш мозг выделяет тембры обоих тонов? Этот механизм дискриминации пока не вполне понят, по-видимому, здесь ключевую роль играет *элемент времени*. Прежде всего, инициация двух «одновременных» тонов никогда не бывает *точно* синхронной, и установление стационарного состояния не происходит одинаковым образом, особенно если два тона приходят с разных направлений (стереоэффект). Установление тона представляет наиболее важный атрибут идентификации тембра и тона [73]. В течение этого переходного периода механизм обработки в нашем мозгу, по-видимому, способен сосредоточиться на некоторых характерных особенностях картины колебаний, создаваемых каждым инструментом, и следить за развитием этих особенностей, даже если они искажаются и подавляются сигналом от другого инструмента. Механизмом обработки слуховой информации используются небольшие изменения частоты и интенсивности при исполнении музыкального произведения, *когерентные* со всем набором гармоник каждого тона (так называемый *хорус-эффект*) (разд. 4.9). Другими, более выраженными, изменениями, служащими для подачи важных сигналов механизму распознавания звучания, являются периодические вариации высоты тона (вibrato) и интенсивности (тремоло, vibrato), которые могут создаваться (преднамеренно или непроизвольно) в тонах, стационарных в остальных отношениях, при игре на многих музыкальных инструментах. Суперпозиция многих сложных звуков, полностью лишенных таких малых когерентных нестационарных возмущений (что случается, когда звучит много регистров органа), гораздо труднее поддается попыткам определить тембр.

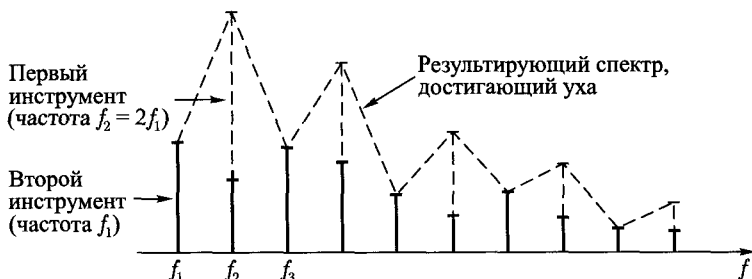


Рис. 79. Результирующий спектр двух сложных тонов, разнесенных на октаву, с различным спектром (тембром)

Механизму различения высоты и тембра сложных тонов в наибольшей степени, вероятно, помогает информация, получаемая от *прогрессии* суперпозиций тонов. В таком случае могут быть использованы не только вышеупомянутые первичные сигналы, создаваемые когерентными флуктуациями времени появления и частоты каждого тона, но и контекстная информация, извлекаемая из мелодических линий («музыкальных сообщений»), исполняемых каждым инструментом (см. также стр. 316).

Механизм различения сложных тонов имеет свой эквивалент (и, вероятно, свои истоки) в механизме, который управляет нашим слуховым восприятием, когда мы следим за речью конкретного человека на фоне других разговоров с той же громкостью. Эта способность, метко прозванная «эффектом вечеринки», скорее всего использует те же сигналы, первичные и вторичные, что и механизм различения сложных тонов. Вероятно, это тот же самый механизм, который позволяет нам выделять отдельные звуки из беспорядочной суперпозиции тонов в зале с сильной реверберацией (разд. 4.7), и в этом случае главную роль снова играет эффект времени. «Первый» приход прямого звука (рис. 73 и 74) приносит ключевые сигналы, которые используются нашей слуховой системой для определения реальной высоты тона и различения тонов (эффект предшествования).

Как и в случае двух чистых тонов, существует минимальная разность основных частот этих тонов, при которой они слышатся раздельно (рис. 15). Когда два сложных тона различаются по высоте меньше, чем на предел дискриминации, могут возникать биения первого порядка (разд. 2.4) между всеми гармониками. Если, например, два сложных тона представляют расстроенный унисон с основными частотами f_1 и $f_1 + \epsilon$, все резонансные области на базилярной мембране будут перекрываться и создавать ощущение биений различных частот. Основные частоты дают биения с частотой ϵ , вторые гармоники — с частотой 2ϵ и т. д. Существенны лишь несколько первых

гармоник, обычно наиболее выражены биения основной частоты (ϵ). Биения первого порядка между соответствующими гармониками будут также возникать при наложении двух сложных тонов, образующих другие расстроенные музыкальные интервалы. Они совершенно отличны (хотя имеют ту же частоту) от биений второго порядка, возникающих при расстройке интервалов, состоящих из *чистых* тонов (разд. 2.6).

5.2. Ощущение музыкального консонанса и диссонанса

Консонанс и диссонанс представляют собой субъективные ощущения при восприятии двух (или более) одновременно звучащих тонов. Их природа определена гораздо хуже таких психологических переменных, как высота тона, громкость и даже тембр. Тем не менее, тональная музыка *всех* культур свидетельствует о том, что слуховая система человека чувствует некоторые определенные частотные интервалы — октаву, квинту, кварту и т. д. Даже грудные дети уделяют этим интервалам особое внимание по сравнению с любыми другими [168]. Наиболее существенно, что эти интервалы «оцениваются» почти в том же порядке, в каком они появляются в ряду гармоник (см. рис. 21).

Когда два сложных тона звучат в унисон или разнесены точно на октаву, *все* гармоники второго тона будут точно совпадать с гармониками первого тона, никаких промежуточных частот второй тон вносить не будет. Это свойство ставит октаву в положение совершенно особого музыкального интервала (другой особенностью является простота картины колебаний, используемой при анализе наложений чистых тонов в разд. 2.6). Ситуация меняется, когда мы слышим чистую квинту, образуемую сложными тонами (табл. 4). Все нечетные гармоники квинты имеют частоты, лежащие *между* гармониками тоники, и совпадают только четные гармоники. В частности, третья гармоника квинты с частотой $9f_1/2$ оказывается «в опасной близости» к частотам четвертой и пятой гармоник тоники, их резонансные области на базилярной мембране могут перекрываться с появлением биений или «неровности» (разд. 2.4), даже если интервал основных частот настроен совершенно точно. Путем построения таблиц, подобных табл. 4, читатель может проверить, что для других подобных музыкальных интервалов, таких как кварта, терции и сексты, отношение «сталкивающихся» гармоник быстро увеличивается и спадает по мере увеличения порядка гармоники. Исторически этот эффект рассматривался как основная причина ощущения консонанса и диссонанса.

Со времен Гельмгольца диссонанс связывали с номером, интенсивностью и частотой гармоник, образующих биения, а консонанс — с отсутствием таковых. Другими словами, предполагалось, что наша слуховая система по

Таблица 4. Сравнение нескольких низших гармоник двух сложных тонов, разнесенных на квинту. Третья гармоника квинты с частотой $9f_1/2$ может создавать биения с четвертой и пятой гармониками тоники

Тоника	Чистая квинта
f_1	
$2f_1$	$f'_1 = 3/2f_1$
$3f_1$	
$4f_1$	$f'_2 = 3f_1$
$5f_1$	$f'_3 = 9/2f_1$
$6f_1$	$f'_4 = 6f_1$

какой-то неизвестной причине «не любит биений». В первую очередь она предпочитает точный унисон и точную октаву, потому что у этих интервалов все высшие гармоники образуют согласованные пары с гармониками тоники. В случае квинты, как следует из табл. 4, третья гармоника верхнего тона может создавать биения с четвертой и пятой гармониками тоники. Увеличение отношения в парах гармоник, образующих биения, при переходе к кварте, секстам и терциям, септима, секунде и т. д. должно, таким образом, объяснить уменьшение консонанса (или увеличение диссонанса) этих интервалов. Это допущение казалось привлекательным, в частности, потому, что для максимизации числа согласующихся гармоник двух сложных тонов (и, следовательно, минимизации числа несогласующихся), как легко показать математически, необходимо, чтобы их основные частоты f_1 и f'_1 относились как *целые числа, малые, насколько это возможно*. В самом деле, если

$$\frac{f'_1}{f_1} = \frac{m}{n} \quad (n, m - \text{целые числа}), \quad (38)$$

то m -я гармоника частоты f'_1 будет иметь ту же частоту, что и n -я гармоника частоты f_1 , т. е. $mf'_1 = nf_1$ (то же относится к $2m$ -й и $2n$ -й гармоникам и т. д.). Все другие гармоники будут не согласованы между собой и создавать биения, если их частоты достаточно близки между собой. В табл. 5 показаны интервалы внутри одной октавы, которые соответствуют малым числам m , n и в западной музыкальной культуре (а также в большинстве других культур) считаются консонансами (расположенными в порядке убывания «степени совершенства»).

Таблица 5. Отношения частот для музыкальных интервалов

Отношение частот (n/m)	Интервал	
«Совершенные» консонансы	1/1	Унисон
	2/1	Октава
	3/2	Квинта
	4/3	Кварта
«Несовершенные» консонансы	5/3	Большая секста
	5/4	Большая терция
	6/5	Малая терция
	8/5	Малая секста

Хитроумные монауральные и дихотические эксперименты [120] с оценкой консонанса для пар чистых тонов и негармонических сложных тонов ясно показывают, что биения между гармониками не являются главным определяющим фактором при восприятии консонанса. Два *чистых* тона, разнесенных на октаву или меньше, предъявлялись ряду испытуемых, не подготовленных в музыкальном отношении, которым предлагалось оценить консонанс, или «приятность», данной суперпозиции. Получилась довольно «размытая» картина, не выявляющая предпочтения какого-либо одного музыкального интервала. Пример показан на рис. 80. Всякий раз, когда интервал между чистыми тонами составлял менее малой терции, он оценивался как диссонанс (за исключением унисона); интервалы, равные малой терции или превышающие ее, оценивались как более или менее консонансные независимо от реального отношения частот⁹⁰. Форма кривой зависит от абсолютной частоты фиксированного тона. Все это связано с ощущением «шероховатости» расстроенных унисонов и с критической полосой (разд. 2.4). Результаты этих экспериментов можно подытожить следующим образом: 1) когда частоты двух чистых тонов оказываются *вне* критической полосы, соответствующий интервал между чистыми тонами оценивается как консонансный; 2) если частоты совпадают, консонанс оценивается как «совершенный»; 3) если разность частот составляет от 5 до 50% соответствующей критической полосы, интервал воспринимается как «неконсонансный». В последнем случае интервал двух чистых тонов будем называть «основным диссонансом».

⁹⁰Из этого эксперимента исключались профессиональные музыканты, поскольку на их оценку консонансов могла оказывать сильное влияние их музыкальная подготовка.

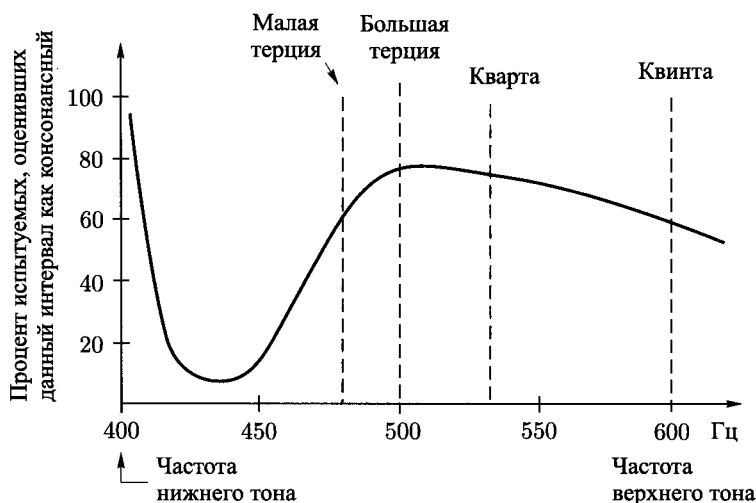


Рис. 80. «Показатель консонанса» для суперпозиции двух чистых тонов [120]

Вернемся теперь к более важному в музыкальном отношении случаю двух одновременно звучащих *сложных* тонов и применим вышеприведенные результаты по отдельности к каждой паре соседних высших гармоник. Если полное число пар, более или менее консонансных (случай 1) и совершенно консонансных (случай 2), сравнить с числом основных диссонансов (случай 3), можно получить «показатель консонанса» для каждого интервала, составленного из сложных тонов [79, 120]. Можно убедиться, что такой показатель достигает максимальных значений для тонов, основные частоты которых удовлетворяют условию (38): высота пиков (степень консонанса) приблизительно соответствует убывающему порядку в табл. 5. Кроме того, вследствие зависимости ширины критической полосы от частоты (рис. 15) *данный музыкальный интервал имеет степень консонанса, различную в разных областях частот*. В частности, при движении в сторону низких частот данный музыкальный интервал звучит все менее согласованно — этот факт хорошо известен в полифонической музыке, где в басовом регистре используются в основном октавы и в некоторой степени квинты.

Степень консонанса зависит также от тембра, или спектра, составляющих тонов, т.е. от *относительной интенсивности* несогласованных пар высших гармоник. Это также хорошо известно в музыке — существуют сочетания инструментов, которые «смешиваются» в полифонической музыке лучше других. Существен даже *порядок*, в котором два инструмента опре-

деляют музыкальный интервал. Если, например, кларнет и скрипка исполняют большую терцию, в которой кларнет играет нижнюю ноту, то первой диссонансной парой гармоник будут седьмая гармоника кларнета и шестая гармоника скрипки (поскольку более низкие четные гармоники кларнета сильно подавлены — см. разд. 4.4 и 4.5). Этот интервал звучит согласованно. Но если кларнет исполняет верхний тон, его третья гармоника будет сталкиваться с четвертой гармоникой тона скрипки, и интервал будет звучать неприятно.

Теория восприятия консонанса Терхардта [162] постулирует, что тональная музыка основана, главным образом, на механизмах распознавания структур, действующих в слуховой системе (разд. 2.9 и 4.8). Один из них, центральный процессор высоты тона, ответственный за извлечение ощущения одного тона из сложного распределения активности, создаваемого музыкальным тоном, приобретает знание определенных соотношений, существующих между резонансными максимумами и соответствующими фокусами нервной активности, создаваемыми низшими 6–8 гармониками такого тона (разд. 4.8). Соответствующие интервалы первичного тона (октава, квинта, кварта, большая терция, малая терция) будут, таким образом, «известны» центральному процессору слуховой системы и будут придавать *тональный смысл* всем внешним стимулам, основные частоты которых удовлетворяют подобным соотношениям (приложение В)⁹¹. Согласно этой теории, определяющую роль в ощущении консонанса играют минимальная «шероховатость» и тональный смысл. Однако из-за эффекта сдвига высоты первичного тона отдельно воспринимаемых гармонических компонент (стр. 317) эти два фактора могут действовать взаимно противоположным образом и в реальной музыкальной ситуации принуждать центральный процессор к компромиссу [162]. Предпочтительная «растянутая» настройка фортепиано (по сравнению с равномерно темперированной шкалой, разд. 5.3) и тот наблюдаемый факт, что верхняя нота мелодического ин-

⁹¹ В совершенно общем виде гипотеза о том, что центральный процессор высоты тона представляет элемент, который должен *обучаться* извлекать смысловую информацию из сложных входных сигналов при повторном предъявлении природных звуков [161, разд. 2.9], если она окажется правильной, может иметь далеко идущие последствия во многих отношениях. Например, в музыке можно попытаться *переопределить* набор «инвариантных» характеристик, относящихся к данному классу негармонических тонов, с возможностью *построения совершенно новых тональных шкал и схем* [162]. С более практической точки зрения, эта внутренняя способность к обучению внушает дополнительную надежду на успех нынешних попыток создания электронных протезов для глухонемых путем *имплантации микроэлектродов в улитку*. Хотя пространственную картину активации этих имплантов крайне трудно определить заранее, центральный процессор пациента может *научиться* интерпретировать возникающие картины возбуждения.

тервала из последовательных тонов преимущественно представляет натуральный дизез [162, разд. 5.4], могут быть результатом такого компромисса.

Существуют и более сложные факторы, влияющие на ощущение консонанса, наиболее значительными являются опыт, тренировка и связанные с этим предубеждения (музыкальная традиция). Интересно отметить, что музыкальные интервалы как явные гармонические элементы постепенно «принимались» западной цивилизацией приблизительно в том порядке, в каком они перечислены в табл. 5. Это, конечно, было не результатом биологической эволюции, а накоплением у людей *обучающего* опыта с течением времени. Такое развитие, как и развитие цивилизации в целом, происходило ступенчатым образом, в виде «квантовых» скачков. Всегда находилась гений-революционер, предлагающий смелые новации, для усвоения которых требовались новые, более сложные процессы обработки информации в мозгу, и требовалось обаяние гения, чтобы убедить людей понять, принять и *сохранить* эти смелые новшества. Однако пристрастие людей к консонансным интервалам, связанное с тем фактом, что это интервалы между первыми гармониками сложного тона, носит универсальный характер и должно рассматриваться как врожденное, определяемое способом действия центрального процессора высоты тона, описанным в разд. 2.9 и 4.8.

До сих пор мы рассматривали музыкальные интервалы, меньшие октавы или равные ей. В случае больших интервалов (например, «до» малой октавы—«соль» второй октавы) верхний тон обычно проектируется вниз по октавам («соль» второй октавы—«соль» первой октавы—«соль» малой октавы) до тех пор, пока интервал не окажется меньше одной октавы («до» малой октавы—«соль» малой октавы). Тогда степень консонанса этого последнего интервала рассматривается как «эквивалент» степени консонанса первоначального интервала. Это свойство циклического повторения интервалов внутри последовательных октав было названо *хромой* музыкальных тонов. Такое фундаментальное свойство, приписывающее одинаковый ранг всем тонам, высота которых различается на одну или несколько октав, и позволяющее нам одинаково называть соответствующие ноты, поистине универсально. Чем определяется такой любопытный циклический характер музыкальных тонов, повторяющихся через каждую октаву (всякий раз при удвоении частоты)? Такой эквивалентности нет ни у какого другого чувства⁹². Очевидно она связана с ключевым свойством всемогущей окта-

⁹²В случае зрения «октавы» никак не могут возникнуть, поскольку электромагнитный спектр видимого света охватывает менее одной октавы (частоты от 390 до 770 триллионов герц). Следует не поддаваться соблазну рассматривать цвет (частоту света) как точный эквивалент высоты тона (частоты звука): при сложении двух или более чистых (одночастотных) цветов наш глаз воспринимает лишь один, но отличный от них оттенок (вспомните, что ваш

вы — совпадением всех ее гармоник с высшими гармониками нижнего тона. Этим свойством не обладает никакой другой музыкальный интервал (за исключением, конечно, унисона). В самом общем виде существование хромы, т. е. того факта, что тона, различающиеся на октаву, имеют ту же степень подобия, что и унисон, показывает, что процесс распознавания структур в нашей слуховой системе должен иметь «особый», вероятно, простейший, характер, когда предъясняются октавные интервалы. Подчеркнем еще раз, что октава является первым интервалом в ряду гармоник и что частота повторения двух нот, разнесенных на октаву, *равна* частоте повторения нижнего тона. Любой другой консонантный музыкальный интервал (квинта, кварта и т. д.) имеет ассоциированную с ним частоту повторения (соотношения (2.7a)), которая *не присутствует* в исходном стимуле, состоящем из двух тонов. Если вспомнить, как мог бы работать процессор высоты тона (разд. 2.9, приложение В, рис. 89), мы поймем, что в случае двух сложных тонов с основными частотами f_1 и f_2 , образующих музыкальный интервал, выходной сигнал с процессора высоты тона должен состоять из двух заметных сигналов, представляющих высоту каждого тона (соответствующую частотам f_1 и f_2) *плюс* другие менее заметные сигналы, представляющие частоту повторения (2.7a) и соответствующие паре первых гармоник f_1 и f_2 и их кратных повторений (приложение В). При нормальных условиях эти дополнительные сигналы *устраняются* из ощущения высоты тона, так что требуется некоторая дополнительная операция «фильтрации». Заметим, что эта дополнительная операция оказывается ненужной, когда предъясняемым интервалом является октава, поскольку в этом случае нет подобного третьего выходного сигнала! В сущности, вышеупомянутый «тональный смысл» может быть тесно связан с числом, интенсивностью и положением «паразитных» сигналов на выходе процессора высоты тона. Чем сложнее множество этих сигналов (т. е. чем сложнее картина звуковых колебаний), тем «ниже» будет тональный смысл исходной суперпозиции тонов. Это отражается уже во временном распределении нервных импульсов в слуховом нерве (разд. 2.9, рис. 25), которое в случае диссонантных интервалов содержит грубые флуктуации, приводящие в конечном счете к ощущению «шероховатости» и диссонанса [167]. Другими словами, предположение Гельмгольца, что наша слуховая система «не любит биений или несоответствия между перекрывающимися гармониками», оказывается в основном правильным!

цветной телевизор работает всего с тремя основными цветами!). Другими словами, суперпозиция цветов совершенно отлична от суперпозиции тонов! Может показаться странным, но зрительным эквивалентом слуховой частоты (определяемой как положение резонансной области на базилярной мембране) может служить *направление* падения светового луча (определяемое как положение возбужденной области на сетчатке).

Если одновременно звучат *три тона или более*, обычно разбирают такой аккорд на пары тонов и рассматривают их показатели консонанса по отдельности. Очевидно, что чем больше тонов звучит одновременно, тем более сложная конфигурация резонансных областей возникает на базилярной мембране. Перекрывание увеличивается до такой степени, что одновременно реагируют сенсорные клетки, занимающие большую часть базилярной мембраны. В свете различных теорий определения высоты тона (разд. 2.9 и 4.8 и приложение В) можно утверждать, что в этом случае степень консонанса (или диссонанса) может быть связана с отношением между гармониками, образующими биения, и числом, интенсивностью и положением паразитных сигналов (см. рис. 89) на выходе процессора частоты тона. Назовем *главным трезвучием* трехтонную комбинацию, попарные компоненты которой всегда дают частоты повторения, отличающиеся от тоники лишь на октавные интервалы (т. е. имеют одну и ту же хромю).

Существует предел восприятия множественных тонов. При рандомизации структуры колебаний (т. е. при разрушении периодичности) или при сложности, превышающей некоторый порог, механизм нервной обработки просто отказывает, и восприятие высоты тона и тембра становится невозможным. Возникающее при этом ощущение называется *шумом*. Любые непериодические колебания давления дают ощущение шума. Однако шум может быть высокоорганизованным. Подобно тому как периодическое колебание может быть разложено на дискретную суперпозицию чисто гармонических колебаний с частотами, кратными основной частоте (разд. 4.3), аperiodические колебания можно представить в виде *непрерывной* суперпозиции чистых колебаний *всевозможных* частот. В зависимости от распределения интенсивности по всем возможным частотам мы получаем тот или иной *спектр шума*. Шум играет ключевую роль при формировании консонансов в речи. Но он существен и в музыке — очевидна важная роль шумовых компонент, создаваемых ударными инструментами. Всплеск шума, возникающий в первые десятые доли секунды в каждом тоне фортепиано и клавесина, представляет основной элемент для процесса узнавания инструмента (разд. 4.2). Влияние шумов со спектром, задаваемым электроагаторов звука и шума. Открывается широкое поле деятельности в изучении восприятия звуков и музыки (см. также разд. 5.7).

5.3. Построение музыкальных шкал

Для чисто практических целей определим шкалу (строй) как *дискретный набор тонов, расположенных таким образом, чтобы получить макси-*

мально возможное число консонансных комбинаций (или минимально возможное число диссонансов) при одновременном звучании двух или более тонов. При таком определении и с учетом табл. 5 можно построить вполне определенным образом сразу две шкалы в зависимости от того, учитываются все консонансные интервалы или же только совершенные консонансы. В первом случае мы получаем *натуральную шкалу*, во втором — *пифагорову шкалу*⁹³.

5.3.1. Натуральная шкала

Начнем построение шкалы с тона частоты f_1 , который мы назовем *до*⁹⁴. Первое, что следует сделать дальше, — это, очевидно, взять тон на октаву выше, который мы будем обозначать как *до'*. Это дает наиболее консонансный интервал из всех возможных. Следующий очевидный шаг — добавить тон от первого на квинту, частоты $3f_1/2$, который назовем *соль*. Это даст, помимо октавы, два новых консонансных интервала с разностями частот $3f_1/2$ (*до–соль*) и $4f_1/3$ (это кварта *соль–до'*). Далее у нас есть две возможности выбора, если мы хотим иметь максимальное число консонансных интервалов, — это ноты с частотами $5f_1/4$ и $6f_1/5$, которые назовем, соответственно, *ми* и *ми-бемоль*. Мы выберем первую, *ми*, так как это гарантирует ряд консонансов более высокой степени. На рис. 81 показаны получающиеся интервалы, все они консонансные. Ноты «до»–«ми»–«соль» образуют *мажорное трезвучие* — краеугольный камень западной музыкальной гармонии (наш другой выбор, $6f_1/5$, или *ми-бемоль*, дал бы *минорное трезвучие*).

Можно продолжать добавление тонов, стараясь при каждом шаге свести число диссонансов к минимуму, а число консонансов (табл. 5) к максимуму. В результате получится *натуральная диатоническая шкала* из семи нот внутри октавы (рис. 82). Эти семь нот можно проектировать на октавы вверх и вниз, образуя полную диатоническую шкалу во всем диапазоне слышимых звуков. Отметим на рис. 82 два интервала с совсем близким отношением частот $9/8$ и $10/9$, представляющие *целые тона*. Интервал $16/15$ определяет *полутон*. Из нот этой шкалы, взятых попарно, можно сформировать 16 консонансных интервалов, 10 диссонансных интервалов (это малая

⁹³В данном случае шкала (называемая также темперацией) — это набор тонов с математически определенными соотношениями между частотами. Следует отличать это от различных ладов, задаваемых определенным порядком, в котором тона и полутона следуют один за другим.

⁹⁴Принятая в сольфеджио запись «до»–«ре»–«ми»–«фа»–«соль»–«ля»–«си»–«до'» используется здесь для обозначения относительного положения на шкале (т. е. хром), а не реальную высоту тона.

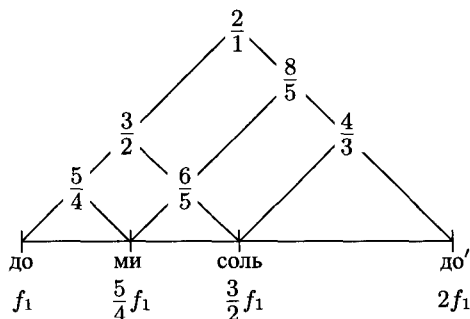


Рис. 81. Первый набор консонансных интервалов, получаемых в процессе построения натуральной шкалы (см. пояснения в тексте)

и большая септима, уменьшенная квинта, целые тона и полутона) и, к сожалению, два расстроенных консонанса — увеличенная на 1,5% малая терция *ре-фа* ($\frac{32}{27}$) и уменьшенная на 1,9% квинта *ре-ля* ($\frac{40}{27}$). Последнее и, возможно, наиболее важное свойство натуральной диатонической шкалы состоит в возможности образовать три натуральных мажорных трезвучия: *до-ми-соль*, *до-фа-ля*, *ре-соль-си*, два натуральных минорных трезвучия: *ми-соль-си*, *до-ми-ля* и расстроенное минорное трезвучие *ре-фа-ля*.

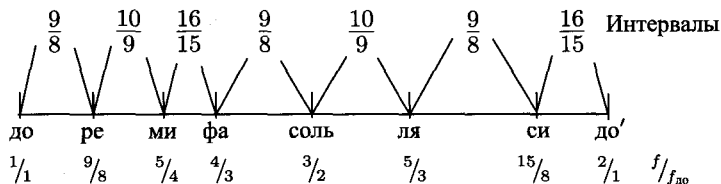


Рис. 82

Принимая во внимание существование неравных расстояний между соседними нотами, можно усовершенствовать эту шкалу, разбивая большие расстояния (целые тона) на полутона. К сожалению, получающиеся при этом новые интервалы становятся все более сложными (например, появляются несколько видов полутонов, больше расстроенных консонансов), выбор оказывается неоднозначным, и различные значения частот получаются для так называемых *энгармонических эквивалентов* «до-диез»—«ре-бемоль», «ре-диез»—«ми-бемоль» и т. д. В стремлении иметь наибольшую долю возможных консонансов были введены следующие ноты: «ми-бемоль» ($\frac{6f_1}{5}$), «си-бемоль» ($\frac{9f_1}{5}$), «соль-диез» ($\frac{25f_1}{16}$) (или «ля-

бемоль», $8f_1/5$), «до-диез» ($25f_1/24$) и «фа-диез» ($45f_1/32$). Результатом стала *хроматическая натуральная шкала* с 12 нотами внутри октавы.

5.3.2. Пифагорова шкала

Теперь ограничимся так называемыми совершенными резонансами, чистой квинтой и чистой квартой (и, конечно, октавой), и построим нашу шкалу на основе только этих интервалов. Это можно сделать следующим образом: после введения ноты *соль* сдвинемся вниз на чистую квинту от *до'*, чтобы получить *фа* ($2/3 \times 2f_1 = 4f_1/3$). Затем отложим чистую кварту вниз от *соль*, чтобы получить *ре* ($3/4 \times 3f_1/2 = 9f_1/8$), и квинту вверх от *ре*, чтобы получить *ля* ($3/2 \times 9f_1/8 = 27f_1/16$). Наконец, заполним оставшиеся пробелы, сдвинувшись на кварту вниз от *ля*, чтобы получить *ми* ($3/4 \times 27f_1/16 = 81f_1/64$), а оттуда вверх на квинту до *си* ($3/3 \times 81f_1/64 = 243f_1/128$). В результате получим так называемую *пифагорову шкалу* (рис. 83). Заметим, что здесь имеется только один интервал в виде целого тона, — *пифагоров тон* с отношением частот $9/8$ (равный «короткому» целому тону натуральной шкалы). Интервал $256/243$ представляет *пифагоров диатонический полутоном*.

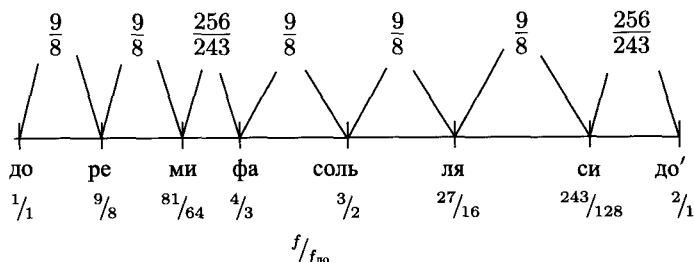


Рис. 83. Пифагорова диатоническая шкала

Эту шкалу можно сделать хроматической, продолжая прыгать вверх или вниз на чистые кварты и квинты. Так мы получим *фа-диез* (кварта вниз от *си*), *до-диез* (кварта вниз от *фа-диез*), *соль-диез* (квинта вверх от *до-диез*), *си-бемоль* (кварта вверх от *фа*) и *ми-бемоль* (квинта вниз от *си-бемоль*). При этом появляется новый полутоном (например, «фа»—«фа-диез»), определяемый странным отношением $2187/2048$, — *пифагоров хроматический полутоном*. Вся эта процедура снова приводит к энгармоническим эквивалентам различной частоты. В частности, если мы будем продолжать двигаться вверх и вниз шагами, равными чистой кварте и квинте, мы в конце концов вернемся к нашей исходной ноте *до*, но не вполне точно! Другими

словами, мы придем к ее энгармоническому эквиваленту *си-диез*, частота которого *не равна* точно частоте do' ($= 2f_1$).

Итак, опираясь на некоторые «логические» принципы, мы построили две шкалы. Каждая из них сталкивается с собственным набором проблем. Наиболее серьезная, общая для обеих шкал, состоит в том, что возможно исполнение лишь очень ограниченной группы тональностей без опасности столкнуться с расстроенными консонансами. Другими словами, обе шкалы придавали совершенно своеобразный характер музыке, исполняемой на инструментах, настроенных на одну из этих шкал, но при этом налагали весьма серьезные ограничения на транспонирование и модуляцию. Это поняли уже в XVII веке.

5.3.3. Равномерно темперированная шкала

Итак, стала ясна необходимость новой шкалы, которая, отказываясь, в рамках разумного компромисса, от «точности» музыкальных интервалов, приводила бы к *интервалам равной длины* независимо от выбора тональности. Другими словами, полутон соответствовал бы одному и тому же отношению частот, будь это интервал «до»–«до-диез», «ми»–«фа» или же «ля»–«си-бемоль», а квинта была бы одинаковой для интервалов «фа»–«до'» и «до-диез»–«соль-диез». Это требование было реализовано в *темперированной шкале*, которую с энтузиазмом поддерживал не кто иной, как Иоганн Себастьян Бах, который специально сочинил собрание прелюдий и фуг («Хорошо темперированный клавир») с целью показать в полной мере преимущества новой системы, открывающей неограниченные возможности выбора тональности при игре на клавишном инструменте.

В темперированной шкале отношение частот одинаково для всех 12 полутонов, лежащих между «до» и «до'». Обозначим это отношение через s . Тогда

$$f_{do\sharp} = s f_{do}, \quad f_{re} = s f_{do\sharp} = s^2 f_{do}, \quad \dots \quad f_{do'} = s^{12} f_{do}.$$

Поскольку мы знаем, что $f_{do'} = 2f_{do}$ (из «натуральных» интервалов сохранилась только октава!), двенадцатая степень отношения s должна быть равна 2. Или

$$s = \sqrt[12]{2}. \quad (39)$$

Это есть отношение частот для *темперированного полутона*. Частоты, соответствующие нотам хроматической темперированной шкалы, равны *целочисленным степеням* отношения s , умноженным на f_{do} . В табл. 6 показаны отношения частот для консонансных интервалов во всех трех шкалах.

Удобно ввести стандартное подразделение основного интервала темперированной шкалы для того, чтобы выразить количественно малые разли-

Таблица 6. Отношения частот и значения в центах музыкальных интервалов для трех рассмотренных шкал

Интервал	Натуральная		Пифагорова		Темперированная	
	Отношение	Центы	Отношение	Центы	Отношение	Центы
Октава	2,000	1 200	2,000	1 200	2,000	1 200
Квинта	1,500	702	1,500	702	1,498	700
Кварта	1,333	498	1,333	498	1,335	500
Большая терция	1,250	386	1,265	408	1,260	400
Малая терция	1,200	316	1,184	294	1,189	300
Большая секста	1,667	884	1,687	906	1,682	900
Малая секста	1,600	814	1,580	792	1,587	800

чия между интервалами в разных шкалах. Такое деление применяется для описания малых изменений частоты (вibrато), высоты тона и расстройки нот или интервалов. Сегодня наиболее распространено деление темперированного полутона на 100 равных интервалов, или деление октавы на 1 200 равных частей. Поскольку музыкальный интервал определяется *отношением* основных частот составляющих тонов (а не их разностью), мы должны разделить отношение частот s для полутона (39) на 100 равных *сомножителей* c :

$$\underbrace{c \times c \times c \times c \times \dots \times c}_{\text{согнго раз}} = c^{100} = s.$$

С учетом соотношения (39) величина c равна

$$c = \sqrt[100]{1,0595} = 1,000578. \quad (40)$$

Единица такого деления называется *цент*. Чтобы определить, сколько центов «содержится» в данном интервале с произвольным отношением частот r , мы должны узнать, сколько раз необходимо умножить величину c на самое себя, чтобы получить r :

$$c^n = r. \quad (41)$$

Здесь n есть значение r , выраженное в центах. По определению, один темперированный полутон равен 100 центам, темперированный тон (s^2) — 200 центам, темперированная квинта (s^7) — 700 центам и т. д. Чтобы выразить в центах произвольный интервал, необходимо использовать логарифмы. Учитывая свойства, описанные в разд. 3.4, прологарифмируем соотношение (41) и получим $n \lg c = \lg r$. Следовательно,

$$n = \frac{\lg r}{\lg c} = 3,986 \lg r. \quad (42)$$

Используя это соотношение, мы находим значения в центах для различных консонансных интервалов, приведенные в табл. 6.

5.4. Стандартная шкала и стандарт высоты тона

Темперированная шкала используется уже более 200 лет и стала фактически стандартной для всех инструментов с фиксированной настройкой нот. Однако с самого начала и вплоть до наших дней она подвергалась нападкам по разным поводам. Главной причиной этих нападков была «неправильность» консонансных интервалов темперированной шкалы, в частности, терций и секст (табл. 6), которые, если слушать внимательно, звучат слегка не в тон, особенно в басовом регистре.

Давайте критически сравним между собой шкалы, рассмотренные в предыдущем разделе. Несомненно, что для *одной данной тональности* натуральная шкала является «теоретически идеальной» и дает наибольшую возможность комбинаций натуральных, или чистых (без биений), интервалов. По этой причине натуральную шкалу следует принять за некоторый эталон, и именно поэтому мы рассматривали ее первой. Но вот большой вопрос: действительно ли наша слуховая система предпочитает интервалы без биений? И еще: откажемся ли мы от возможностей транспонирования и модуляции тональностей ради получения этих чистых интервалов? Трехсотлетняя история музыки ответила на эти вопросы недвусмысленно, громко и ясно: *нет!* Поэтому натуральная шкала была отвергнута.

Пифагорова шкала могла бы стать шагом вперед в правильном направлении (в то время как квинты и кварты остаются натуральными интервалами, терции и сексты слегка расстроены (табл. 6)), но она по-прежнему не позволяет производить транспозицию и модуляцию без ограничений. Существуют и другие шкалы в виде небольших модификаций пифагоровой шкалы, но мы не будем их здесь даже рассматривать. Ни одна из них не смогла предотвратить принятие равномерно темперированной шкалы в качестве универсальной.

Делались попытки решить экспериментальным путем вопрос о том, какая шкала наиболее предпочтительна (оставляя в стороне соображения, касающиеся возможности модуляции тональностей). Существуют два возможных подхода. 1) Использовать инструменты с фиксированной частотой (фортепиано, орган) и внимательно сравнить субъективные впечатления от данной музыкальной пьесы, исполняемой последовательно на двух инструментах одного типа, настроенных на разные шкалы. Пьеса, конечно, должна быть очень простой, без модуляции в отдаленные тональности. Инструмент должен давать незагужающий звук (как орган), чтобы обнару-

живать биения или «шероховатости». 2) Другая возможность состоит в экспериментальном измерении средних частот тона, выбираемого певцами или исполнителями на инструментах с варьируемой высотой (струнных инструментах), и установить, предпочитают ли они одну шкалу другим.

Второй подход более подходит для получения количественных результатов. Использование электронных инструментов позволяет проводить очень точные моментальные измерения частоты. Особенно внимательно нужно следить за такими интервалами, как большая терция и большая секста, для которых различия между шкалами наиболее выражены (табл. 6). В частности, заметим, что верхняя нота в обоих этих интервалах понижена в натуральной шкале и повышена в пифагоровой (по сравнению с темперированной шкалой). Экспериментальные результаты вполне убедительно свидетельствуют, что в среднем певцы и исполнители на струнных инструментах исполняют верхние ноты мелодических интервалов *с повышением* [174]. Это, казалось бы, указывает на предпочтение, оказываемое пифагоровой шкале. Но не следует торопиться с выводами. Те же эксперименты показывают, что и квинты, и кварты, и даже всемогущую октаву в среднем исполняют или поют с повышением тона!⁹⁵ Вместо того, чтобы обнаруживать предпочтительность определенной (пифагоровой) шкалы, эти эксперименты указывают на существование неожиданной *универсальной тенденции к повышению верхних нот всех мелодических интервалов при исполнении или пении*. Такая растянутая интонация может быть связана со сдвигом первичной высоты гармоник музыкального тона (разд. 4.3 и 5.2), который оставляет «слегка неправильную» запись в центральном процессоре тона (подробное обсуждение недавних результатов содержится в статье [59]). Возможно, еще более значительный результат этих экспериментов состоит в том, что индивидуальные изменения высоты данного тона в процессе исполнения весьма велики. Они включают в себя вибрато и вариации средней высоты тона данной ноты, когда она появляется снова в той же музыкальной пьесе. При таких флуктуациях высоты тона данной написанной ноты область изменения частоты значительно превышает разность частот в разных шкалах, так что последняя оказывается совершенно несущественной. В целом все эти результаты показывают, что *музыкальные интервалы воспринимаются в некотором контексте с пренебрежением к имеющим место флуктуациям*. Этномузыковеды часто заявляют, что все это (и многие темы, обсуждаемые в других главах) относится лишь к *тональной западной музыке* и что в общем случае так называемые музыкальные интервалы являются инвариантами только в рамках западной культуры. Однако они ошибаются.

⁹⁵ Существует и обратный эффект: натуральные мелодические интервалы звучат ниже [166].

Удаление некоторых тонов из шкалы, произвольное начало шкалы, отличное от доминантного тона, увеличение или модуляция консонансных интервалов — все эти «украшения» действительно зависят от культуры, однако основные *общие* черты тональности и гармонии, такие как шкалы тонов, консонанс и ритмическая организация, можно обнаружить в музыке *всех* пяти континентов! Нынешнее распространение по всему миру западной поп-музыки и тот факт, что военная музыка и национальные гимны всюду следуют западному музыкальному стилю, ясно указывают, что последний «резонирует» с общими природными, врожденными функциями слуховой системы человека [167].

До сих пор мы занимались интервалами, т. е. отношениями частот. А как обстоит дело с абсолютными частотами? Коль скоро выбрана шкала, достаточно приписать определенную частоту всего одной ноте, безразлично, какой именно. Но чтобы музыкальные инструменты с фиксированными частотами были легко взаимозаменяемы по всему миру, это должно быть сделано в соответствии с некоторым международным соглашением. Такое соглашение предписывает, чтобы «среднее ля» фортепиано («ля» первой октавы) имело основную частоту 440 Гц. Различные «местные» стандартные частоты были в употреблении, начиная с XVII века, когда появился камертон. В последние три столетия происходило постепенное повышение «стандартной» частоты от 415 до 461 Гц⁹⁶. Можно лишь надеяться, что нынешний стандарт останется без изменения.

В темперированной шкале все интервалы одного вида (например, квинты, большие терции и т. д.) — это в точности «одно и то же» за исключением реальной высоты составляющих их нот. Мелодия, исполняемая в до-мажоре, ничем не отличается от исполняемой в ре-мажоре (за исключением охватываемой области тонов). Абсолютные «цвета клавиш» или различные «настроения» определенных тональностей не имеют психоакустического обоснования, как показали давние эксперименты [26]. Однако возможны и небольшие различия в звучании разных нот, обусловленные *физическими* причинами: большим участием черных клавиш рояля (по которым ударяют несколько по-иному) в определенных тональностях⁹⁷ или

⁹⁶Повышение стандартной частоты повлекло серьезные последствия для знаменитых исторических инструментов, которые продолжают звучать и сегодня. Например, скрипка Страдивари, созданная первоначально в расчете на стандартную частоту звучания струны «ля», скажем, 415 Гц, ныне должна настраиваться выше, а это означает *более сильное натяжение* струн (см. формулу (29)). При этом меняется звучание (спектр) тона. Орган эпохи барокко, также построенный в расчете на частоту 415 Гц, при перестройке на более высокую частоту 440 Гц должен подвергнуться частичному обрезанию флейтовых труб, чтобы уменьшить их эффективную длину (см. соотношение (32)).

⁹⁷Пример — фортепианная музыка Шопена.

открытых струн при игре на струнных инструментах, или влиянием резонансов при смешении частот, или областью формант (разд. 4.3) дек и других резонаторов.

Еще одно замечание о восприятии *абсолютной высоты тона*. Некоторые люди, наделенные способностью узнавать или воспроизводить голосом конкретную ноту абсолютным образом (обладающие так называемым абсолютным слухом), обычно вызывают восхищение. Мы несколько раз подчеркивали, что информация, наиболее существенная для музыки, связана с *относительными* изменениями высоты тона, и поэтому наша система восприятия склонна обращать внимание именно на это. Другими словами, наш мозг настроен на интерпретацию и запоминание мелодии как последовательности *переходов*, а не значений высоты тона. Информация об абсолютной высоте, хотя и достигает мозга, отбрасывается как не существенная для процесса познания. Она, однако, может сохраняться у всех нормальных людей в течение короткого времени, от 10 с до нескольких минут [132]. Вполне возможно, что «абсолютному слуху» можно научить на ранней стадии умственного развития, и эта способность сохранится в дальнейшем. Недавнее исследование [148] не обнаружило какой-либо связи между абсолютным слухом и расой или языком (тональным языком типа китайского).

5.5. Почему существуют музыкальные шкалы?

Наше ухо чувствительно к звуковым волнам в широкой области частот. Мы можем обнаруживать очень малые изменения частоты: дифференциальный порог чувствительности по частоте обычно составляет 0,5 % или меньше (рис. 11). Тем не менее западная музыка (а также музыка большинства других культур) основана на шкалах, т. е. переходах и суперпозициях тонов, разница между которыми более чем в 20 раз превышает предел нашей способности различать частоты. Почему же мы не создали музыку с непрерывным изменением тонов, которая звучала бы, например, подобно «песням» китов и дельфинов, имеющих весьма изощренную систему акустической связи на основе непрерывного «качания» частоты? Почему высота тона всегда должна совершать дискретные «скачки»?

На эти вопросы нет простых ответов. Во-первых, вспомним, что данный музыкальный тон должен длиться не меньше некоторого минимального отрезка времени, чтобы мозг мог его обработать в полной мере (разд. 3.4). Это, вероятно, препятствует использованию непрерывных тонов в качестве основных и устойчивых элементов музыки. Во-вторых, отметим, что различные музыкальные культуры используют или использовали

раньше разные шкалы, которые каким-то образом связаны с обучением или традициями, либо зависят от них. В-третьих, большинство музыкальных инструментов прошлых времен имело фиксированный набор тонов. Существование шкал объясняется также требованиями консонанса, это позволяет предположить, что появление шкал связано с возникновением полифонической музыки. Однако шкалы были в употреблении уже тогда, когда мелодии исполняли или пели монофонически, в унисон (или, самое большее, в октаву или квинту), и они могли существовать уже во времена палеолита (рис. 1) [54]. Возможно, в основе существования шкал лежит нейропсихологическая причина: мозгу легче обрабатывать, узнавать и сохранять в памяти мелодию, состоящую из временной последовательности дискретных тонов, находящихся в определенном соотношении между собой, задаваемом «знакомыми» гармоническими рядами, нежели иметь дело со звуковыми структурами, в которых тона непрерывным образом повышаются и понижаются во всей области частот, так что обработка, идентификация и запоминание требуют гораздо большей информации по сравнению с дискретной последовательностью.

Существование шкал, т. е. дискретных последовательностей тонов, пытались объяснить также на *динамической* основе, как следствие временных соотношений между тонами, т. е. на основе *мелодических*, а не гармонических интервалов. Этот ход мысли основан на важных в музыкальном отношении, но пока слабо изученных с психофизической точки зрения ощущений «направления», или ожидания, последовательности из двух (или более) тонов, доминантности данного тона в этой последовательности и возврата к этому ведущему тону («завершения»). Например, мы стремимся приписать естественное направление последовательности тонов — вверх (по высоте), если тона разделены на полтона, и вниз, когда интервал составляет целый тон. В обоих случаях мы приписываем доминантность второму тону, так что считается естественным движение к ведущему тону и противоестественным движение от него. Аналогично, последовательность вида «до»—«соль»—«до»—«соль»—«до»—«соль». . . «просит» окончания «до», тогда как последовательность «до»—«фа»—«до»—«фа»—«до»—«фа». . . «требует» завершающей ноты «фа». А если мы слышим последовательность «ми»—«соль»—«ми»—«соль». . . , то никакая из этих нот не годится в качестве завершающей — мы хотим слышать «до»! Вся диатоническая ориентация восприятия музыки основана на этих эффектах.

В качестве исторического отступления укажем, что еще в начале прошлого века Мейер [99] и Липпс [94] пытались «объяснить» предпочтение некоторых мелодических окончаний и доминантность тоники численными свойствами отношений частот мелодического интервала. В вышеприведен-

ных примерах доминирующим является тот тон, частота которого соответствует степени *двойки* в отношении целых чисел. Например, при отношении частот $f_{\text{соль}}/f_{\text{до}} = 3/2$ доминирует нижний тон, а при отношениях $f_{\text{фа}}/f_{\text{до}} = 4/3$ и $f_{\text{до}}/f_{\text{си}} = 16/15$ — верхний тон. Однако более поздние исследования стремились приписать эти эффекты факторам культуры. Но остается вопрос: почему появились именно эти, а не какие-то иные предпочтения? В этой связи следует заметить, что при рассмотрении музыкальных интервалов «до»—«соль», «до»—«фа» и «ми»—«соль» в вышеприведенных примерах как соседних тонов в гармонических рядах основная нота этих рядов дает ведущий тон (соответственно «до», «фа», «до»), определяемый ощущением возврата. Это ожидание может определяться «знакомством» с гармоническими соотношениями, приобретенными нашим центральным процессором тона (разд. 2.9, 4.8, 5.2 и приложение В), или, на более высоком познавательном уровне, знакомством, приобретенным в результате погружения в западную музыкальную культуру [12]. Однако мы должны снова подчеркнуть, что такие эффекты восприятия наблюдались у детей, и их следует рассматривать как универсальные характеристики музыки [168].

Другим важным для музыки явлением, связанным с временными последовательностями тонов, является *разделение потоков* [22]. Если исполняется мелодия, в которой тона быстро следуют один за другим с мелодическими интервалами в несколько полутонов, чередующимися вверх и вниз, то согласование теряется, и воспринимаются *две* (или больше) независимые мелодические линии. В этом случае наш мозг стремится сгруппировать тона в соответствии с их *близостью по частоте*, а не с их соседством во времени. Этот эффект широко использовался в эпоху барокко, чтобы сделать возможным исполнение многоголосой музыки на одnogолосном инструменте. Исчерпывающие обзоры этого и родственных явлений с временными последовательностями можно найти в работах [21, 37, 38, 159, 170].

5.6. Познавательные и аффективные процессы в мозге при восприятии музыки. Почему музыка вызывает у нас эмоциональный отклик?

Междисциплинарные исследования, проведенные в последние три десятилетия, привели к значительному прогрессу в понимании связи между аспектами музыки, общими для всех культур, и характерными особенностями обработки акустической информации в мозгу человека. Как уже отмечалось в разд. 1.7, все новые проявления параллелизма между многими структурными аспектами музыки и человеческой речи указывают на общее,

возможно даже одновременное происхождение музыки и речи на раннем этапе эволюции человеческого мозга. Появляются также здравые аргументы относительно нервного механизма музыкальных эмоций и возможного происхождения стремления людей слушать музыку, исполнять музыку и сочинять музыку. Короче говоря, ответы на вопросы, *почему музыка возникла на ранней стадии эволюции человека и почему она существует и поныне*, возможно, находятся где-то рядом.

В результате энергичного развития психоакустики, которая пролила свет на восприятие отдельных сложных музыкальных тонов, их суперпозиций и последовательностей, а также таких фундаментальных психологических качеств, как высота тона, громкость, тембр, консонанс, «шероховатость», хрома, тональная доминантность и музыкальные шкалы (см. предыдущие главы и разделы), интересы науки все более сдвигаются в сторону лежащих в основе всего этого физиологических и нервных механизмов, в частности, процессов обработки на высшем уровне — музыкального воображения (внутреннего слуха, сочинения музыки) и аффективного отклика на музыку. Это требует истинно междисциплинарного подхода с участием музыкантов, физиков, психологов, физиологов и нейрологов. Конечная цель состоит в ответе на сложные вопросы: почему люди всех культур «погружены» в некое подобие музыки? Почему различные музыкальные формы вызывают разные чувства и настроения — радость, грусть, бодрость, страх? Нам нравится веселая музыка — но почему мы наслаждаемся и грустной музыкой? Какое значение для выживания имела музыка на заре эволюции человека, несмотря на тот очевидный факт, что она, в отличие от языка, не переносит какой-либо «конкретной» информации? Почему музыку можно применять для лечения душевных расстройств и почему она влияет на иммунную систему? Если существуют вездесущие разумные цивилизации, то есть ли у них музыка? Это все «межкультурные» вопросы, касающиеся универсальных свойств музыки, и потому ответ на них можно дать, только узнав во всех подробностях, *как работает человеческий мозг на его высшем уровне*. Это будет предметом остальной части этой главы.

Начнем с обсуждения некоторых основных понятий, касающихся жизни, информации и эволюции функций человеческого мозга [137, 139]. Биологические системы, от микроорганизмов до приматов, представляют собой «островки» организованной материи, которые непрерывно эволюционируют в сторону увеличения порядка. Чтобы быть способной создавать порядок, живая система должна оставаться неизменной в течение некоторого конечного отрезка времени, несмотря на взаимодействие с изменяющейся окружающей средой. Она должна действовать, самоорганизуясь в расчете на будущие изменения, т. е. наиболее благоприятно адаптируясь к измене-

ниям в окружающей среде и внутри себя. Если быть кратким, то она должна реагировать на изменения, обращая их себе на пользу. Наиболее существенная разница между живыми и неживыми системами определяется тем фактом, что взаимодействие живых систем с окружением и между собой, будь оно простым или сложным, основано на процессах с участием информации (так называемое информационное взаимодействие, см. разд. 1.6). Взаимодействие между природными *неодушевленными* системами — небесными телами, камнями, атомами, элементарными частицами и т. п. происходит без какой-либо обработки информации.

По мере развития видов информация об окружающей среде постепенно усваивалась и накапливалась в структурах генетической памяти организмов. Очень медленные изменения в масштабе времени, превышающем время жизни одного поколения, могут сохраняться в геноме вследствие мутаций и выживания наиболее приспособленных, описываемого дарвиновской теорией эволюции. Однако по мере усложнения видов выживание начинает определяться реакцией на непредсказуемое изменение земных условий, и фундаментальным требованием становится способность к онтогенетической адаптации в течение жизни организма.

Когда приблизительно полмиллиарда лет назад появились самостоятельно передвигающиеся многоклеточные организмы, количество параметров окружающей среды, подлежащих мониторингу, резко возросло, соответствующий масштаб времени сократился до долей секунды. Стало необходимо усваивать огромное количество информации с помощью гораздо более развитой сенсорной системы. Большая часть поступающей информации не является существенной, однако в нее заведомо непредсказуемым образом погружены сигналы и структуры, имеющие решающее значение для выживания организма. Нервная система эволюционировала таким образом, чтобы позволить высшим организмам получать, сортировать и идентифицировать важную информацию, содержащуюся в сложном входном сигнале, предвосхищать и адекватно реагировать на быстрые изменения в окружающем мире. «Адекватное реагирование» предполагает также получение и обработку информации о самом организме, его общем метаболизме, состоянии, положении в окружающей среде и связи с ней. В ходе развития простые системы преобразования и переноса сигналов и мышечной реакции у кишечнополостных вроде медуз и актиний превратились в центральную нервную систему высших позвоночных со сложной системой анализа входных сигналов и способностью планировать ответные реакции. В центральной нервной системе мозг животного выступает в качестве «центрального процессора», проводящего основные операции по мониторингу и управлению соматическими функциями, созданию представления об окружаю-

щей среде, прогнозированию событий во внешнем мире и выработке поведения, направленного на сохранение жизни данного организма и вида в целом.

Главной функцией мозга животных является управление полосатой мускулатурой, обеспечивающей позу, произвольное и стереотипное движение, а также некоторой частью гладкой мускулатуры внутренних органов и химической эндокринной системы. Чем выше организация данного вида животных, тем больше у него возможностей отклика на сиюминутное состояние окружающего мира. Это требует решений на основе некоторых приоритетов. Такие инструкции создаются структурами мозга, исторически получивших название *лимбической системы*⁹⁸. Эти структуры включают группу субкортикальных ядер, расположенных вблизи средней линии мозга, которые в сочетании с гипоталамусом, мозжечковой миндалиной, гиппокампом и базальным передним мозгом отслеживают состояние окружающей среды и организма, определяя в конечном счете направление внимания и мотивацию животного (см. схему на рис. 84) и обеспечивая интегральный *поведенческий отклик*, способствующий выживанию организма и распространению вида в соответствии с эволюционным и онтогенетическим опытом (см. обзор [40]).

Лимбическая система действует любопытным «двоичным» образом, распределяя ощущения по принципу «поощрения и наказания», — надежда или тревога, храбрость или страх, любовь или гнев, и т. д. Существуют *эмоциональные состояния* мозга, порождаемые более глубокими подкорковыми ядрами. Они вызывают предчувствие удовольствия или боли всякий раз, когда во внешней среде происходят события, которые могут оказаться благоприятными или вредными для организма. Поскольку это предчувствие возникает раньше, чем реально будет принесена польза или причинен вред, эмоциональное состояние помогает направить мотивацию животного (управляемую передней поясной корой) таким образом, чтобы его реакция, основанная на информации, приобретенной в результате эволюции (инстинкты) или индивидуального опыта (побуждения), соответствовала максимальным шансам выживания и размножения. Разумеется, сообщить друг другу во всех подробностях об эмоциональных состояниях и чувствах способны только люди, однако все высшие позвоночные воспринимают такой «двоичный» репертуар. Приятность или неприятность чувств управляется системой химической передачи информацией в мозгу (опиоиды, моноамины — см. разд. 4.9).

⁹⁸Ученые, изучающие мозг, крайне неохотно пользуются этим названием центров обработки, которые взаимодействуют различным образом в зависимости от контекста, однако для наших ограниченных целей оно вполне пригодно.

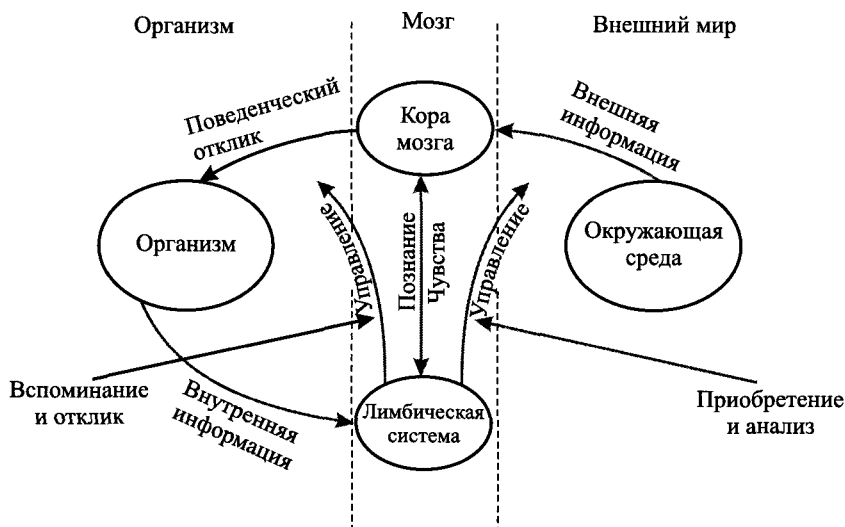


Рис. 84. Основные функции лимбической системы, которая обеспечивает благоприятный характер познавательных функций и поведенческого отклика для организма и распространения видов. Лимбическая система управляет эмоциями и чувствами и осуществляет взаимосвязь с высшими уровнями обработки в коре мозга. У высших видов согласованное кортико-лимбическое взаимодействие приводит к возникновению сознания. Мозг человека способен контролировать это взаимодействие и преодолевать диктат лимбической системы, что означает развитие самосознания [139]

Такое взаимодействие между корой и лимбической системой управляет большинством поведенческих реакций у позвоночных. Например, в случае, показанном на рис. 76, имеются пути (на рисунке они не показаны), которые связываются с лимбическими ядрами для проверки субъективной ценности обрабатываемой информации. Без управления со стороны такого «механизма контроля» разум животного не мог бы развиваться, без инстинктов и побуждений выживание сложного подвижного организма в быстро меняющейся непредсказуемой обстановке стало бы невозможным. Без мотивации к приобретению информации, пусть и не нужной в данный момент, в памяти не смог бы выстроиться набор связей между событиями в окружающей среде и соответствующими реакциями на них. Без согласованной совместной работы двух различных систем обработки информации — познавательной (опирающейся в основном на онтогенетическую, приобретенную информацию) и инстинктивной (работающей с филогенетической,

прошлой информацией), — приводящей к созданию единой «главной программы», которую мы называем *сознанием* [29, 86], разум животных был бы невозможен.

Даже простые акты восприятия выявляют участие лимбической системы. Музыка представляет пример элементарного приятного ощущения от консонансного звучания наложения двух сложных периодических тонов — эти два одновременно звучащих тона образуют акустический сигнал, который легче обрабатывать, потому что он содержит много совпадающих частот обертонов (разд. 5.2). Другими примерами могут служить удовлетворение от сбывшегося недавнего предсказания в виде разрешения последовательности аккордов или мурашки по коже, возникающие от неожиданного внезапного поворота такой последовательности.

Здесь мы приходим к фундаментальному вопросу: не означает ли все изложенное, что высшие животные тоже могут испытывать музыкальные ощущения? Опыты с кошками, шиншиллами и шимпанзе действительно показывают, что они воспринимают первичные атрибуты сложных тонов во многом так же, как люди, — но *радут ли их консонансные интервалы, предвосхищают ли они окончания последовательности тонов, ошестиваются ли они от некоторых последовательностей аккордов, начинают ли они произвольно двигаться в такт музыке?* Прежде, чем ответить, мы должны обсудить фундаментальные различия между мозгом человека и животных.

Еще Аристотель утверждал, что «животные имеют память и способны к обучению, но никакое другое животное, кроме человека, не может по желанию вспомнить прошлое». Более точно, наиболее важное отличие состоит в том, что человеческий, и только человеческий мозг может вспоминать накопленную информацию в виде образов и представлений, оперировать ими и снова запоминать их модифицированные или исправленные варианты *без какого-либо внешнего сенсорного сигнала* [137, 139]. Другими словами, мозг человека имеет систему внутреннего контроля над своим собственным потоком информации, обеспечивающим обратную связь (см. рис. 76), тогда как животное может предвосхищать наступление некоторого события через какое-то короткое время (секунды), но только в контексте некоторого соматического и/или сенсорного сигнала в реальном времени, т. е. включать «автоматические» процессы ассоциативной памяти. Акт вспоминания информации, ее изменения и повторного запоминания *без какого-либо внешнего сигнала представляет процесс человеческого мышления или рассуждения.*

Эволюция способности вспоминать информацию без входного сигнала имела далеко идущие последствия. В частности, способность повторно вызывать, перераспределять и изменять запомненные образы приводит

к открытию ранее не замеченных причинно-следственных связей, к количественному понятию проходящего времени и осознанию наступления будущего времени. У животных интервал времени, в пределах которого могут устанавливаться причинные корреляции (условные рефлексy), измеряется десятками секунд и быстро сокращается при наличии других стимулов [57], у человека он простирается от далекого прошлого в отдаленное будущее. Вместе со способностью упорядочивать события во времени возникла возможность *долговременного предсказания и планирования*, т. е. мысленного представления событий, которые еще не произошли. В сочетании со способностью принимать решения, не связанные с реальными сигналами из внешней и внутренней среды, это приводит к появлению *самосознания* [139].

Параллельно с этим развилась способность облекать сложные мысленные образы в простые звуковые сигналы и появился *человеческий язык*. Это имело решающее значение для развития человеческого интеллекта, при котором некоторые отделы слуховой и моторной коры начали специализироваться на кодировании и декодировании (см. следующий раздел), и на процесс мышления людей начали оказывать влияние (и порой управлять им) языковые сети [128], однако это не означает, что наши мысли всегда облечены в слова.

Одновременно с этим развитием происходил перенос во времени поведенческих целей и, в том числе, появилась способность *преодолевать влечения лимбической системы* (например, выдерживать диету, даже будучи голодным), а также *сознательно стимулировать лимбическую систему без внешних сигналов* (например, создавать настроение, вспоминая музыкальную пьесу). Тело начинает служить мозгу, а не наоборот, при этом могут рождаться мысленные образы и эмоции, не имеющие отношения к сиюминутным сенсорным сигналам, — человеческий мозг может работать «в автономном режиме» [13]. Важно подчеркнуть, что способность вспоминать и перерабатывать накопленную информацию в отсутствие внешнего сигнала, делать долговременные предсказания, планировать и иметь представление о будущем, стимулировать или подавлять побуждения лимбической системы, а также развитие языка скорее всего шли рука об руку с проявлениями человеческого интеллекта и самосознания.

В самом общем виде процесс человеческого мышления включает *рождение новых образов*, т. е. пространственно-временных распределений нервной активности, не имеющих соответствия в ранее полученной органами чувств или добытой опытом информации. При этом могут быть созданы такие структуры и объекты, произведены такие изменения в окружающей среде, которые никогда не существовали прежде и не являются детермини-

рованным следствием физических законов и естественных начальных условий. Возьмем, в частности, *музыкальное воображение*, «музыку в голове». Этот нервный процесс в настоящее время активно изучается с помощью современных томографических методов (разд. 4.9). Было подтверждено давно уже сделанное предположение, что во многих отделах мозга нервная активность, связанная с воображаемыми звуками, подобна той, которая возникает при реальном восприятии звука [56]. Вдобавок имеются указания на то, что процесс воображения музыки сопровождается систематической активацией других, неакустических, мозговых центров — моторных областей, управляющих пальцами (у музыкантов-исполнителей), гортанью (у певцов), руками (у дирижеров) и ногами (ритм), а также зрительных областей (воображаемые образы партитуры, инструмента, публики).

Отважимся задать вопрос: как Моцарт сочинял музыку? И делал это так быстро, так плодотворно? Есть мнение, что он обладал некоторым эквивалентом «эйдетической» акустической памяти: по-видимому, он мог запомнить во всех деталях не только любую музыкальную пьесу, которую он однажды услышал, но и такую музыку, которую он хоть раз вообразил. Извлекая из памяти звуковые образы, собирая их вместе в различных новых комбинациях или создавая совершенно новые сочетания тонов, он, очевидно, был способен немедленно сохранять в памяти комбинации, получая при этом новые эмоциональные впечатления, вызываемые этими недавно запомненными образами. Это подлинная «реверберация в голове композитора», но не звуков, а коррелированных распределений нервной активности, представляющих мысленные образы звука. Конечно, такой способностью должен обладать любой композитор, но только Моцарт был совершенно уникален в этом.

5.7. Специализация обработки речи и музыки в полушариях мозга

В вводной главе (разд. 1.6) и разд. 4.9 мы упомянули о замечательном разделении задач между левым и правым полушариями человеческого мозга. Сейчас мы обсудим это явление подробнее, главным образом в его связи с музыкой [19, 113].

Тела позвоночных животных обладают двусторонней симметрией, это относится и к органам, обеспечивающим сенсорное и моторное взаимодействие с окружающей средой. Такая симметрия распространяется и на полушария мозга, причем кора левого полушария связана с правой стороной тела и наоборот. Такое перекрестное устройство свойственно в основном системам, способным ощущать направления и размеры, таким как зрение и слух, а также системе эфферентного моторного управления ногами и руками. Оно развилось, вероятно, из-за необходимости собрать в одном полу-

шарии механизмы взаимодействия, соединяющего входящую информацию с выходными моторными инструкциями относительно событий, происходящих в той же половине окружающего пространства. Оптический образ физически переворачивается в хрусталиках глаз, проектирующих правое панорамное поле на левую половину сетчатки и наоборот в каждом глазу. Левые половины обеих сетчаток связаны с левой зрительной корой, чтобы воссоединить в одном полушарии мозга полную информацию, относящуюся к данному пространственному полю.

Как уже упоминалось в разд. 2.9, оба полушария связаны между собой 200 миллионами волокон мозолистого тела (и миллионом волокон передней спайки), которые таким образом восстанавливают глобальное единство отображения внешнего мира в мозгу. В волокнах передней спайки существуют связи более низкого уровня между каналами с обеих сторон (см. рис. 28), через которые сигналы с левой и правой сторон могут взаимодействовать для получения информации о направлении звука.

В процессе эволюции человеческого мозга невероятно жесткие требования к обработке информации, предъявляемые развитием речевой связи, привели к появлению специализации полушарий. При таком разделении задач аналитические и логические функции языка были переданы «доминирующему» полушарию (у 97 % людей это левое полушарие [111]). Другое полушарие оказалось более приспособленным к восприятию целостных, глобальных, синтетических отношений⁹⁹. То, что речевые центры расположены в одном полушарии, известно уже более 150 лет, главным образом из результатов вскрытия трупов пациентов с дефектами речи и языка (такими как афазия, алексия, аномия, аграфия), возникшими после геморрагического инсульта (апоплексического удара) с кровоизлиянием в левое полушарие [49]. В то же время повреждение правого полушария приводило к нарушению способности распознавать зрительные образы [84] и к потере тембровой и тональной памяти [100]. Убедительные примеры были получены при изучении пациентов с «расщепленным мозгом», у которых мозолистое тело было рассечено в лечебных целях [47]. Эти пациенты не могли, например, описать словами какой-либо объект, написанное слово или событие, локализованное в левом зрительном поле, поскольку соответствующая сенсорная информация, первоначально отображенная в правой зрительной коре, не могла быть передана речевым центрам из-за рассеченного мозолистого тела. К пациентам без физических травм мозга применялся метод

⁹⁹ Можно было бы ожидать, что обработка речевой информации локализована в том полушарии, которое управляет рукой, используемой чаще (т. е. в левом полушарии для правой руки). Однако леворукость встречается гораздо чаще, чем обработка речи правым полушарием (которая имеет место у 3 % людей).

инъекции барбитурата в сонную артерию, вызывающей кратковременную анестезию одного полушария (эта процедура иногда применялась, чтобы подтвердить расположение речевых центров в левом или правом полушарии). Ряд испытаний, проведенных с такими пациентами (см. обзор [18]), подтвердил, что высота и тональность в музыке (но не в речи) распознаются правым полушарием, а понимание и генерация обычной речи, а также музыкального ритма осуществляются левым полушарием. Было обнаружено преимущество правого уха при решении задач по распознаванию речи и левого в задачах, связанных с мелодиями¹⁰⁰ [84]. Гораздо более убедительное доказательство такого разделения задач между полушариями дают методы функциональной магнито-резонансной визуализации и позитронно-эмиссионной томографии [114]. В частности, было показано, что решающий и исключительный вклад в обработку музыкальной информации вносят нейронные сети внутри и вблизи верхней временной извилины [112]. В табл. 7, основанной на обзоре от [19], перечислены некоторые основные особенности специализации полушарий при решении задач, связанных со слухом.

Таблица 7. Специализация полушарий при решении задач по обработке слуховой информации [19]

Левое полушарие	Правое полушарие
Взрывные согласные	Стационарные гласные
Фонологические атрибуты, синтаксис	Стереотипные атрибуты, ритм в поэзии
Понимание речи	Интонация речи, звуки окружающей среды и животных
Вопросительная речь	Эмоциональное содержание речи
Анализ звуков речи, не несущих смысла	Высота тона, тембр, тональность, гармония
Устный текст (вербальное содержание)	Песенный текст (музыкальное и фонетическое содержание)
Ритм, короткие мелодические звуковые последовательности	Целостная мелодия
Вербальная память	Тональная память

Почему это разделение функций между полушариями появилось в ходе эволюции человека?¹⁰¹ Наиболее вероятной причиной, уже упомянутой

¹⁰⁰Хотя слуховая кора данного полушария получает информацию от противоположного уха (рис. 28), опыты показывают, что левая слуховая кора уделяет больше внимания сигналам от правого уха.

¹⁰¹Наши предки — приматы не обладали выраженной специализации полушарий (хотя это

в разд. 4.9, явилась необходимость расположения областей, ответственных за обработку входных речевых сигналов и формирование голосовых, жестикуляционных и мимических выходных сигналов, как можно ближе между собой, чтобы свести к минимуму временное запаздывание при переходах между нервными сетями, участвующими в этих процессах. Сложные последовательные операции по обработке речи просто не могут позволить себе тратить время (приблизительно 50 миллисекунд) на передачу нервных сигналов от одного полушария мозга к другому. В результате такого развития значительное «рабочее пространство» в левом полушарии стало недоступным для других, более медленных задач целостной, интеграционной природы, которые тогда «по умолчанию» остаются за правым полушарием. Таким образом, специализация полушарий мозга имеет фундаментальную природу, основанную на двух совершенно различных режимах работы. Один включает последовательный анализ отдельных (разделенных по времени) частей информации, необходимой для обработки речевых сигналов. Другой состоит в пространственной интеграции или синтезе мгновенных картин нервной активности для создания целостной картины входных стимулов [109]. Однако оба режима должны сосуществовать и действовать совместно, чтобы обрабатывать сложную информацию об окружающем мире и программировать ответное поведение организма¹⁰². В частности, последовательные задачи (подобные визуальному сканированию) могут быть необходимыми для распознавания картин и построения образа, и наоборот, целостный образ может потребоваться в качестве дополнительного элемента для программирования последовательных действий.

Поскольку музыка обрабатывается в основном правым полушарием, значит ли это, что музыка включает синтетические операции распознавания целостных качеств? Что касается распознавания сложных тонов, то оно, по видимому, согласуется с теориями восприятия звука как «подгонки к шаблону» (разд. 4.8 и приложение В). Целостность музыкальных стимулов количественно определяется мгновенным пространственным распределением нервной активности (соответствующим резонансным максимумам на базилярной мембране), приводящим к определению высоты сложного тона (разд. 4.8), дискриминации множественных тонов (разд. 5.1), консонансу (разд. 5.2) и вспоминанию и ожиданию тональных сигналов (разд. 5.5). Другой количественной мерой является относительное распределение активно-

вопрос спорный, поскольку некоторые животные проявляют операционную асимметрию полушарий при решении последовательных или синтетических задач [34].

¹⁰²В понятие «окружающий мир» мы включаем и других людей, с которыми необходимо взаимодействовать.

сти, описываемое спектром мощности, определяющим тембр и узнавание источника музыкального тона (разд. 4.9). Здесь можно провести формальную аналогию со зрением: временная звуковая структура на входе «проектируется» в виде пространственной структуры на базилярной мембране, во многом подобно тому, как пространственный образ проектируется на сетчатку. С этого момента обе системы воздействуют на соответствующие входные устройства формально аналогичным образом, приводя в конечном счете к музыкальным и художественным впечатлениям.

Возникает явный парадокс, когда мы рассматриваем мелодии и временную зависимость музыкальных сообщений. Не требуют ли они последовательных операций, производимых доминирующим полушарием? Это не совсем так. Наш мозг воспринимает типичные музыкальные сообщения в целом, как долговременные структуры, а не как короткие последовательности. Наиболее убедительным примером может служить явление разделения мелодических потоков (стр. 353). Другими словами, музыка, по видимому, воспринимается нашим мозгом как представление интегральных, целостных слуховых образов (гармонической структуры), долговременная последовательность которых несет в себе целостный «гештальт-образ» (мелодические контуры).

Все это вполне подходит для понимания эволюции западной музыки, начиная со средних веков. В широком смысле, можно представить эту эволюцию как постепенный переход между двумя крайностями. В одном предельном случае мы имеем высокоструктурированные, четко определенные, настойчиво повторяющиеся пространственные (гармонические) и временные (мелодические) звуковые структуры, каждая из которых имеет смысл неразрывного целого (примерами могут служить данный аккорд и данный голос или последовательность аккордов). В другом крайнем случае (он представлен современной музыкой) мы идентифицируем тональные формы, фундаментальное значение которых проявляется в текущем состоянии коротковременных звуковых сигналов. В свете сказанного о специализации полушарий можно предположить, что эти две крайности в конечном счете связаны с двумя различными стратегиями работы человеческого мозга. Только будущее ответит на вопрос, являются ли современные тенденции в музыке выражением более или менее беспорядочных попыток «оторваться» от традиционных форм (которые частично возникли совершенно естественным образом как следствие физических свойств слуховой системы человека) или же эти тенденции можно рассматривать как преднамеренное использование широких, пока не изведанных операционных возможностей центральной нервной системы.

5.8. Почему существует музыка?

Теперь мы лучше подготовлены к тому, чтобы задаться вопросом: *почему существует музыка?* Можно высказать следующее утверждение: без взаимодействия между корой и лимбической системой и без способности обращения к внутренней информации и манипуляции образами, не связанными с текущими сенсорными входными сигналами, не было бы никакой музыки (а также изобразительного искусства и науки). Можно представить себе роботов, запрограммированных (человеком!) сочинять и исполнять музыку по некоторым предписанным правилам, но трудно вообразить робота, который *наслаждается*, слушая или исполняя музыку, *желает* сочинять музыку, *любуется* картиной и *стремится* познать, как устроена Вселенная!

Нетрудно попытаться проследить, как возникла мотивация к совершению некоторых действий, не имеющих непосредственной биологической цели, таких, как восхождение на гору (познавательный инстинкт), игра в футбол (отработка сложных приемов движения), любование закатом (предвкушение отдыха под покровом ночи). Но чем могли привлечь ранних гоминидов «абстрактные» музыкальные тона и формы? Этот вопрос является, конечно, частью более общей проблемы возникновения эстетической мотивации, художественного восприятия и творческих способностей.

Как уже упоминалось в разд. 1.7, появляется все больше указаний на то, что музыка представляет побочный продукт *эволюции человеческого языка* [87, 138, 178]. В ходе этой эволюции, которая, несомненно, стала существенным фактором развития гоминидов, появилась нервная сеть, способная совершать сверхсложные операции обработки, анализа, запоминания и извлечения из памяти звука, необходимые для фонетического узнавания, идентификации голоса и анализа синтаксиса и грамматики речи. Поэтому вполне возможно, что в процессе эволюции человеческого языка возникло стремление вкладывать акустический смысл в сложные звуковые структуры как часть *человеческого инстинкта овладения языком* с момента рождения. Животные не обладают способностью членораздельного языка и не испытывают специфической мотивации, подобной человеческой тяге к музыкальным звукам¹⁰³, — вот почему они слышат консонансы, но не обязательно при этом испытывают удовольствие, как уже отмечалось в конце предыдущего раздела.

На поздних стадиях внутриутробного развития чувство слуха плода на-

¹⁰³Пение птиц звучит прекрасной музыкой для людей, но для птиц это просто их способ передавать вполне конкретные сообщения, относящиеся к размножению, питанию и предупреждению об опасности. С информационной точки зрения, чарующее пение птиц ничем не отличается от раздражающего визга обезьян. . .

чинает пассивно регистрировать звуки окружающей его среды. При рождении происходит внезапный переход к активным поведенческим реакциям, среди которых наибольшую роль играет акустическая связь с матерью или ее заменой. В результате устанавливается акустическая обратная связь, создающая эмоциональное взаимодействие с матерью и побуждающая ребенка к овладению языком, а мать к исполнению простых последовательностей музыкальных тонов [138]. Недавние эксперименты с грудными детьми обнаружили замечательную врожденную предрасположенность мозга к обработке музыкальных сообщений (см. обзор [168]) задолго до того, как такие сообщения могли бы играть какую-то биологическую или социальную роль. Например, дети замечают изменения, когда мелодия сдвигается по высоте вверх или вниз при сохранении соотношений между высотами тонов, когда меняется темп при сохранении относительных длительностей, и замечают изменения интервалов в контексте целочисленных отношений частот — октавы, квинты, кварты и т. д.

Заметим, что маленькие дети реагируют в первую очередь на *музыкальную* сторону речи, но так же ведут себя и собаки; и когда взрослые разговаривают с детьми, или собаками, или с другими домашними животными, они используют одинаковую голосовую интонацию совершенно независимо от того, на каком языке это произносится. Но здесь сходство кончается. Мотивация к слушанию, анализу, запоминанию и воспроизведению музыкальных звуков, даже если при данных условиях в этом нет необходимости, приводит к вознаграждению со стороны лимбической системы, т. е. включает чувство удовольствия от совершения этих действий [17]. Когда мы поем песню младенцу, не происходит ничего особенного, кроме привлечения внимания к источнику звука. Для облегчения обработки речевой акустической информации появляется мотивация к обнаружению симметрии и регулярности, к экстраполяции, предсказанию, интерполяции, к использованию избыточности, повторения и удивления при внезапных изменениях. Каждая из этих задач связана с аффективными откликами, которые, взятые вместе, вносят вклад в эмоциональное воздействие музыки — от эффектов сиюминутного характера в виде ощущения тембра, консонанса, тонального ожидания, ощущения тонального завершения до долговременных структур мелодических линий. Эти аффективные элементы могут быть проявлением лимбического вознаграждения при поиске фонетического или фонемического содержания звука и идентификации грамматической организации и логического содержания акустических сигналов. Они являются предпосылкой возникновения музыкального искусства. Эти чувства неизменно возникают *всякий раз*, и этот благоприятный факт лежит в основе современной теории музыки [90]. Временные аспекты обработки акусти-

ческой информации такого рода могут играть роль «часового механизма», упомянутого в конце разд. 4.9, и включать лимбические вознаграждения в соответствии с ритмом музыки.

Эволюция музыки обнаруживает две стадии — историческую и онтогенетическую, отдельную для каждого индивидуума. Во-первых, существует стадия, определяемая генетическими факторами, которая проходила параллельно с возникновением языка на ранних этапах развития человечества. Во-вторых, существует стадия «неадаптивного поиска удовольствий», связанная с чувствами, создаваемыми структурами и ритмами суперпозиций и последовательных тонов [71]. Именно последняя играет основную роль в нашем сегодняшнем восприятии музыки.

С первых дней жизни большинство людей подвергается воздействию ограниченного класса музыкальных стимулов. Быстро происходит усвоение культурных навыков, и на эмоциональный отклик начинают влиять внешние факторы, иногда случайные и субъективные, как в ситуации, когда человек впервые слышит данную музыкальную пьесу, иногда более управляемые в виде повторения определенных музыкальных форм, относящихся к данному музыкальному стилю. Кроме того, важную роль играет врожденное стремление человека к расширению своих возможностей. Развитие техники, приведшее к появлению клавишных инструментов или, позднее, электронных синтезаторов, оказало значительное влияние на развитие и привело к доминированию одного стиля или типа музыки над другими.

Возникает вопрос относительно *немузыкальных* личностей, не способных испытывать большинство музыкальных ощущений. Хотя они *слышат* все то же, что и музыкальные субъекты, их центральная слуховая система не в состоянии извлечь информацию музыкального характера из суперпозиций и последовательностей звуков, не связанных с речью. Музыкальные события в виде тональных или ритмических изменений слышны, но никак не интерпретируются и потому не создают какого-либо аффективного отклика. Такое отклонение может быть вызвано разными причинами — от резко выраженной *амузии* (врожденной или вызванной травмой областей, обрабатывающих музыкальную информацию, в правом полушарии (разд. 5.7)), до гораздо более часто встречающейся неспособности проводить настройку. Тот факт, что существуют немзыкальные взрослые люди, совершенно нормальные во всех остальных отношениях, тогда как нет «в остальном нормальных» взрослых людей, не способных к обработке речевой информации, иногда используется для отрицания какой-либо причинной связи между музыкой и языком [116]. Этот аргумент, однако, игнорирует историческую и межкультурную роль музыки [168] и эволюцию

областей коры, специализирующихся на обработке музыкальной информации (разд. 5.7).

Что касается второй стадии эволюции музыки, связанной с «поиском удовольствия», то в ней можно найти элементы, способствующие выживанию. Подобно хорошей публичной речи, музыка может оказаться успешной в деле привлечения и поддержания внимания людских масс, преодолевая их нормальные лимбические побуждения в течение продолжительного времени. Поскольку музыка переносит информацию на аффективные состояния, она может способствовать выравниванию эмоциональных состояний группы слушателей, точно так, как устная лекция может выравнивать интеллектуальное состояние (знания) аудитории. Роль музыки в суевериях и свадебных обрядах, религии, насаждении идеологии, пробуждении воинского духа, даже в антисоциальном поведении наглядно демонстрирует ее значение как средства достижения согласованного поведения масс людей. В далеком прошлом это действительно могло иметь важное значение для выживания в сложных ситуациях, требующих *согласованных коллективных действий* больших групп людей [11]. Здесь фундаментальную роль играет ритм, и недавние исследования действительно указывают на важность связи между биологическими ритмами человеческого организма (см. конец разд. 4.9) и соответствующими музыкальными ритмами. При восприятии музыки биологическая система слушателя реагирует на сигналы как целое, и можно наблюдать и анализировать ряд физиологических эффектов. По данным хронобиологии, музыкальное впечатление может быть приятным или раздражающим в зависимости от синхронизации между ритмами организма и акустическим сигналом, особенно в момент его появления.

Таким образом, имеют место следующие *факты*, не зависящие от исходных инстинктов и принадлежности к той или иной музыкальной культуре: 1) существуют некоторые компоненты музыки, общие для всех музыкальных культур; 2) существует мотивация к восприятию музыкальных звуков и форм, 3) музыка может вызывать эмоциональные реакции и переживания.

Эпилог: Является ли музыка универсальным проявлением человеческого разума?

В заключение этой книги позвольте поделиться некоторыми соображениями относительно «внеземного» аспекта музыки (я ведь, в конце концов, космофизик!). Музыка представляет форму искусства, которая использует способность нашей слуховой системы обрабатывать информацию и порождать чувство удовольствия, подобно тому как изобразительное искусство

основано на зрении, а кулинарное искусство связано с чувством вкуса. В то время как изобразительное и кулинарное искусства являются в основном «статическими» или, самое большее, «медленно движущимися», информация, относящаяся к музыке, поступает в виде быстрых *временных последовательностей* внешних сигналов. Как уже неоднократно подчеркивалось, обработка информации в слуховой системе сводится к анализу временных изменений в широкой области характерных масштабов времени. Те же масштабы характерны для речи и нервных процессов обработки языковой информации, — возможно, наиболее отличительной способности человеческих существ (разд. 5.6). Поэтому не удивительно, что, как уже отмечалось в предыдущем разделе, музыка эволюционировала вместе с человеческим языком как «транспортное средство» для операций обработки информации, необходимой для развития речевого общения.

Суть вопроса, вынесенного в заголовок этого раздела, заключается в утверждении, высказанном в разд. 5.6, которое мы здесь перескажем:

... Существуют связи между корой и лимбическими ядрами для проверки субъективной ценности обрабатываемой информации (см. рис. 76 и 84). Без управления со стороны такого «механизма контроля» разум животного не мог бы развиваться. ... Без мотивации к приобретению информации, пусть и не нужной в данный момент, в памяти не смог бы выстроиться набор связей между событиями в окружающей среде и соответствующими реакциями на них. Без согласованной совместной работы двух различных систем обработки информации — познавательной (опирающейся в основном на онтогенетическую, приобретенную информацию) и инстинктивной (работающей с филогенетической, прошлой информацией), — приводящей к созданию единой «главной программы», которую мы называем *сознанием*, разум животных был бы невозможен.

К этому можно добавить следующее. Человеческий разум не мог бы развиваться *без*: 1) взаимосвязи между ядром и лимбической системой и способности вспоминать внутреннюю информацию и манипулировать образами, не связанными с текущими сенсорными сигналами (разд. 5.6); 2) акустической системы, играющей центральную роль во *внутривидовом обмене информацией* (т. е. языка, кодирующего в сжатой форме сложные сенсорные и мысленные образы и связи между ними); 3) мозгового центрального процессора информации с *мотивационным управлением* его познавательными функциями, так чтобы не передающиеся по наследству компоненты языка могли эффективно приобретаться на ранней стадии жизни организма;

4) управляющего механизма, который раздает чувства, выполняющие роль поощрения или наказания, когда производимые действия представляются, соответственно, полезными или вредными с точки зрения эволюционного опыта. Мы говорили здесь о человеческом разуме. Но сказанное можно распространить на *человекоподобный* разум применительно ко всей Вселенной.

Я действительно полагаю, что любая вземная цивилизация с человекоподобным разумом *должна* была развить систему обработки информации, подобную нашей центральной нервной системе, удовлетворяющую вышеприведенным условиям. Я также убежден, что в этом вземном обществе *неминуемо* должно возникнуть и развиться «искусство, связанное с языковой системой». Другими словами, как и на Земле, должны появиться человекоподобный язык и какой-то эквивалент человеческой музыки как эволюционного реликта — «транспортного средства» для обретения языка¹⁰⁴.

Узнаем ли мы когда-нибудь, существует ли где-то во Вселенной еще какая-то музыка, помимо нашей? Какая нужна программа вроде предпринятого НАСА поиска вземных цивилизаций (программа SETI), чтобы узнать это? Было бы наивно надеяться услышать с помощью наших радиотелескопов сигналы, структура и организация которых напоминали бы, скажем, танго «Кумпарсита» или Пятую симфонию Бетховена. Если бы были обнаружены сигналы от цивилизации разумных существ, то главной задачей было бы выяснить каким-то способом, имеется ли среди сообщений, которыми эти существа обмениваются *между собой*, какая-то существенная доля таких, которые не связаны с их языковым кодом и не имеют отношения к непосредственным нуждам их телесного бытия и выживания [140]. Я готов держать пари, что подобные «бесцельные» сообщения и есть *их музыка*. . .

¹⁰⁴ Можно было бы возразить, что в принципе система языковой связи другой цивилизации не обязательно должна быть акустической, например, она могла бы быть оптической (в виде хитроумного органа излучения света, как у светляков, или некоторой высокоразвитой способности к жестикюляции). Ключевой должна быть способность приобретать, кодировать в сжатой форме, обрабатывать с высокой скоростью, эффективно накапливать и выдавать очень сложную информацию. Однако в газообразной или жидкой окружающей среде (наличие которой мы *должны* предположить как условие появления живых существ) система акустической внутривидовой связи гораздо предпочтительнее непосредственной оптической связи из-за возможности дифракционного огибания препятствий, очень слабого поглощения в среде, распространения в тумане и вдоль природных волноводов (пещер) и т. д. Кроме того, *если бы существовала* оптическая языковая система, то «оптическая система музыки», как отмечалось в подстрочном примечании на стр. 340, неизбежно потеряла бы многие фундаментальные атрибуты нашей музыки (консонанс, хром, гармонию и т. д.) из-за крайне ограниченной области частот электромагнитного излучения (около одной октавы), доступной для любой мыслимой физиологической системы, построенной на углеродной биохимической основе.

Приложения

А. Некоторые количественные аспекты механизма действия смычка

Рассмотрим идеализированную ситуацию: очень длинная струна возбуждается в точке A бесконечно тонким смычком (рис. 85). Смычок движется вверх со скоростью b . Далее предположим, что с самого начала (в момент времени t_0) струна прилипает к смычку. Это означает, что точка контакта A (правильнее сказать «область контакта») движется вверх с той же скоростью b . В результате возникает деформация струны в виде поперечной волны, которая распространяется от точки A , как показано на рис. 85 для моментов времени t_1, t_2, t_3 . Поперечные волны распространя-

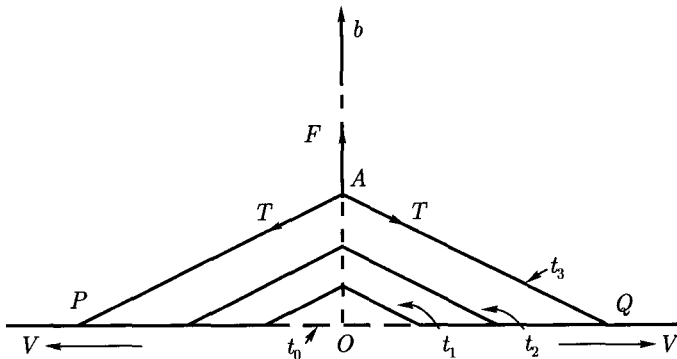


Рис. 85. Идеализированное нарастание деформации длинной струны, возбуждаемой в точке A смычком, движущимся с постоянной скоростью b (не в масштабе!)

ются со скоростью V , определяемой формулой (9). Эта скорость намного больше любой практически возможной скорости b , так что наклон b/V отклоненных частей струны AP, AQ на самом деле крайне мал. При таких условиях поперечная сила F , создаваемая смычком (не путать с силой давления смычка, которая направлена перпендикулярно к плоскости рисунка), уравнивается проекциями обеих сил натяжения T в направлении OA . Это означает, что $F = 2Tb/V$. Чтобы реально иметь режим статического трения (трения покоя) со струной, прилипшей к смычку, сила F должна быть меньше некоторого порогового значения F_s , называемого пределом статического трения. Эксперименты показывают, что этот предел пропорционален «давлению» смычка: $F_s = \mu_s P$. Параметр μ_s (греческая

буква «мю») представляет коэффициент статического трения, он зависит от «шероховатости» контактирующих поверхностей (в данном случае от количества канифоли на волосах смычка). Условие «прилипания» имеет вид $F = 2Tb/V < \mu_s P$ ¹⁰⁵.

Соответственно, условие скольжения будет иметь вид $F = 2Tb/V > \mu_s P$. Поскольку для данной струны величины V , T и μ_s являются постоянными параметрами, оба условия можно представить в следующей, более физической, форме:

Величина, контролируемая исполнителем	Величина, постоянная для каждой струны	Тип движения струны относительно смычка
$\frac{b}{P}$	$< \frac{\mu_s V}{2T}$	прилипание
	$> \frac{\mu_s V}{2T}$	скольжение

(43)

Заметим, что в соотношениях (43) имеет значение лишь отношение скорости смычка к давлению смычка, а не величины b и P в отдельности. Таким образом, характер движения струны, возбуждаемой смычком, определяется отношением b/P .

Что будет, если с самого начала струна скользит (нижнее неравенство в (43))? В этом случае скорость v возбуждаемой точки A струны будет меньше (или даже противоположна по направлению) скорости смычка b . Мы имеем режим *динамического трения* (трения скольжения), в котором сила $F = 2Tb/V$ (рис. 85) пропорциональна P , но она зависит также от *относительной скорости* смычка и струны (скорости скольжения) $b - v$. Мы запишем это в виде $F = \mu_d P$, где μ_d — коэффициент *динамического трения*, который зависит от относительной скорости $b - v$ (является функцией от $b - v$). Таким образом, в режиме скольжения

$$\frac{b}{P} = \mu_d \frac{V}{2T}. \quad (44)$$

Если мы знаем зависимость μ_d от скорости скольжения $b - v$, мы можем с помощью соотношения (44) определить скорость v точки контакта струны A . Это соотношение опять-таки определяется отношением b/P . Но подчеркнем, что этим отношением определяется разность $b - v$, т. е. скорость струны *относительно смычка*. При данном значении b/P скорость v

¹⁰⁵Символ $<$ означает «меньше, чем», символ $>$ — «больше, чем».

тем больше, чем больше скорость b . В то время как *характер* движения струны (прилипание или скольжение, условия (43)) определяется этим отношением, скорость струны определяется скоростью смычка (при заданном отношении b/P). Таким образом, если увеличить скорость движения смычка, но *одновременно* повысить давление, так чтобы отношение этих величин оставалось постоянным, то характер движения струны не изменится, только ее скорость будет увеличиваться с ростом b по линейному закону. В реальном случае это приведет к росту амплитуды колебаний, т. е. интенсивности звука. Другими словами, *амплитуда колебаний струны, возбуждаемой смычком, (громкость тона) определяется скоростью смычка, но для того, чтобы сохранить неизменным тип движения струны (тембр тона), давление смычка должно оставаться пропорциональным его скорости.*

Рассмотрим несколько более реальный случай, когда струна *конечной* длины L возбуждается бесконечно тонким смычком в средней точке O (рис. 86). На рисунке схематически показана форма струны в начальный момент движения смычка (здесь наклон также сильно преувеличен); v есть скорость средней точки струны; возможно либо скольжение ($v < b$), либо прилипание ($v = b$). Заметим, что в момент времени $t_4 = L/2V$ первая «волна» (с наклоном v/V) достигает конца струны. Здесь волна отражается и накладывается на приходящую начальную волну, что дает «изломанную»

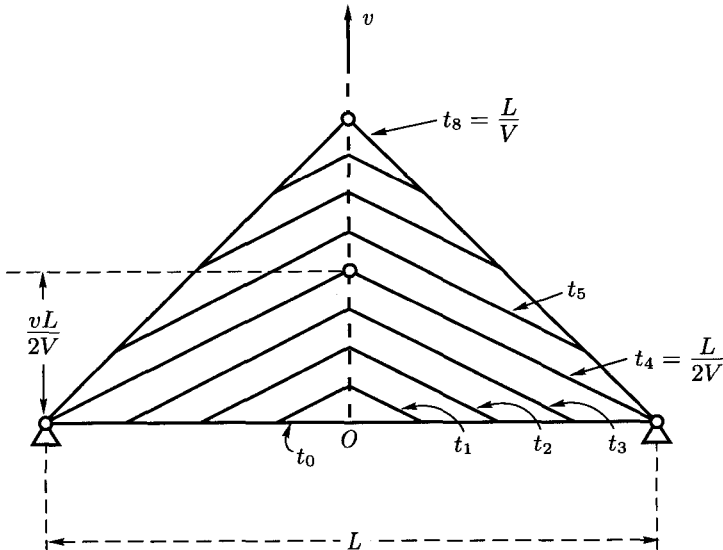


Рис. 86. То же, что на рис. 85, для струны с закрепленными концевыми точками

форму на отрезке времени от t_5 до t_7 . Затем, в момент $t_8 = L/V$, происходит нечто новое (рис. 86): *внезапно меняется наклон в точке касания смычка*. При этом меняется вид силы F , и может возникнуть новый режим (например, скольжение, если до того имело место прилипание).

Мы не сможем продолжить это обсуждение, не прибегая к довольно сложной математике [80]. Отметим лишь, что резкие изменения формы струны (всякий раз, когда волна отражается в закрепленных концевых точках) происходят в моменты времени, кратные величине L/V , которая совершенно не зависит от механизма действия смычка. Величина, обратная L/V , фигурирует в формуле (29) для основной частоты колебаний струны. Отсюда читатель может видеть, каким образом эта частота (со всеми высшими гармониками) может возбуждаться (и поддерживаться) при движении смычка, а также (при некотором воображении) понять из рис. 86, что при реальном колебательном движении *мгновенная форма струны, возбуждаемой смычком, всегда состоит из отрезков прямых линий*; этот результат давно уже проверен экспериментально (см. [45]).

В. Некоторые количественные аспекты моделей центрального процессора высоты тона

В этом приложении мы продолжим наше обсуждение восприятия высоты сложных тонов, начатое в разд. 2.9, 4.8 и 4.9. В частности, мы покажем, как можно, используя упрощенную модель «подгонки шаблона» (разд. 2.9) и минимум математики, объяснить некоторые количественные характеристики восприятия высоты сложного тона. Далее мы обсудим некоторые нервные модели, которые могут реализовать функции центрального процессора высоты тона и других познавательных операций.

Что представляет собой шаблон? Обычно мы понимаем под этим устройство, которое дает нам некоторую стандартную форму или структуру, которую можно перемещать, поворачивать, растягивать и сжимать без потери ее характерных свойств (это может быть, например, число, слово, геометрическая фигура и т. д.). В случаях, рассматриваемых ниже, шаблоном будет конечный набор частот, содержащихся в сложном музыкальном тоне, $f_1, f_2, f_3, f_4, \dots, f_n, \dots, f_N$. Все значения частот связаны с основной частотой f_1 (за счет которой мы определяем высоту музыкального тона) соотношением $f_n = n f_1$. Это есть основное свойство, которое *определяет* шаблон; f_1 представляет параметр, который можно регулировать так, чтобы весь шаблон *как можно лучше воспроизводил* входной сигнал, который будем предполагать состоящим из набора дискретных звуковых ча-

стот f_a, f_b, f_c, \dots (не обязательно гармоник). Подгонка такого шаблона даст нам значение f_1 , представляющее собой предсказанную субъективную высоту входного тона. «Наилучшая подгонка» означает, что полученное значение f_1 сводит к минимуму, в некотором усредненном смысле, разности между шаблонными значениями $f_n = n f_1$ и ближайшими к ним компонентами реального сигнала [124].

Чтобы продемонстрировать, как работает такая «наиболее правдоподобная оценка», применим ее к экспериментам Смууренбурга (разд. 2.7). Рассмотрим стимул, состоящий из двух тонов с частотами $f_a = 1000$ Гц и $f_b = 1200$ Гц. Это в точности пятая и шестая гармоники основной частоты $f_1 = 200$ Гц. Возьмем наш шаблон из частот $f_1, 2f_1, \dots, N f_1$, частоту f_1 которого можно менять произвольно. Процесс подгонки состоит в нахождении частоты f_1 , две *последовательные* гармоники которой, с частотами $n f_1$ и $(n + 1) f_1$, совпадают с частотами входного тона f_a и f_b или находятся как можно ближе к ним. На этой стадии не имеет значения, каков порядок n этих двух гармоник, при условии, что подгонка получается наилучшей из всех возможных (разности $f_a - n f_1$ и $f_b - (n + 1) f_1$ должны быть как можно меньше). В нашем примере имеется лишь один вариант подгонки: $n = 5$ и $f_1 = 200$ Гц, при этом обе разности частот точно равны нулю — подгонка получается идеальная! Читатель может легко убедиться, что не существует никакой другой основной частоты f_1 и никакого другого значения n , которые могут дать идеальную подгонку. Заметим, что в нашем примере данная подгонка требует определения или оценки *двух* величин — номера гармоники n и основной частоты f_1 . Основное допущение этой модели шаблона состоит в том, что частота f_1 должна тогда соответствовать реальному субъективному восприятию высоты одиночного тона, порождаемого стимулом из двух тонов.

Следуя экспериментам Смууренбурга, сдвинем входные частоты с образованием *негармонической* пары $f_a = 1050$ Гц и $f_b = 1250$ Гц. *Не существует* ряда гармоник, в котором эти две частоты были бы соседними компонентами. Какую высоту тона предскажет модель подгонки шаблона в этом случае? Есть много возможностей математически определить «наилучшую подгонку»; в качестве первого приближения выберем простейший путь. Мы хотим найти такую пару значений n, f_1 , чтобы соседние гармоники шаблона $n f_1$ и $(n + 1) f_1$ оказались как можно ближе к паре частот входного сигнала f_a и f_b . Или, что то же самое, мы хотим найти такие значения f_1 и n , чтобы величины f_a/n (субгармоническая «проекция» тона f_a в сторону основной частоты) и $f_b/(n + 1)$ (то же для тона f_b) были как можно ближе к основной частоте шаблона f_1 . Будем пока считать номер гармоники n заданным. Для этого значения n найдем значение f_1 , кото-

рое минимизирует *среднее квадратичное отклонение* (т. е. среднее значение суммы квадратов ошибок $f_a/n - f_1$ и $f_b/(n+1) - f_1$, оно называется также квадратом стандартного отклонения)

$$\sigma^2 = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{f_a}{n} - f_1 \right)^2 + \left(\frac{f_b}{n+1} - f_1 \right)^2 \right]. \quad (45)$$

Как утверждает теория экспериментальных ошибок, величиной, минимизирующей σ^2 , является среднее арифметическое отдельных «результатов измерений», которыми в данном случае являются величины f_a/n и $f_b/(n+1)$:

$$f_1 = \frac{1}{2} \left(\frac{f_a}{n} + \frac{f_b}{n+1} \right). \quad (46)$$

Вместо среднего квадратичного отклонения (45) можно ввести безразмерную величину

$$Q(n) = f_1/\sigma, \quad (47)$$

которую можно назвать «качеством подгонки» для данного номера гармоники n . При идеальной подгонке (которую мы имели при $f_a = 1000$ Гц, $f_b = 1200$ Гц, $n = 5$) получаем $Q(5) = \infty$ («бесконечно хорошая подгонка»). Задавая любую пару частот f_a и f_b для разных значений n , получаем различные значения для качества подгонки $Q(n), Q(n+1), \dots$. Если среди них одно оказывается наибольшим, то соответствующие значения f_1 и n дают наилучшую подгонку для данного шаблона, и f_1 будет высотой тона, который мы слышим!

В нашем примере двух тонов с частотами $f_a = 1050$ Гц и $f_b = 1250$ Гц для $n = 4$, $f_1 = 257$ Гц получаем $Q(4) = 28$; для $n = 5$, $f_1 = 209$ Гц — $Q(5) = 180$; для $n = 6$, $f_1 = 177$ Гц — $Q(6) = 70$. Очевидно, что выбор $n = 5$ приводит к наибольшему значению Q . Соответствующая частота (209 Гц) действительно очень близка к субъективной высоте тона, которая идентифицируется легче всего при предъявлении этого негармонического двухчастотного сложного тона [153]. Заметим, что значения $n = 6$ и, в меньшей степени, $n = 4$ также дают заметную величину качества подгонки, это предсказывает тот действительно наблюдаемый факт, что соответствующие основные частоты 177 и 257 Гц также могут быть слышны в качестве ощущений «вторичных» тонов, хотя и с некоторым трудом. Таким образом, эта простая модель количественно объясняет появление неопределенного ощущения или ощущения многих тонов, создаваемого негармоническими тонами. Если сдвинуть частоты стимула из двух тонов еще дальше от гармоничности (но при сохранении той же разности частот 200 Гц), мы получим результаты для f_1 (45) и Q (47), показанные на рис. 87.

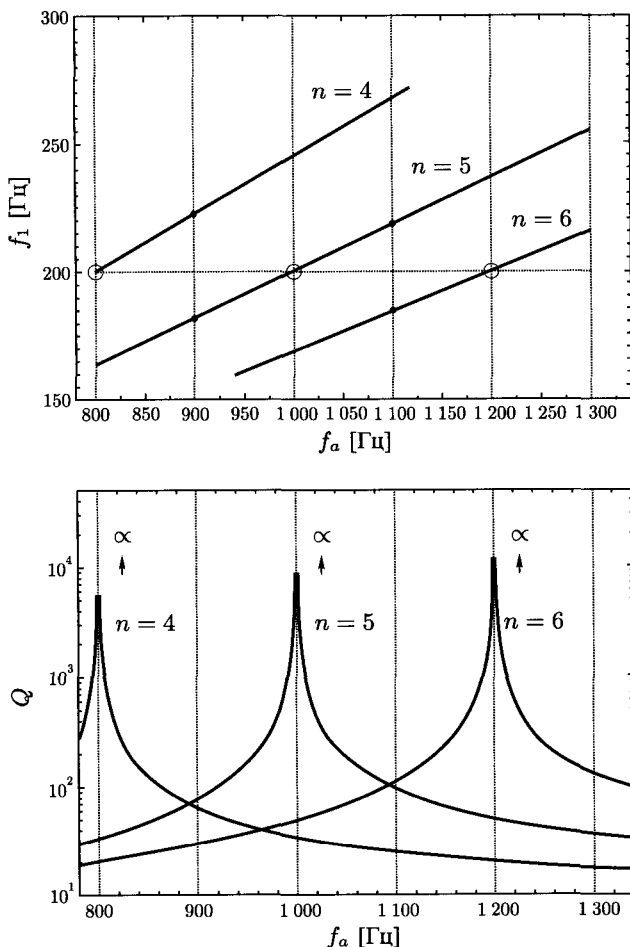


Рис. 87. Подгонка шаблона для определения высоты стимула, состоящего из двух тонов с постоянной разностью частот ($f_b - f_a = 200$ Гц). Верхний график: Воспринимаемая основная частота f_1 как функция корневой частоты f_a , определяемая приближенной формулой (46). Нижний график: Качество подгонки Q , определяемое формулами (47) и (45). Отсутствующая основная частота будет слышна с максимальным качеством ($Q = \infty$), только если f_b и f_a представляют соседние гармоники. При любом другом положении пары тонов получаются неопределенные множественные высоты тонов (см. черные точки при $f_a = 900$ и 1100 Гц). См. также пояснения в тексте и обсуждение рис. 22

Заметим, что для пар 1 100/1 300 и 900/1 100 на рис. 87 более или менее одинаково выделяются *две* подгонки шаблона, и это ни частота повторения (200 Гц) результирующей картины колебаний, ни частота изменения огибающей амплитуды (100 Гц). Отметим также, что порядок гармоник n , соответствующий идеальной подгонке, сдвигается от 4 до 6, когда центральная частота пары f_a, f_b смещается вверх, тогда как соответствующая высота тона скачком понижается от значения выше 200 Гц к значению ниже 200 Гц. Вообще, когда тона f_a и f_b непрерывным образом сдвигаются вверх по частоте (при сохранении их разности постоянной), главная субъективная частота тона «осциллирует» вблизи частоты повторения $f_b - f_a = 200$ Гц, совпадая с ней лишь в положениях гармоник. Неопределенные или множественные тона проявляются наиболее резко всякий раз, когда стимул из двух тонов лежит приблизительно посередине между гармониками. Во всех этих случаях качество подгонки Q (рис. 85, б) связано с «четкостью» или отчетливостью ощущения высоты соответствующего тона.

Важно подчеркнуть, что теоретические значения, полученные с использованием модели подгонки шаблона, не совпадают точно с экспериментальными результатами, особенно когда порядок n больше 7. Описанная здесь модель действительно сильно упрощена; улучшенная модель должна учитывать также тот факт, что пространственное разрешение резонансных областей на базилярной мембране значительно ухудшается выше седьмой гармоники (рис. 28) и что за пределами основной частоты порядка 1 000 Гц процесс подгонки вообще перестает работать [93]. Другое усложнение состоит в том, что комбинационные тона типа (5) и (6) (разд. 2.5), по-видимому, оказываются существенными и должны учитываться как дополнительные низкочастотные сигналы до любой процедуры подгонки [124].

Без существенного усложнения математики можно предложить немного улучшенную модель и применить ее к случаю *слежка* расстроенного набора обертонов. Рассмотрим набор частот f_n , каждая из которых очень близка, но не равна точно некоторому целому числу n , умноженному на основную частоту F , которую мы хотим определить путем подгонки шаблона. Вместо того, чтобы использовать простое среднее вида (45), введем так называемые весовые функции w_n , которые представляют относительный вклад каждого парциального тона в общий сигнал. Не вдаваясь в детали, будем считать, что функции w_n равны нулю при $n \geq 7$. В общем случае весовые функции должны зависеть от n, f_n и, возможно, от частот и интенсивностей соседних парциальных тонов (чтобы учесть эффекты маскировки). При таких весовых функциях эквивалентом соотношения (46) будет

«взвешенное среднее»

$$F = \frac{1}{2} \left(w_1 \frac{f_1}{1} + w_2 \frac{f_2}{2} + w_3 \frac{f_3}{3} + \dots + w_N \frac{f_N}{N} \right) / (w_1 + w_2 + w_3 + \dots + w_N), \quad (48)$$

где N — полное число одночастотных компонент сигнала. Рассмотренный выше пример Смуренбурга соответствует случаю, когда все веса w равны нулю за исключением $w_n = w_{n+1} = 1$.

Читатель может проверить, что соотношение (48) можно использовать для описания случая «отсутствующей основной частоты» (разд. 2.7 и 4.8), положив $w_1 = 0$. Далее, из формулы (48) следует, что изменение δF высоты сложного тона, вызываемое небольшой расстройкой лишь одной из высших гармоник ($f_n = nF + \delta f_n$), очень мало, порядка $\delta F = \delta f_n / (nN)$ (полагаяем $w = 1$). Это означает, что небольшая негармоничность верхних гармоник музыкальных инструментов, отмеченная в разд. 4, может оказывать лишь очень слабое влияние на субъективную высоту тона. Наконец, интересно отметить, что механизм настройки высоты тона духового инструмента, упомянутый в разд. 4.5, формально аналогичен описанной выше модели подгонки шаблона.

До сих пор мы обсуждали *математическую* модель. Вернемся к биологической реальности и рассмотрим *нервную* модель центрального процессора высоты тона, основанную на «матрице обучения», предложенной Терхардтом [162]. Здесь она предлагается в основном как некоторое упражнение академического характера и не рассматривается как еще одна модель центрального процессора. На рис. 88 показана схема нервного возбуждения, пригодная для проведения операций, необходимых для определения высоты тона и отслеживания основной частоты. Предполагается, что горизонтальные волокна проводят комбинированные нервные сигналы от обоих улиток в процессор первичной (спектральной) высоты тона. Эти сигналы переносят информацию о первичной высоте каждой гармонической компоненты сложного тона, но обычно игнорируются на более высоких ступенях обработки музыкального тона. Горизонтальные аксоны пересекаются вертикальной решеткой нейронных дендритов (разд. 2.8), как показано на рис. 88. Допустим, что в начальный момент (при рождении) активные синаптические связи распределены, как показано для нейронов K , L и M . Далее предположим, что для достижения порога возбуждения каждый вертикальный нейрон должен быть активирован на многих синаптических контактах приблизительно в одно и то же время. Из рисунка ясно, что в акустически девственном мозге распределение активности на выходе вертикальных

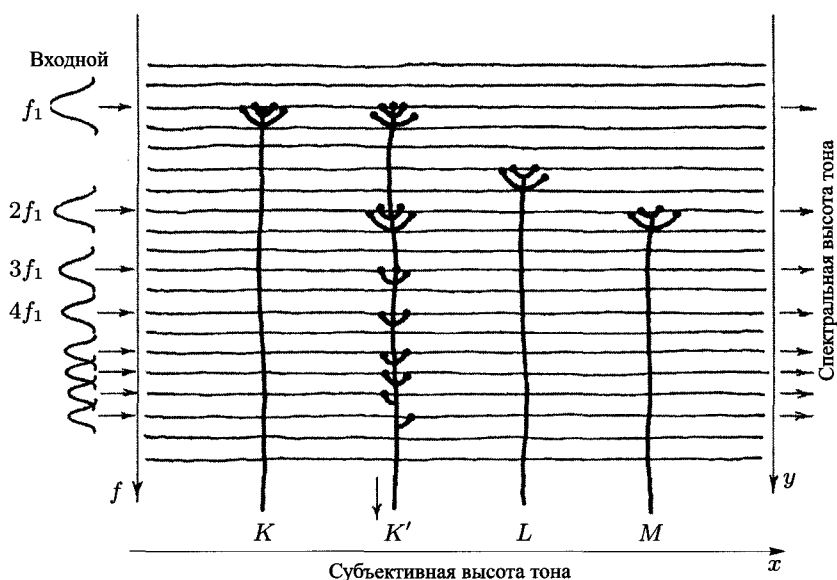


Рис. 88. Модель схемы нервного возбуждения для определения высоты тона и отслеживания основной частоты. K , L , M — начальные «необученные» нейронные дендриты, K' — синаптическая конфигурация нейрона K с новыми синапсами после многих предъявлений сложного тона с гармониками, показанными на левой оси (см. пояснения в тексте)

нейронов (в направлении x) должно быть идентично распределению горизонтальных волокон (в направлении y).

Наше следующее допущение в духе теории Терхардта состоит в том, что при повторяющемся воздействии гармонических тонов на наши уши будут активироваться также синаптические контакты между вертикальным нейроном и всеми теми горизонтальными аксонами, которые с наибольшей вероятностью возбуждаются в то же самое время (в этом сущность процесса обучения в нервной системе, см. разд. 2.8). В присутствии сложного гармонического тона с основной частотой f_1 нейрон K (рис. 88) вначале откликается только на эту основную частоту. Но по мере повторения этого сложного тона дендрит K будет развивать активные синаптические контакты со всеми теми горизонтальными волокнами, лучшие частоты которых соответствуют высоким гармоникам этого тона (стр. 209). В результате вертикальный нейрон оказывается «настроенным» на весь ряд гармоник частоты f_1 , как показано для нейрона K' на рис. 88. Обученные вертикальные

нейроны будут, таким образом, физически представлять первое биологическое приближение к описанным выше «шаблонам». Отклик шаблона будет наибольшим всякий раз, когда достигается наилучшая локальная подгонка (локальный максимум возбуждения вертикального нейрона). Наконец, предположим, что расположение максимумов результирующей активности вертикальных нейронов (в направлении x на рис. 88) приводит к ощущению субъективной высоты тона. После процесса обучения эта результирующая активность сильно отличается от активности горизонтальных волокон (в направлении y). Например, если достаточное число синапсов активируется верхними гармониками, нейрон K' будет откликаться, даже при отсутствии основной частоты f_1 в исходном тоне. Это представляет механизм отслеживания основной частоты. Чем выше порядок гармоники, тем менее четко определен «горизонтальный» входной сигнал из-за близости соответствующих максимумов возбуждения (рис. 88). Вертикальные нейроны могут при этом откликаться на «неправильный» входной сигнал (не соответствующий основной частоте, на которую первоначально настроено верхнее дендритное дерево). Поэтому возможно восприятие многих тонов, как показывает математическая модель, представленная в первой части этого приложения.

Однако наша модель нуждается в некотором улучшении. Как показано на рис. 88, настроенный нейрон K' должен откликаться также на любые сложные тона, основные частоты которых кратны f_1 . Он может даже возбуждаться, когда присутствует всего одна высшая гармоника. Для предотвращения возникновения этого нежелательного эффекта можно ввести некоторый промежуточный набор вертикальных нейронов, способных обнаруживать совпадения между соседними нейронами (см. сказанное выше о весовых функциях!). Проще всего написать простую программу¹⁰⁶ для компьютера, который моделирует действие такой нервной модели. Некоторые количественные результаты показаны на рис. 89 (при простых, но реалистических допущениях относительно распределения первичного возбуждения вокруг каждой гармоники и об ослаблении отклика при увеличении порядка гармоники). На верхних графиках показан спектр мощности первичного входного сигнала (в линейном масштабе), соответствующий суперпозиции двух сложных тонов, разнесенных, соответственно, на октаву,

¹⁰⁶В этой программе не делается никаких предположений относительно фурье-спектров и автокорреляционных функций. Программа просто задает шаблон из гармонических частот в данной области основных частот и для каждого положения подсчитывает число *одновременных* возбуждений в положениях соседних гармоник. Полное число пар одновременных возбуждений представляет выходной сигнал (интенсивность или вероятность активации соответствующего вертикального нейрона).

квинту и малую терцию. На нижних графиках представлено вычисленное распределение нервной активности в направлении x (сравните с рис. 88). Обратим внимание на пики, соответствующие основным частотам каждого исходного сложного тона. Мы предполагаем, что эти пики распознаются на более высокой стадии нервной обработки и приводят к отчетливому ощущению двух тонов, соответствующих сложному тону. Положение и, в большей степени, форма этих первичных пиков не зависят от реальных спектров мощности составляющих тонов, а зависят только от их основных частот f_a и f_b . Заметим также, что вслед за уменьшением консонанса (разд. 5.2) появляются «паразитные» пики в положениях, соответствующих частоте повторения τ и кратным частотам. Эти паразитные пики (которые должны быть подавлены на некоторой более высокой стадии) отсутствуют в октавном интервале. Кроме того, имеется фоновая активность (или «уровень шума») ниже нижнего тона, которая растет при уменьшении степени консонанса и может определять ощущение диссонанса.

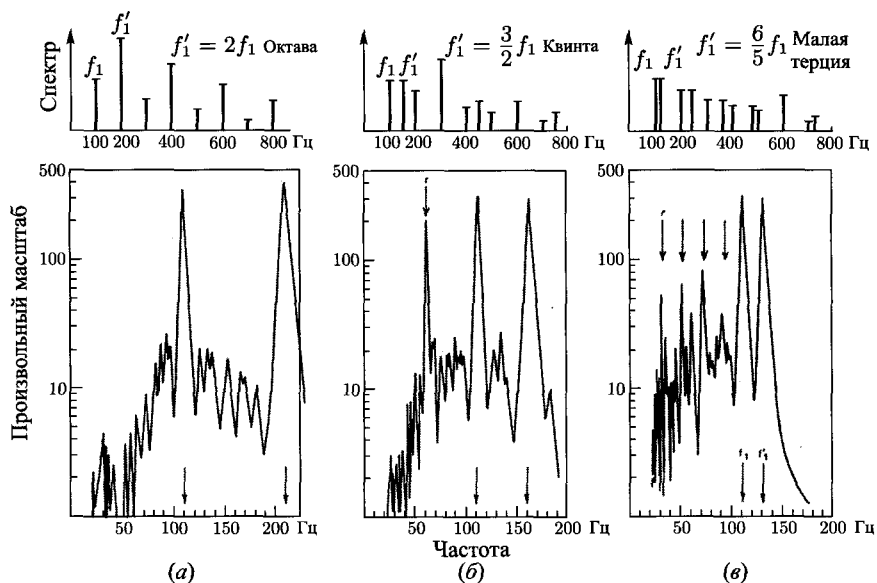


Рис. 89. *Верхние графики:* Гипотетические спектры суперпозиции двух сложных тонов, разнесенных на октаву, квинту и малую терцию. *Нижние графики:* Выходные сигналы, вычисленные с использованием простой модели процессора высоты тона (см. описание в тексте). Обратим внимание на пики на основных частотах, соответствующих каждому составляющему тону

Рассмотренная модель очень примитивна и весьма далека от физиологической реальности за исключением того, что мы называем «сущностью» процесса обучения: установления новых синапсов или изменения эффективности существующих синапсов между нейронами (разд. 2.9). В последние годы был достигнут большой прогресс в разработке более реалистических моделей нервных сетей [64], в том числе с участием специалистов по информатике и робототехнике, занимающихся разработкой нейронных компьютеров. Нейронные компьютеры начинают применяться для изучения восприятия высоты тона (см. обзор [14]) и других задач, связанных музыкой. Однако подробное обсуждение этой темы далеко выходит за рамки данной книги.

С. Некоторые замечания об изучении физики и психофизики музыки

Было бы нереально дать подробные рекомендации о том, как организовать подлинно междисциплинарный курс по этому предмету. Главным препятствием является довольно непредсказуемый состав типичной студенческой аудитории, слушающей этот курс, различная начальная подготовка и широкий спектр интересов студентов. Если такой курс открыт для всех студентов университета (как и должно быть), можно выделить пять основных групп — это студенты, специализирующиеся в области музыки, психологии, биологии, массовых коммуникаций и физико-математических наук. Самая большая трудность состоит в том, чтобы сделать курс одинаково интересным, полезным и легко понимаемым для всех. Это налагает три общих требования:

1. Свести к минимуму использование математики, не сделав его при этом посмешищем в глазах будущих физиков, математиков и инженеров. (*Подсказка:* Воспользуйтесь данным курсом, чтобы наглядно показать этим людям, как можно изучать науку, не прибегая к математике!)
2. Все объяснять «с самого начала», независимо от того, относится тема к физике, психофизике или музыке, но так, чтобы не вызвать снисходительного отношения со стороны соответствующих «специалистов». (*Подсказка:* Используйте этот курс, чтобы наглядно показать специалистам, как можно представить сжатые и исчерпывающие обзоры в их собственных областях!)
3. Проводить лекционные демонстрации и предлагать лабораторные эксперименты, задачи и экзаменационные вопросы так, чтобы студент (независимо от его начальной подготовки) мог без колебаний ответить

на вопрос: что нового я узнал, наблюдая эту демонстрацию, делая этот эксперимент или решая эту задачу? (*Подсказки:* При экспериментах не позволяйте студентам проводить измерения ради измерений — показывайте им, как величины в природе связаны между собой, как они изменяются относительно одна другой и как они образуют физические причинно-следственные связи. Предлагая задачи, не сводите их к «решению уравнений» — опять-таки покажите, как данное соотношение «динамически» связывает две или более величины в широкой области изменения; подводите студентов к интуитивному чувству связей между величинами; покажите им, как можно использовать математические соотношения для предсказания поведения системы. Задавая вопросы на экзамене, приучайте их думать, используя интуицию, но давать научно-точные ответы.)

Серьезная трудность состоит в том, что многие студенты, специализирующиеся в музыке (и других изящных искусствах), испытывают изначальный «страх» перед научной строгостью, считая априори, что им «этого не понять». Это исключительно психологический тормоз, который можно устранить при должном терпении и настойчивости со стороны преподавателя. (*Подсказка:* Убедите таких людей, что, если они способны проверять каждый месяц свой банковский счет, они смогут понять тот минимум математики, который необходим для этого курса!)

Включение психоакустики в вводный курс музыкальной акустики (что я считаю абсолютно необходимым!) создает дополнительные проблемы для преподавателя. Первая и наиболее очевидная: как уложить все в отведенное время. Независимо от того, насколько велико или мало это время, всегда приходится принимать трудное решение, какие темы включить в курс, а какие опустить. Далее, психоакустика и связанные с ней вопросы нейрологии студентам, изучающим музыкальную акустику, знакомы, пожалуй, еще меньше, чем физика. Поэтому здесь необходимо ограничиться лишь несколькими наиболее необходимыми и интересными темами. Полезно в самом начале курса указать на важную роль психоакустики. Например, объявить студентам, что последние изыскания в области восприятия музыки позволяют расширить границы приемлемого в музыкальной композиции. Указать, что многие заблуждения относительно исполнения музыки имеют своей основой особенности обработки акустической информации в ушах и мозге. Отметить, что многие технические требования к высококачественному электроакустическому оборудованию непосредственно связаны с некоторыми аспектами обработки сигналов нервной системой. Объяснить, что в понимании природы восприятия музыки должны быть заинтересованы не только музыканты, — это может помочь также биологам при изучении определенных функций мозга, а психологи смогут извлечь

из этого количественную информацию, имеющую отношение к музыкальной терапии.

Трудность общего характера состоит в том, что для проведения тонких экспериментов в этой области требуется очень дорогое оборудование. Тем не менее, можно обойтись минимумом оборудования, заимствуя его у других кафедр и факультетов. Ниже приводится перечень оборудования, достаточного для демонстрации большинства экспериментов, кратко описанных в этой книге.

1. Психоакустические эксперименты

1) Два генератора синусоидальных волн, высококачественный усилитель, хорошие наушники для каждого студента, два качественных громкоговорителя. 2) По одному осциллографу на каждую группу из 4–6 студентов, по возможности с двухлучевым дисплеем и памятью. 3) Электронный синтезатор (достаточен портативный вариант). Этого оборудования достаточно для демонстрации почти всего описанного на стр. 166, 168, 174, 181, 185, 187, 190, 191, 255, 317, 335–338 и 349. Отличное описание некоторых экспериментов и лекционных демонстраций можно найти в статье Хартмана [58]. Если имеется доступ к органу с большими трубами в помещении с хорошей акустикой, можно провести дополнительные полезные демонстрации (см. стр. 195, 255, 258, 312, 316 и 333). При проведении всех этих экспериментов и демонстраций следует руководствоваться правилом: *все, что слышится, должно одновременно отображаться на экране осциллографа.*

2. Акустические эксперименты

1) По одному «сонометру» (см. разд. 4.1) на группу из 4–6 студентов со стробоскопом и соответствующей схемой для проведения экспериментов, описанных на стр. 269–271. Такая установка позволяет экспериментально проверить соотношения (28), (29), а также наблюдать в действии механизмы возбуждения струны смычком и щипком. 2) Фортепиано пригодится для проведения простых демонстраций, описанных на стр. 273–274. 3) Одна органная труба (она обычно имеется на физических факультетах) для изучения резонансных кривых, показанных на рис. 71, и проверки соотношений (31), (32) с помощью небольшого хорошего громкоговорителя, «внедренного» в трубу. 4) Для демонстрации бегущих и стоячих волн, а также акустооптических эффектов весьма полезны видеопетли и лабораторные настольные бассейны. 5) Акустические эксперименты должны подкрепляться решением задач, предлагаемых в качестве домашних заданий. Отличный подбор задач содержится в книге [146].

В дополнение ко всему этому целесообразно поручать отдельным студентам проводить специальные исследования и описывать результаты, ис-

пользуя музыкальный инструмент по их выбору; это, конечно, потребует доступа к соответствующей литературе. В общем, это курс, который должен преподаваться интересно и весело, — он, вероятно, наиболее междисциплинарный, из всего что может предложить университет студенту-новичку. Как преподавателю, так и студенту этот курс предоставляет широкие возможности для полета воображения, но в рамках строгой науки!

Литература

- [1] Allen J. B., Neely S. T. Micromechanical models of the cochlea. *Phys. Today* **45**, no. 7, 40 (1992).
- [2] Ando Y. *Concert Hall Acoustics*. Springer-Verlag, Berlin, 1985.
- [3] Arbib M. A. *Brains, Machines and Mathematics*, 2nd ed. Springer-Verlag, New York, 1987. Имеется перевод предыдущего издания: Арбиб М. *Мозг, машина и математика*. М.: Наука, 1968.
- [4] Ashmore J. Cochlear outer hair cell motility. *Physiol. Rev.* **1**, 173 (2008).
- [5] Askenfelt A., Jansson E. In *The Acoustics of the Piano*, Publ. of the Royal Swedish Academy of Music **64**, 36 (1990).
- [6] Backus J. Input impedance for the reed woodwind instruments. *J. Acoust. Soc. Am.* **56**, 1266 (1974).
- [7] Backus J., Hundley T. C. Harmonic generation in the trumpet. *J. Acoust. Soc. Am.* **49**, 509 (1971).
- [8] Benade A. H. Physics of wind instrument tone and response. In *Symposium on Sound and Music, December 1971*. American Association for the Advancement of Science, Washington D. C.
- [9] Benade A. H. The physics of brasses. *Sci. Am.* **229**, 24 (1973).
- [10] Benade A. H. *Fundamentals of Musical Acoustics*, 2nd revised ed. Dover Publications, New York, 1990.
- [11] Benzon W. *Beethoven's Anvil*. Basic Books, New York, 2001.
- [12] Bharucha J. J. Tonality and expectation. In *Musical Perceptions*, p. 213. R. Aiello, ed. Oxford University Press, Oxford, 1994.

- [13] Bickerton D. *Language and Human Behavior*. University of Washington Press, Seattle, WA, 1995.
- [14] Bigand E., Tillmann B. Effect on context on the perception of pitch structures. In *Pitch*. C.J. Plack O. J. Oxenham R. R. Fay and A.N. Popper, eds. Springer-Verlag, New York, 2005.
- [15] Bilsen F. A., Goldstein J.L. Pitch of dichotically delayed noise and its possible spectral basis. *J. Acoust. Soc. Am.* **55**, 292 (1974).
- [16] Binder J.R. In *Functional MRI*, p. 393. C.T.W. Moonen and P.A. Bandettieri, eds. Springer, Berlin, 1999.
- [17] Blood A.J., Zatorre R.J. Intensely pleasurable responses to music correlate with activity in brain regions implicated in reward and emotion. *Proc. Nat. Acad. Sci. USA* **98**, 11818 (2001).
- [18] Borchgrevink H.M. Prosody and musical rhythm are controlled by the speech hemisphere. In *Music, Mind, and Brain*, p. 151. M. Clynes, ed. Plenum Press, New York, 1982.
- [19] Bradshaw J.L., Nettleton N.C. The nature of hemispheric specialization in man. *Behavioral and Brain Sci.* **4**, 51 (1981).
- [20] Bredberg G., Lindemann H. H., Ades H. W., West R., Engstrom. Scanning electron microscopy of the organ of Corti. *Science* **170**, 861 (1970).
- [21] Bregman A. S. *Auditory Scene Analysis: The Perceptual Organization of Sound*. The MIT Press, Cambridge, Massachusetts (with CD with auditory demonstrations).
- [22] Bregman A.S., Campbell J. Primary auditory stream segregation and perception of order in rapid sequences of tones. *J. Experim. Psychol.* **89**, 244 (1971).
- [23] Brodal A. *Neurological Anatomy*. Oxford University Press, London, 1969.
- [24] Camalet S., Duke, Th., Jülicher F., Prost J. Auditory sensitivity provided by self-tuned critical oscillations of hair cells. *Proc. Nat. Acad. Sci. USA* **97**, 3183 (2000).
- [25] Cohen M. R., Drabkin I. E. *A Source Book in Greek Science*. McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1948.

- [26] Corso J.F. Absolute judgments of musical tonality. *J. Acoust. Soc. Am.* **29**, 138 (1957).
- [27] Cremer L. *Physics of the Violin*. MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 1984.
- [28] Dallos P. The active cochlea. *J. Neurosci.* **12**, 4575 (1992).
- [29] Damasio A. *The Feeling of What Happens: Body and Emotion in the Making of Consciousness*. Hartcourt, Inc., New York, 1999.
- [30] Damaske P. Heat-related two-channel stereophony with loud-speaker reproduction. *J. Acoust. Soc. Am.* **50**, 1109 (1971).
- [31] Davis A. Advances in the neurophysiology and neuroanatomy of the cochlea. *J. Acoust. Soc. Am.* **34**, 1377 (1962).
- [32] de Boer E. No sharpening? A challenge to cochlear mechanics. *J. Acoust. Soc. Am.* **73**, 567 (1983).
- [33] de Cheveigné A. Pitch perception models. In *Pitch*. C.J. Plack, O.J. Oxenham R. R. Fay, and A.N. Popper, eds. Springer-Verlag, New York, 2005.
- [34] Denenberg V.H. Hemispheric laterality in animals and the effects of early experience. *Brain and Behavioral Sci.* **4**, 1 (1981).
- [35] d'Errico F., Henshilwood C., Lawson G., Vanhaeren M., Tillier A.-M., Soressi, M., Bresson F., Maureille B., Nowell A., Lakarra I.A., Backwell L., Julien M. The emergence of language, symbolism and music — an alternative multidisciplinary perspective. *J. World Prehistory* **17**, 2 (2003).
- [36] Deutsch D., ed. *The Psychology of Music*. Academic Press, New York, 1982.
- [37] Deutsch D. Organizational processes in music. In *Music, Mind, and Brain*, p. 119. M. Clynes, ed. Plenum Press, New York, 1982.
- [38] Deutsch D. *Musical Illusions and Paradoxes*. CD, Philomel Records, Inc., La Jolla, 1996.
- [39] Deutsch D. Guest editorial. *Music Percept.* **21**, 285 (2004).

- [40] Dolan R. J. Emotion, cognition and behavior. *Science* **298**, 1191 (2002).
- [41] Egan J. P., Hake H. W. On the masking pattern of a simple auditory stimulus. *J. Acoust. Soc. Am.* **22**, 622 (1950).
- [42] Feeney M. F. Dichotic beats of mistuned consonances. *J. Acoust. Soc. Am.* **102**, 2333 (1997).
- [43] Flanagan J. L. *Speech Analysis, Synthesis and Perception*, 2nd ed., Springer-Verlag, New York, 1972. Имеется перевод предыдущего издания: Фланаган Дж. Л. *Анализ, синтез и восприятие речи*. Связь, М., 1968.
- [44] Fletcher H., Munson W. A. Loudness, its definition, measurement and calculation. *J. Acoust. Soc. Am.* **5**, 82 (1933).
- [45] Fletcher N. H., Rossing T. D. *The Physics of Musical Instruments*. Springer-Verlag, New York, 1998.
- [46] Friedlander F. G. On the oscillations of a bowed string. *Cambridge Philos. Soc. Proc.* **49**, 516 (1953).
- [47] Gazzaniga M. S. *The Bisected Brain*. Meredith, Des Moines, 1970.
- [48] Gelfand S. A. *Hearing*. Marcel Dekker, New York, 1990.
- [49] Geschwind N. Language and the brain. *Sci. Am.* **226**, no. 4, 76.
- [50] Globus A., Rosenzweig M. R., Bennett E. L., Diamond M. C. *J. Comp. Physiol. Psych.* **82**, 175 (1973).
- [51] Goldberg J. M., Brown P. B. Response of binaural neurons of dog superior olivary complex to dichotic tonal stimuli: Some physiological mechanics of sound localization. *J. Neurophysiol.* **32**, 613 (1969).
- [52] Goldstein J. L. Aural combination tones. In *Frequency Analysis and Periodicity Detection in Hearing*, p. 230. R. Plomp and G. F. Smoorenburg, eds. A. W. Suithoff, Leiden, 1970.
- [53] Goldstein J. L. An optimum processor theory for the central formation of the pitch of complex tones. *J. Acoust. Soc. Am.* **54**, 1496 (1973).
- [54] Gray P. M., Krause B., Atema J., Payne R., Krumhansl C., Baptista L. The music of nature and the nature of music. *Science* **291**, 52 (2001).

- [55] Hall D., Askenfelt A. Piano string excitation V: Spectra for real hammers and strings. *J. Acoust. Soc. Am.* **83**, 1627 (1988).
- [56] Halpern A. R. Cerebral substrates of musical imagery. In *The Biological Foundations of Music*, p. 179. R.J. Zatorre and I. Peretz, eds. Annals of the New York Academy of sciences, New York, 2001.
- [57] Han C.J., O'Tuathaigh C.M., van Trigt L., Quinn J.J., Fanselau M.S., Mongeau R., Koch C., Anderson D.J. Trace but not delay fear conditioning requires attention and the anterior cingulate cortex. *Proc. Nat. Acad. Sci. USA* **100**, 13087 (2003).
- [58] Hartmann W.M. The electronic music synthesizer and the physics of music. *Am. J. Phys.* **43**, 755 (1975).
- [59] Hartmann W.M. On the origin of the enlarged melodic octave. *J. Acoust. Soc. Am.* **93**, 3400 (1993).
- [60] Hartmann W.M. Pitch, periodicity, and auditory organization. *J. Acoust. Soc. Am.* **100**, 3491 (1996).
- [61] Hartmann W.M. *Signal, Sound and Sensation*. Springer-Verlag, New York, 2005.
- [62] Hebb D. *Organization and Behaviour*. Wiley and Sons, New York, 1949.
- [63] Herholz K. *NeuroPET: Positron Emission Tomography in Neuroscience and Clinical Neurology*. Springer-Verlag, Berlin, 2004.
- [64] Hinton G.E. How neural networks learn from experience. *Sci. Am.* **267**, no. 3, 145.
- [65] Hohne K.-H. *VOVEL-MAN 3D Navigator: Brain and Skull*. Springer-Verlag, Berlin, 2001.
- [66] Hosokawa T., Rusakov D.A., Bliss T.V.P., Fine A. Repeated confocal imaging of individual dendritic spines in the living hippocampal slice: evidence for changes in length and orientation associated with chemically induced LTP. *J. Neurosci.* **15**, 5560 (1995).
- [67] Houtsma A.J.M. Perception of musical pitch. *J. Acoust. Soc. Am.* **48**, 88 (1970).

- [68] Houtsma A. J. M., Goldstein J. L. Perception of musical intervals: Evidence for the central origin of the pitch of complex tones. *J. Acoust. Soc. Am.* **51**, 520 (1972).
- [69] Hudspeth A. J. The cellular basis of hearing: The biophysics of hair cells. *Science* **230**, 745 (1985).
- [70] Hudspeth A. J. How the ear's works work. *Nature* **341**, 397 (1989).
- [71] Huron D. Is music an evolutionary adaptation? In *The Biological Foundations of Music*, p. 43. R.J. Zatorre and I. Peretz, eds. Annals of the New York Academy of Sciences, New York, 2001.
- [72] Hutchins C. M., Fielding F. L. Acoustical measurements of violins. *Phys. Today* **21**, no. 7, 34 (1968).
- [73] Iverson P., Krumhansl C. L. Isolating the dynamic attributes of musical timbre. *J. Acoust. Soc. Am.* **94**, 2595.
- [74] Jansson E., Molin N.-E., Sundin H. Resonances of a violin body studied by hologram interferometry and acoustical methods. *Physica Scripta* **2**, 243 (1970).
- [75] Johnston I. *Measured Tones: The Interplay of Physics and Music*. Institute of Physics Publishing, Bristol, 2003.
- [76] Johnstone B. M., Patuzzi R., Sellick P. Comparison of basilar membrane, hair cell and neural responses. In *Hearing — Physiological Bases and Psychophysics*, p. 46. R. Klinke and R. Hartmann, eds. Springer-Verlag, Berlin, 1983.
- [77] Johnstone B. M., Patuzzi R., Yates G. K. Basilar membrane measurements and the traveling wave. *Hearing Res.* **22**, 147 (1986).
- [78] Kachar B., Brownell W. E., Altschuler W. E., Fex J. Electrokinetic shape changes of cochlear outer hair cells. *Nature* **322**, 365 (1986).
- [79] Kameoka A., Kuriyagawa M. Consonance theory. Part II: Consonance of complex tones and its calculation method. *J. Acoust. Soc. Am.* **45**, 1460 (1969).
- [80] Keller J. B. Bowing of violin strings. *Comm. Pure Appl. Math.* **6**, 483 (1953).

- [81] Kemp D. T. Stimulated acoustic emissions from within the human auditory system. *J. Acoust. Soc. Am.* **64**, 1386 (1978).
- [82] Kennedy H. J., Crawford A. C., Fettiplace R. Force generation by mammalian hair bundles supports a role in cochlear amplification. *Nature* **433**, 880 (2005).
- [83] Kiang N. Y.-S., Watanabe T., Thomas E. C., Clark L. F. *Discharge Patterns of Single Fibers in the Cat's Auditory Nerve*. MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 1965.
- [84] Kimura D. Right temporal lobe damage. *Arch. Neurol.* **8**, 264 (1963).
- [85] Klein W., Plomp R., Pols L. C. W. Vowel spectra, vowel spaces, and vowel identification. *J. Acoust. Soc. Am.* **48**, 999 (1970).
- [86] Koch C. *The Quest for Consciousness: A Neurobiological Approach*. Roberts and Co., Englewood, Colorado, 2004.
- [87] Koelsch S. Ein neurokognitives Modell der Musikperzeption. *Musiktherapeutische Umschau* **26**, 365 (2005).
- [88] Kohonen T. *Self-Organization and Associative Memory*, 2nd ed. Springer-Verlag, Berlin, 1988. Имеется перевод предыдущего издания: Кохонен Т. *Ассоциативная память*. М.: Мир, 1980.
- [89] Küppers B. O. *Information and the Origin of Life*. MIT Press, Cambridge, 1990.
- [90] Lerdahl F., Jackendorff R. *A Generative Theory of Tonal Music*. MIT Press, Cambridge, 1983.
- [91] Liberman M. C. Auditory-nerve response from cats raised in a low noise chamber. *J. Acoust. Soc. Am.* **63**, 442 (1978).
- [92] Licklider J. C. R. Three auditory theories. In *Psychology: A Study of a Science*, Vol. 1. S. Koch, ed. McGraw-Hill, New York, 1959.
- [93] Lin J. Y., Hartmann W. M. The pitch of a mistuned harmonic: Evidence for a template model. *J. Acoust. Soc. Am.* **103**, 2606 (1998).
- [94] Lipps T. *Psychologische Studien*. Durrsche Buchhandlung, Leipzig, 1905. Имеется перевод: Липпс Т. *Руководство к психологии*. СПб, 1907.

- [95] Marr D. *Vision*. W.H. Freeman and Co., San Francisco, 1982.
- [96] Matthews M.V., Kohut J. Electronic stimulation of violin resonances. *J. Acoust. Soc. Am.* **53**, 1620 (1973).
- [97] Melcher J.R., Talavage T.M., Harms M.P. In *Functional MRI*, p. 393. C.T.W. Moonen and P.A. Bandettieri, eds. Springer-Verlag, Berlin, 1999.
- [98] Mersenne M. *Harmonie Universelle*. Cramoisy, Paris, 1636 (reprinted 1975, Editions du CNRS, Paris).
- [99] Meyer M. Elements of a psychological theory of melody. *Psych. Rev.* **7**, 241 (1900).
- [100] Milner B. Brain mechanisms suggested by studies of temporal lobes. In *Brain Mechanisms Underlying Speech and Language*. C.H. Millikan and F.L. Darley, eds. Grune and Stratton, New York, 1967.
- [101] Milner B., Taylor L., Sperry R. W. Lateralized suppression of dichotically presented digits after commissural section in man. *Science* **161**, 184 (1968).
- [102] Minsky M. In *Music, Mind and Brain*. M. Clynes, ed., Plenum Press, 1982.
- [103] Miyashita Y. Cognitive memory: Cellular and network machineries and their top-down control. *Science* **306**, 435 (2004).
- [104] Molino J.A. Pure-tone equal-loudness contours for standard tones of different frequencies. *Percept. Psychophys.* **14**, 1 (1973).
- [105] Molino J.A. Psychophysical verification of predicted interaural differences in localizing distant sound sources. *J. Acoust. Soc. Am.* **55**, 139 (1974).
- [106] Moonen C. T. W. and Bandettieri P.A., eds. *Functional MRI*. Springer-Verlag, Berlin, 1999.
- [107] Moore B.C.J. Frequency difference limens for short-duration tones. *J. Acoust. Soc. Am.* **54**, 610 (1973).
- [108] Morell V. Setting a biological stopwatch. *Science* **271**, 905 (1996).

- [109] Papçun G., Krashen S., Terbeek D., Remington R., Harshman R. Is the left hemisphere specialized for speech, language and/or something else? *J. Acoust. Soc. Am.* **55**, 319 (1974).
- [110] Patterson B. Musical dynamics. *Sci. Am.* **231**, no. 5, 78 (1974).
- [111] Penfield W., Roberts L. *Speech and Brain Mechanisms*. Princeton University Press, Princeton, NJ, 1959. Имеется перевод: Пенфилд У., Робертс Л. *Речь и мозговые механизмы*. Л.: Медицина, 1964.
- [112] Peretz I. Brain specialization for music. In *The Biological Foundations of Music*, p. 153. R.J. Zatorre and I. Peretz, eds. Annals of the New York Academy of Sciences, New York, 2001.
- [113] Peretz I. Music perception and recognition. In *The Handbook of Cognitive Neuropsychology*, p. 521. B. Rapp, ed. Psychology Press, Hove, UK, 2001.
- [114] Peretz I., Zatorre R. J. Brain organization for music processing. *Annu. Rev. Psychol.* **56**, 89 (2005).
- [115] Pierce J.R. *The Science of Musical Sound*. Scientific American Books W.H. Freeman, San Francisco, 1983.
- [116] Pinker S. *The Language Instinct: How the Mind Creates Language*. William Morrow, New York, 1994. Имеется перевод: Пинкер С. *Язык как инстинкт*. М.: Едиториал УРСС, 2004.
- [117] Plack C.J., Oxenham O.J. The psychophysics of pitch. In *Pitch*, p. 7. C.J. Plack, O.J. Oxenham, R.R. Fay, and A.N. Popper, eds. Springer-Verlag, New York, 2005.
- [118] Plack C.J., Oxenham O. J., Fay R. R., Popper A. N., eds. *Pitch*, Springer-Verlag, New York, 2005.
- [119] Plomp R. The ear as a frequency analyzer. *J. Acoust. Soc. Am.* **36**, 1628 (1964).
- [120] Plomp R. Detectability threshold for combination tones. *J. Acoust. Soc. Am.* **37**, 1110 (1965).
- [121] Plomp R. Beats of mistuned consonances. *J. Acoust. Soc. Am.* **42**, 462 (1967).

- [122] Plomp R. Pitch of complex tones. *J. Acoust. Soc. Am.* **41**, 1526 (1967).
- [123] Plomp R. Timbre as a multidimensional attribute of complex tones. In *Frequency Analysis and Periodicity Detection in Hearing*, p. 397. R. Plomp and F. G. Smoorenburg, eds. A. W. Suithoff, Leiden, 1970.
- [124] Plomp R. *Aspects of Tone Sensations*. Academic Press, New York, 1976.
- [125] Plomp R., Bouman M. A. Relation between hearing threshold and duration for tone pulses. *J. Acoust. Soc. Am.* **31**, 749 (1959).
- [126] Plomp R., Levett W. J. M. Tonal consonance and critical bandwidth. *J. Acoust. Soc. Am.* **38**, 548 (1965).
- [127] Plomp R., Steeneken H. J. M. Place dependence of timbre in reverberant sound fields. *Acustica* **28**, 50 (1973).
- [128] Premack D. Is language key to human intelligence? *Science* **303**, 318 (2004).
- [129] Rabinovich M., Huerta R., Laurent G. Transient dynamics for neural processing. *Science* **321**, 48 (2008).
- [130] Raiford C. A., Schubert E. D. Recognition of phase changes in octave complexes. *J. Acoust. Soc. Am.* **50**, 559 (1971).
- [131] Rakowski A. Pitch discrimination at the threshold of hearing. *Proc. 7th Int. Congr. Acoust. Budapest* **3**, 373 (1971).
- [132] Rakowski A. Direct comparison of absolute and relative pitch. *Proc. Symp. Hearing Theory*. IPO, Eindhoven, 1972.
- [133] Ratliff F. Contour and contrast. *Sci. Am.* **226**, no. 6, 91 (1972).
- [134] Reinicke W., Cremer L. Application of holographic interferometry to vibrations of the bodies of string instruments. *J. Acoust. Soc. Am.* **48**, 988 (1970).
- [135] Richards A. M. Loudness perception for short-duration tones in masking noise. *J. Speech Hearing Res.* **20**, 684 (1977).
- [136] Ritsma R. J. Frequencies dominant in the perception of the pitch of complex sounds. *J. Acoust. Soc. Am.* **42**, 191 (1967).

- [137] Roederer J.G. On the relationship between human brain functions and the foundations of physics, science, and technology. *Found. Phys.* **8**, 423 (1978).
- [138] Roederer J.G. The search for a survival value of music. *Music Percept.* **1**, 350 (1984).
- [139] Roederer J.G. *Information and its Role in Nature*. Springer-Verlag, Heidelberg, 2005.
- [140] Roederer J.G. Biological conditions for the emergence of musical arts in a civilization of intelligent beings. In *Between Worlds: The Art and Science of Interstellar Message Composition*. D. Vacoeh, ed. The MIT Press, Boston (in press).
- [141] Rose J.E., Brugge J.F., Anderson D.J., Hind J.E. Some possible neural correlates of combination tones. *J. Neurophys.* **32**, 402 (1969).
- [142] Ruggero M.A., Rich N. Application of a commercially manufactured Doppler shift velocimeter to the measurement of basilar membrane motion. *Hearing Res.* **51**, 215 (1991).
- [143] Ruggero M.A., Rich N.C., Narayan S.S., Robles L. Basilar-membrane responses to tones at the base of chinchilla cochlea. *J. Acoust. Soc. Am.* **101**, 2151 (1997).
- [144] Sachs M.B., Abbas P.J. Rate versus level functions for auditory-nerve fibers in cats: Tone-burst stimuli. *J. Acoust. Soc. Am.* **56**, 1835 (1974).
- [145] Saunders F.A. The mechanical action of instruments of the violin family. *J. Acoust. Soc. Am.* **17**, 169 (1946).
- [146] Savage W.R. *Problems for Musical Acoustics*. Oxford University Press, New York, 1977.
- [147] Scharf B. Loudness adaptation. In *Hearing Research and Theory*, Vol. 2. J. V. Tobias and E. D. Schubert, eds. Academic Press, New York, 1983.
- [148] Schellenberg E.G., Trehub S.E. Is there an Asian advantage for pitch memory? *Music Percept.* **25**, 241 (2008).
- [149] Schelleng J.C. The bowed string and the player. *J. Acoust. Soc. Am.* **53**, 26 (1973).

- [150] Shannon C. E., Weaver W. W. *The Mathematical Theory of Communication*. Univ. Illinois Press, Urbana, 1949. Имеется перевод в кн.: Шеннон К. *Работы по теории информации и кибернетике*. М.: ИЛ, 1963.
- [151] Siebert W. M. Frequency discrimination in the auditory system: Place or periodicity mechanisms? *Proc. IEEE* **58**, 723 (1970).
- [152] Small A. M. Periodicity pitch. In *Foundations of Modern Auditory Theory*, I. J. V. Tobias, ed. Academic Press, New York, 1970.
- [153] Smoorenburg G. F. Pitch perception of two-frequency stimuli. *J. Acoust. Soc. Am.* **48**, 924 (1970).
- [154] Smoorenburg G. F. Audibility region of combination tones. *J. Acoust. Soc. Am.* **52**, 603 (1972).
- [155] Sokolich W. G., Zwislocki J. J. Evidence for phase oppositions between inner and outer hair cells. *J. Acoust. Soc. Am.* **55**, 466 (1974).
- [156] Stevens S. S. Measurement of loudness. *J. Acoust. Soc. Am.* **27**, 815 (1955).
- [157] Stevens S. S. Neural events and the psychophysical law. *Science* **170**, 1043 (1970).
- [158] Stevens S. S., Volkman I., Newman E. B. A scale for the measurement of psychological magnitude pitch. *J. Acoust. Soc. Am.* **8**, 185 (1937).
- [159] Sundberg J., ed. *Gluing Tones*. Royal Swedish Academy of Music (with compact disc), Stockholm, 1992.
- [160] Terhardt E. Pitch shifts of harmonics, an explanation of the octave enlargement phenomenon. *Proc. 7th Int. Congr. Acoust. Budapest* **3**, 621 (1971).
- [161] Terhardt E. Zur Tonhöhenwahrnehmung von Klängen, I II. *Acustica* **26**, 173, 187 (1972).
- [162] Terhardt E. Pitch, consonance and harmony. *J. Acoust. Soc. Am.* **55**, 1061 (1974).
- [163] Terhardt E. *Akustische Kommunikation, Grundlagen mit Hörbeispielen*. Springer-Verlag, Berlin, 1998.

- [164] Terhardt E., Fastl H. Zum Einfluss von Störtönen und Stögeräuschen auf die Tonhöhe von Sinustönen. *Acustica* **25**, 53 (1971).
- [165] Terhardt E., Stoll G., Seewann M. Algorithm for extraction of pitch and pitch salience from complex tonal signals. *J. Acoust. Soc. Am.* **71**, 679 (1982).
- [166] Terhardt E., Zick M. Evaluation of the tempered tone scale in normal, stretched and contracted intonation. *Acustica* **32**, 268 (1975).
- [167] Tramo M.J., Cariani P.A., Deglute B., Braidia L.D. Neurobiological foundations for the theory of harmony in Western tonal music. In *The Biological Foundations of Music*, p. 92. R.J. Zatorre and I. Peretz, eds. Annals of the New York Academy of Sciences, New York, 2001.
- [168] Trehub S.E. Musical predispositions in infancy. In *The Biological Foundations of Music*, p. 1. R.J. Zatorre and I. Peretz, eds. Annals of the New York Academy of Sciences, New York, 2001.
- [169] Tsao D. Y., Freiwald W. A., Tootell R. B. H., Livingstone M. S. A cortical region consisting entirely of face-selective cells. *Science* **311**, 670 (2006).
- [170] van Noorden L. A. P. S. *Temporal Coherence in the Perception of Tone Sequences*. Institute for Perception research, Eindhoven, 1975 (with a phonographic demonstration record).
- [171] von Békésy G. *Experiments in Hearing*. McGraw Hill Book Company, New York, 1960.
- [172] von Helmholtz H. *On the Sensations of Tone*. English translation A. J. Ellis. Dover Publications, New York, 1954. Имеется перевод: Гельмгольц Г. *Учение о слуховых ощущениях как физиологическая основа для теории музыки*. СПб., 1875.
- [173] Walliser K. Über die Abhängigkeit der Tonhöhenempfindung von Sinustönen von Schallpegel, von überlagertem drosselndem Störschall und von der Darbietungs dauer. *Acustica* **21**, 211 (1969).
- [174] Ward W.D. Musical perception. In *Foundations of Modern Auditory Theory*, p. 405. J. V. Tobias, ed. Academic Press, New York, 1970.
- [175] Whitlock J.R., Heyden A. J., Shuler M. G., Bear M. F. Learning induces long-term potentiation in the hippocampus. *Science* **313**, 1093 (2006).

- [176] Wightman E. L. The pattern-transformation model of pitch. *J. Acoust. Soc. Am.* **54**, 407 (1973).
- [177] Yost W.A. and Watson C.S., eds. *Auditory Processing of Complex Sounds*. Lawrence Erlbaum Associates, Hillsdale, New Jersey, 1987.
- [178] Zatorre R. J. and Peretz I., eds. *The Biological Foundations of Music*. Annals of the New York Academy of Sciences, New York, 2001.
- [179] Zwicker E., Fastl H. *Psychoacoustics*, 2nd ed. Springer-Verlag, Berlin, 1999.
- [180] Zwicker E., Flottorp G., Stevens S. S. Critical bandwidth in loudness summation. *J. Acoust. Soc. Am.* **29**, 548 (1957).
- [181] Zwicker E., Scharf B. A model of loudness summation. *Psych. Rev.* **72**, 3 (1965).
- [182] Zwislocki J. J. Analysis of some auditory characteristics. In *Handbook of Mathematical Psychology*. R. D. Luce, R. R. Bush, and E. Galanter, eds. Wiley, New York, 1965.
- [183] Zwislocki J. J. Temporal summation of loudness: An analysis. *J. Acoust. Soc. Am.* **46**, 431 (1969).
- [184] Zwislocki J. J., Sokolich W. G. Velocity and displacement responses in auditory-nerve fibers. *Science* **182**, 64 (1973).

Хаос и самоподобие¹

Г. Нирхаус

Теория хаоса стала чрезвычайно популярной в 1980-х годах благодаря широкому использованию некоторых явлений, описанных в трудах Эдварда Н. Лоренца² и Бенуа Мандельброта³, — так называемый «эффект бабочки», самоподобие графически красивых иллюстраций различных фракталов стали предметом широкого обсуждения не только в научной среде.⁴ Независимо от того, идет ли речь об изображении формы береговых линий, ответвлений кровеносных сосудов или о сложном поведении динамических систем, теории хаоса иногда придается значение *deus ex machine* — она служит моделью объяснения сложных «природных» структур и процессов. Эйфорическое отношение к данной дисциплине отражено и в названии книги Джеймса Глейка «Хаос: создание новой науки» [1], где автор предсказал смену парадигм в физике под влиянием теории хаоса. Существенные части теории хаоса включают анализ поведения сложных систем, их аттракторов, а также различных форм самоподобных структур, прежде всего фракталов. Для моделирования самоподобных структур очень хорошо подходят системы Линденмайера (СЛ). Первоначально они были разработаны как формальный язык для описания процесса роста растений и являются эффективным средством создания музыкальной структуры в области алгоритмической композиции.

¹Nierhaus G. *Algorithmic Composition: Paradigms of Automated Music Generation*, Springer, 2009, pp.131–155 (Chapter 6) © Springer, 2009. Перевод с английского под редакцией А. Ю. Лоскутова (Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, физический факультет).

²Американский метеоролог (1917–2008).

³Французский математик польского происхождения, род. в 1924 г.

⁴Вообще говоря, у истоков теории хаоса стояли многие исследователи. См. по этому поводу обзор: А. Ю. Лоскутов. *Успехи физ. наук*, 2010, т. 180, с. 1305–1329. — *Прим. ред.*

1. Теория хаоса

Термин «хаос» греческого происхождения и первоначально означал «пространство» или «бездна»; сегодня это слово в разговорном языке употребляется для обозначения беспорядка, причем такое значение данный термин приобрел в течение XVII века. Применительно к математике и физике «хаотическими» называются определенные состояния системы, трудно поддающиеся прогнозированию. В 1975 г. термин «хаос» был введен в области математики после публикации работы математиков Тьен-Йен Ли и Джеймса Йорка [2].

То, что даже небольшие изменения начальных условий могут вызвать непредвиденное поведение системы, уже показал Жюль Анри Пуанкаре⁵ в своих исследованиях, посвященных небесной механике. В работе «Наука и метод» Пуанкаре пишет: «Очень малозначительная причина, ускользающая от нашего внимания, предопределяет следствие, которое мы не можем не увидеть, и тогда мы говорим, что следствие явилось результатом случайности. Если бы мы точно знали законы природы и состояние вселенной в первоначальный момент, мы могли бы точно предсказать состояние той же самой вселенной в последующий момент. Даже если бы мы раскрыли все секреты природы, мы смогли бы лишь приблизительно узнать, какова была ситуация в начальный момент. Если бы это позволило нам предсказать ситуацию с той же самой степенью приближенности, и это все, что нам нужно, мы бы тогда сказали, что было предсказано явление, подчиняющееся определенным законам. Но это не всегда так; может случиться, что небольшие различия в начальных условиях вызовут очень большие различия в конечных явлениях» [3, с. 67–68].

Другой пример непредсказуемости хаотического поведения системы можно найти и в *логистическом уравнении* Пьера-Франсуа Ферхюльста⁶, выведенном им в 1837 г. Ферхюльст ввел это уравнение как демографическую модель, представляющую динамику численности популяции во времени под влиянием различных определяющих факторов.⁷ Если продуктов питания достаточно, население растет до такой численности, при которой запасы этих продуктов истощаются, а часть населения умирает от голода. Для сократившегося населения продуктов питания снова становится достаточно, и оно снова начинает расти. Ферхюльст обозначает этот периодически повторяющийся цикл в уравнении, представляющем численность

⁵Французский математик, физик и философ (1854–1912).

⁶Бельгийский математик (1804–1849).

⁷П.-Ф. Ферхюльст ввел дифференциальное уравнение $dN/dt = rN(1 - N/K)$. Однако далее речь идет об отображении. — *Прим. ред.*

населения x при времени $t + 1$ в зависимости от численности населения x при времени t . Устанавливаемое пороговое значение для ограничения x запасами продовольствия равно 1, а r является постоянной величиной — произведением темпа роста и значения, представляющего собой степень уменьшения численности населения в результате гибели от голода. Таким образом, можно записать:

$$x_{n+1} = rx_n(1 - x_n).$$

Это уравнение представляет собой простую модель экосистемы, развитие которой определяется повторяющимся процессом. Если численность населения низка, множитель $(1 - x_n)$ примерно равен 1, благодаря чему обеспечивается экспоненциальный рост. Соответственно, при большей численности населения множитель $(1 - x_n)$ будет приближаться к 0, население начнет уменьшаться. Поведение этой системы может быть проиллюстрировано с помощью *диаграммы Фейгенбаума*⁸ (рис. 1), показывающей разные предельные значения численности населения в зависимости от r . Начиная со значения $r > 3$, происходит все большее удвоение точек накопления до тех пор, пока, наконец, не начнется хаотическое поведение со значениями r , находящимися в пределах 3,57 и 4.

Самый известный пример поведения сложной системы восходит к Лоренцу, который в 1963 г. разработал систему трех связанных нелинейных дифференциальных уравнений как упрощенную модель атмосферного потока. Небольшие изменения значений переменных приводят к совершенно разным результатам. Эту высокую чувствительность так называемых *детерминированных хаотических систем* к малейшим изменениям начальных условий Лоренц иллюстрирует на примере⁹ «эффекта бабочки»: один взмах крыльев бабочки вызывает минимальное возмущение, которое, однако, в ходе детерминированного хаотического развития системы, может привести к совершенно непредсказуемым метеорологическим последствиям, даже в очень удаленных местах.

2. Странные аттракторы

При наблюдении долговременных характеристик динамических систем состояния системы приближаются к частным возможным решениям.

⁸ Диаграмма названа так в честь американского физика Митчелла Джея Фейгенбаума (род. в 1948 г.).

⁹ Этот эффект впервые был описан в рассказе Р. Брэдли «И грянул гром» (A Sound of Thunder, 1952 г.). — *Прим. ред.*

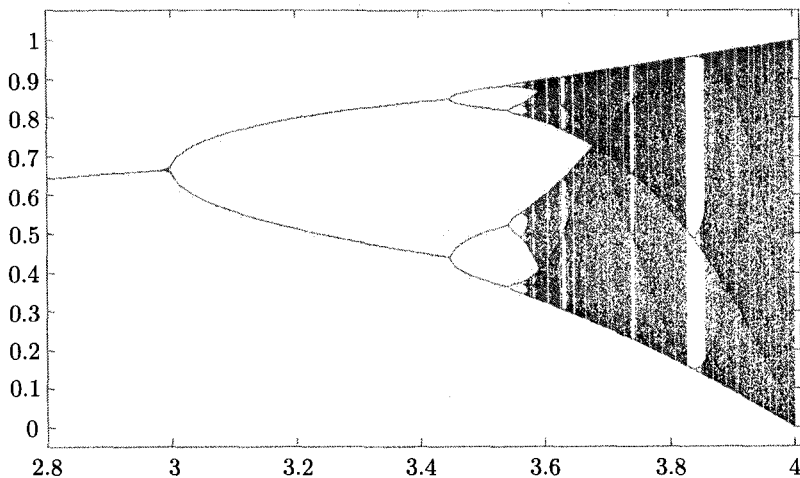


Рис. 1. Диаграмма Фейгенбаума для логистического уравнения

Другими словами, в фазовом пространстве траектории системы стремятся к сравнительно малой области, которое указывается *аттрактором*. С геометрической точки зрения простые аттракторы могут быть *неподвижными точками*, как, например, в маятнике, который стремится к состоянию покоя в самой низкой точке траектории. Другой формой может быть *предельный цикл*, в котором пространство решений является последовательностью периодически меняющихся значений. Общим для этих простых аттракторов является то, что они имеют целочисленную *размерность* (см. ниже) в фазовом пространстве. Структура так называемых *странных аттракторов* отражает поведение хаотических систем — они не могут быть описаны с помощью простых геометрических форм и поэтому, так как они имеют нецелочисленную размерность, являются *фракталами* (см. ниже). Известными примерами странных аттракторов как представления предельных значений систем нелинейных уравнений являются аттрактор Эно, аттрактор Рёсслера и аттрактор Лоренца (рис. 2), форма которого напоминает бабочку.

3. Фракталы

Фракталы — это геометрические формы, показывающие высокую степень самоподобия (также: *масштабной инвариантности*), подразумевающую, что частные графические схемы повторно встречаются в идентичных или очень похожих формах на нескольких различных порядках вели-

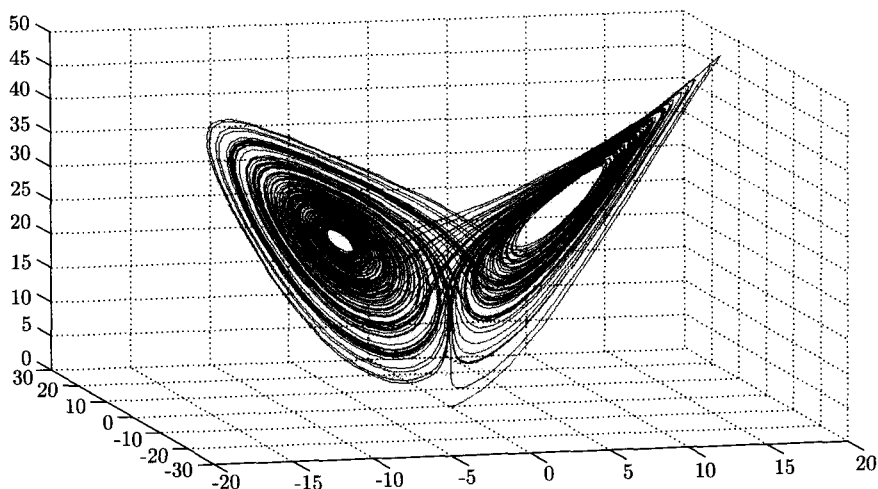


Рис. 2. Аттрактор Лоренца

чины. Фрактальные структуры можно найти в таких процессах, как кристаллизация, форма береговых линий или в многочисленных проявлениях роста растений, например, в форме папоротников или конкретных разновидностей цветной капусты. Интересную трактовку самоподобных структур в области живописи можно найти в творчестве голландского художника Морица Корнелиса Эшера (1889–1972). Термин «фрактал» ввел Бенуа Мандельброт: «Я создал слово *fractal* от латинского прилагательного *fractus*. Соответствующий латинский глагол *frangere* означает «ломать»: создавать обломки неправильной формы. Поэтому вполне логично (и как это хорошо подходит для наших нужд!), что помимо значения «разбитый на куски» (как и в словах *fraction* и *refraction*), слово *fractus* имеет и значение «имеющий неправильную форму», причем и то, и другое значение сохраняется в слове *fragment*» [4, с. 4].

В 1980-х годах большой интерес к этим структурам вызвали прежде всего привлекательные графические изображения фракталов, особенно множества Мандельброта. Однако самоподобные формы в области математики были разработаны еще до Мандельброта. Канторовское множество¹⁰ (рис. 3) является замкнутым подмножеством действительных чисел и по своему графическому представлению представляет собой фрактал с простой командой для его создания: удалить среднюю треть из множества

¹⁰ Данное множество получило свое название в честь немецкого математика Георга Кантора.

отрезков прямой и выполнить этот шаг итерации на каждом вновь возникающем отрезке прямой.



Рис. 3. Шаги итерации канторовского множества

Другим примером фрактала является *контур снежинки*, разработанный шведским математиком Хельге фон Кохом (1870–1924) еще в 1906 году.¹¹

Общим свойством всех фракталов является их нарушенная размерность.¹² В математике термин «размерность» в целом относится к степеням свободы движения в пространстве. Соответственно, линия является одномерной, в то время как участок имеет два измерения. Однако фрактальная конфигурация линий в ходе процесса итерации может становиться все более и более похожей на плоскость; поэтому фрактальная размерность этой формы находится в пределах от 1 до 2.

Независимо от разновидности фрактальных форм именно *множество Мандельброта* проявляет чрезвычайную сложность в своем графическом представлении и, в связи с наличием целого ряда эстетически привлекательных вариантов, считается «прототипом» фрактала. Возможность классифицировать *множества Жюлиа*¹³ как подмножества комплексных чисел, позволило Мандельброту создать множество названное его именем и нередко именуемое как «яблочник». Итеративное правило построения¹⁴ данного множества с начальным условием $z_0 = 0$, представляющее z и c как комплексные числа, имеет следующий вид:

$$z_{n+1} = z_n^2 + c.$$

Множество Мандельброта представляет собой динамический расчет, основанный на итерации комплексных чисел. Для каждой позиции или числа определяется значение для конкретного количества итераций. Все позиции, значение которых остается конечным и после большого числа итера-

¹¹ См. раздел «Системы Линденмайера».

¹² Детальное описание *фрактальной размерности* см. в [4, с. 14 и далее].

¹³ Названо в честь французского математика Гастона Мориса Жюлиа (1893–1978).

¹⁴ Когда система состоит из нескольких итеративных уравнений, она также называется *системой итерированных функций* или *IFS*.

ций, составляют множество Мандельброта и могут быть изображены, например, с помощью черных точек. В зависимости от количества итераций, дающих значение для z_n , которое выше, чем определенное предельное значение, соответствующие позиции могут быть также представлены разными цветами или затенением серым цветом. В соответствии с сегментом уровня числа можно увеличить масштаб сегментов множества Мандельброта, причем это изменение масштаба (рис. 4) постоянно делает видимыми новые самоподобные структуры.¹⁵

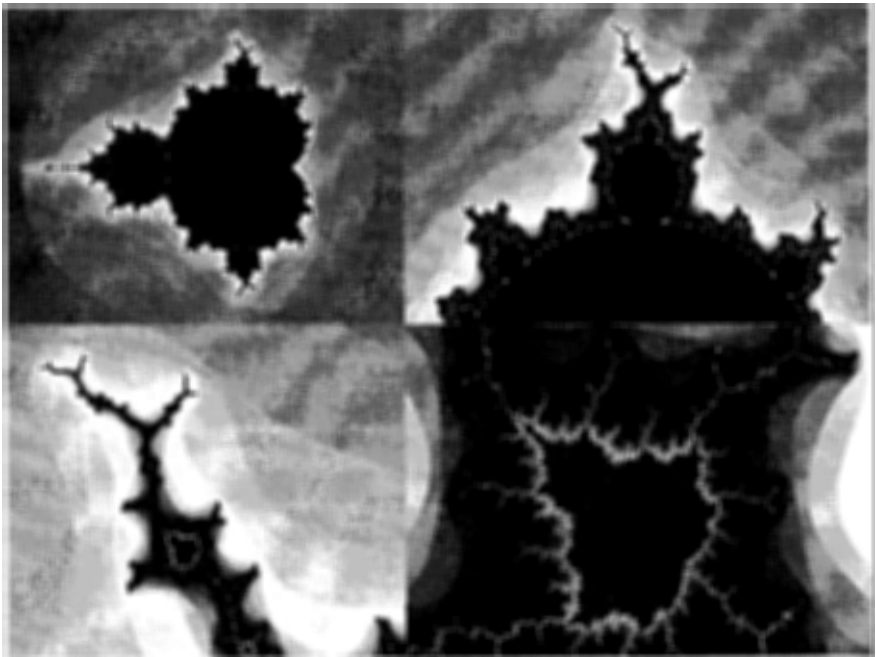


Рис. 4. Детализация изображения множества Мандельброта

4. Системы Линденмайера

Системы Линденмайера (СЛ), или L-системы, названы так в честь ботаника Аристиды Линденмайера (1925–1989), который в 1968 г. [6] разработал формальный язык для отображения роста водорослей. В 1974 г.

¹⁵Очень привлекательные графические изображения множеств Мандельброта и других фракталов можно найти в работе [5].

Паулин Хогевег и Бен Хеспер расширили этот подход, введя систему графического представления [8]. Начиная с 1984 г., L-системы использует Алви Рей Смит для отображения процессов роста структур растений [9]. Другие работы по моделированию роста с помощью L-систем проведены математиком Гжегожем Розенбергом и ученым Пжемыславом Прусинкевичем¹⁶, занимающимся теорией вычислительных машин и систем.

Подобно грамматикам из иерархии Хомского, L-системы (также: *системы параллельной перезаписи*) работают с правилами перезаписи. На основе пускового элемента применяются порождающие правила, выходные данные которых обычно представляются графически. В противоположность реализации грамматик, L-системы не различают терминальные и нетерминальные символы; кроме того, все порождающие правила и правила перезаписи применяются одновременно. В системе Линденмайера символы большей частью заменяются символьными цепочками, которые, в свою очередь, снова содержат эти символы. В результате в сравнении с генеративной грамматикой количество обрабатываемых символов значительно возрастает. Благодаря этим основным характеристикам системы Линденмайера также хорошо подходят для моделирования самоподобных структур и могут быть чрезвычайно просто представлены в виде триплета (ν, ω, P) , см. таблицу 1.

Таблица 1. Определения для системы Линденмайера

- ν алфавит: конечное множество символов, чаще всего обозначаемое строчными буквами: $\nu = \{a, b, c, d\}$
- ν^* множество всех возможных символьных цепочек от V : $abc\ aab\ aba\ accc$ и т. д.
- ν^+ множество всех возможных символьных цепочек без пустого множества $\nu^* \setminus \{\emptyset\}$
- ω аксиома, или *инициатор*; применяется, где $\omega \in \nu^+$
- P конечное множество порождающих правил, или *генераторы*. Порождающие правила большей частью представлены через $\alpha \rightarrow \chi$ с предшественником $\alpha \in \nu$ и последующим элементом $\chi \in \nu^*$

Применение производной основано на аксиоме. Порождающие правила применяются путем замены одиночных предшествующих символов с их предшественниками. Если конкретный предшественник не имеет предшественника, то применяется $\alpha \rightarrow \alpha$, что означает замену предшественника самим собой.

¹⁶Хорошее введение в теорию систем Линденмайера можно найти в работе Прусинкевича и Линденмайера «The Algorithmic Beauty of Plants» [7].

4.1. Формы систем Линденмайера

Можно выделить несколько основных типов L-систем:

- *контекстно-независимые* и *контекстно-зависимые L-системы*,
- *детерминированные* и *стохастические L-системы*,
- *параметрические* и *непараметрические L-системы*.

Чтобы графически представить¹⁷ L-системы, большей частью используются символы, обозначающие движения с помощью графических средств. Этот стиль визуализации называется *графикой с использованием относительных команд*¹⁸, первоначально написанной на языке программирования LOGO. В самой простой форме черепаха имеет следующие команды (таблица 2):

Таблица 2. Команды черепахи

F	переместить на один шаг вперед; прочерчивается линейный сегмент
φ	угол поворота черепахи
$+$	повернуть влево на угол φ
$-$	повернуть вправо на угол φ
[сохранить текущие значения для позиции и угла
]	восстановить сохраненные значения
I	глубина итерации

4.1.1. Контекстно-независимые и контекстно-зависимые L-системы

Система Линденмайера называется контекстно-независимой L-системой (также: *0L-системой*), если подстановка выполняется независимо от ее окружения. Вместе с детерминированной структурой для порождающих правил эти простые L-системы образуют класс детерминированных 0L-систем (*D0L-систем*). В контекстно-зависимой L-системе применение частного χ зависит от окружения α , которое должно быть подставлено. Возможная форма записи контекстно-зависимых порождающих правил могла бы быть следующей:

$$P_1 = a > b \rightarrow aba,$$

¹⁷Все графические средства в следующих примерах разработаны с помощью программы «Виртуальная лаборатория» [10], которая, в противоположность большинству других сред программирования, делает возможным создание также стохастических и параметрических L-систем. Код для различных L-систем берется в модифицированной форме из [11].

¹⁸В оригинале turtle graphics — «черепашня графика», т. е. простые графические средства в виде черепашек, управляемых с помощью команд и оставляющих свой след на экране. — Прим. ред.

$$P_2 = a < b \rightarrow bab,$$

$$P_3 = a < b > a \rightarrow -baa,$$

P_1 : Буква b заменяется на aba , когда она стоит перед a ,

P_2 : Буква b заменяется на bab , когда она стоит после a ,

P_3 : Буква b заменяется на baa , когда она стоит перед и после a .

Часто контекстно-зависимые L-системы также называются Π -системами. В пределах класса Π -систем 1L-системы рассматривают один, а 2L-системы — два соседних символа.¹⁹ (k, l) -системы относятся к порождающим правилам, в которых левый контекст α состоит из k , а правый контекст — из l символов.

Рисунок 5 показывает примеры кривой Коха²⁰, создаваемой D0L-системой, с разной глубиной итерации и следующими правилами:

$$\varphi = 60^\circ$$

$$\text{аксиома} = F$$

$$P: F \rightarrow F + F - -F + F$$

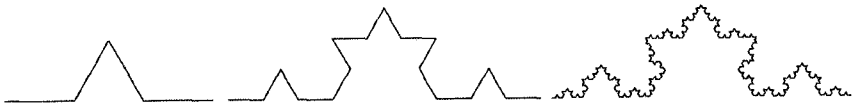


Рис. 5. Кривые Коха. Глубина рекурсии: 1, 2, 10

Если множество правил расширяется символом f , который проходит расстояние, не прочерчивая линию, могут создаваться структуры, разграниченные друг от друга, как показано на рис. 6.

$$\varphi = 90^\circ$$

$$\text{аксиома} = F + F + F + F$$

$$P_1: F \rightarrow F + f - FF + F + FF + Ff + FF - f + FF - F - FF - Ff - FFF$$

$$P_2: f \rightarrow ffffff$$

Пример D0L-системы приводится посредством графического представления кривой дракона²¹, которая в этом случае может быть создана

¹⁹Пример: P_1 и P_2 для 1L, а P_3 — для 2L-систем.

²⁰Разработана шведским математиком Хельге фон Кохом примерно в 1906 г.

²¹Данная кривая называется также «драконом Хартера-Хейтуэя», была создана в 1960-х годах Джоном Хейтуэем, Брюсом Бэнксом и Уильямом Хартером.

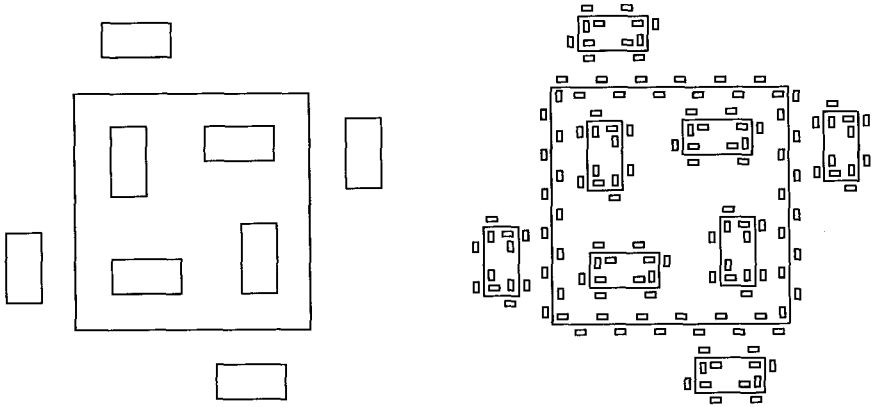


Рис. 6. Структура с глубиной рекурсии 1 и 2

с помощью правил подстановки для двух расстояний « F » и « G » одной и той же длины, а также следующих правил:

$$\varphi = 45^\circ$$

$$0 \text{ аксиома: } F$$

$$P_1: F \rightarrow -F ++G$$

$$P_2: G \rightarrow F --G+$$

Благодаря параллельным подстановкам производные *глубин рекурсии* 1–3 на кривой дракона следующие (скобки указывают замененные выражения):

$$RT_1: -F ++G,$$

$$RT_2: -(-F ++G) ++(F --G+),$$

$$RT_3: -(-(-F ++G) ++(F --G+)) ++((-F ++G) --(F --G+)).$$

На рис. 7 показаны кривые дракона с глубинами рекурсии 1, 2, 3, 5, 13.

4.1.2. Детерминированные и стохастические L-системы

В *детерминированной L-системе* есть только одно $\chi \in V^*$ для каждого $\alpha \in V$. Если χ может быть выбрано с определенной степенью свободы, система называется *стохастической L-системой*, обозначаемой в виде четверки $\{V, \omega, P, \pi\}$. Функция π отображает соответствующего предшественника (α) на вероятностях предшественника (χ). Общая сумма всех вероятностей χ , присваиваемых конкретному α , должна быть равна 1. Правила

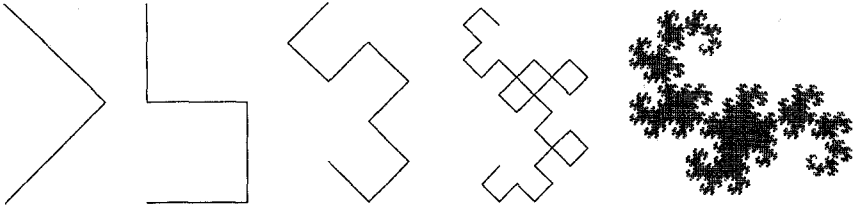


Рис. 7. Кривые дракона с разными глубинами рекурсии

подстановки могут быть обозначены следующим образом:

$$P_1 = a \rightarrow^2 aba,$$

$$P_2 = a \rightarrow^3 bab,$$

$$P_3 = a \rightarrow^5 abb.$$

Соответственно, подмена a выполняется, например, с вероятностью 20% по P_1 , с вероятностью 30% по P_2 и вероятностью 50% по P_3 .

На рис. 8 показан наглядный пример разных структур стохастической L-системы, основанной на следующих правилах²²:

$$\varphi = 45^\circ$$

аксиома: F

$$P_1: F \rightarrow F[+FF]F[-F]F : 1/3$$

$$P_2: F \rightarrow F[+F]F : 1/3$$

$$P_3: F \rightarrow F[-FF]F : 1/3$$

4.1.3. Параметрические и непараметрические L-системы

В параметрической L-системе (также: параметризованной L-системе) применение правил подстановки может осуществляться при выполнении конкретных условий. В этой системе порождающее правило состоит из предшествующего элемента, условия и последующего элемента. Символы могут изменять свои значения в процессе подстановки, заставляя выбирать разные порождающие правила. Значения, которые принимают последующие символы, могут быть сделаны зависимыми друг от друга с помощью параметрической L-системы. В музыкальном контексте эти возможности позволяют сформулировать правила, например, такие: «переместить

²²Дробь после двоеточия указывает вероятности выбора порождающего правила.

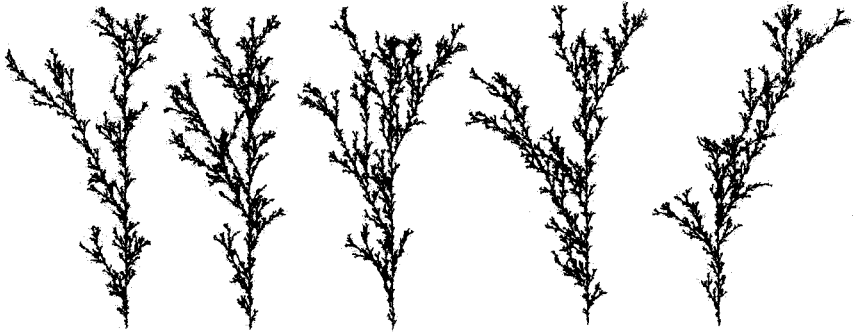


Рис. 8. Разные генерации стохастической L-системы с глубиной рекурсии, равной 7

предшествующий звук на один полутон» или «если звук достигается с помощью большого шага интервала, сделать возможной только вторую прогрессию».

На рис. 9 показан наглядный пример параметрической L-системы. Здесь указаны переменные, приведено начальное значение для F и сформулировано условие преждевременного прекращения выполнения:²³

$$a = 86; \quad p = 0.3; \quad q = (1 - p); \quad h = ((p * q)^{0.5}); \quad \text{Аксиома: } F(0.8)$$

$$F(x): x > 0.03 \rightarrow F(x * p) + (a)F(x * h) - (a + a)F(x * h) + (a)F(x * q).$$

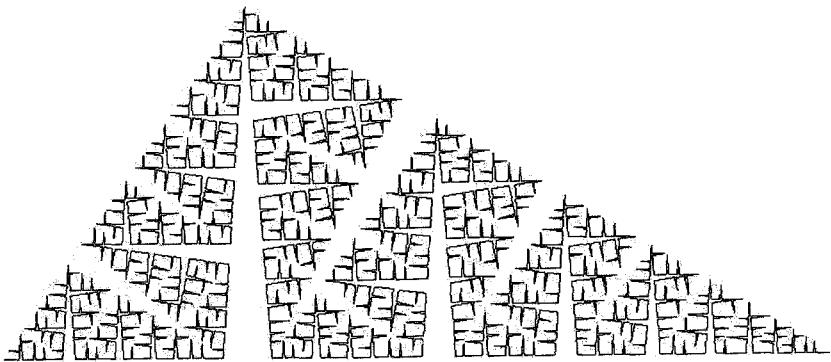


Рис. 9. Пример генерации параметрической L-системы

²³ Синтаксис «виртуальной лаборатории» представлен здесь в упрощенном виде.

L-системы могут также применяться для манипулирования символьными цепочками, так что количество символов не обязательно увеличивается в каждом процессе подстановки.

В этом смысле, например, следующий набор правил заставляет букву a «перемещаться по» символьной цепочке:

Аксиома: $aXXXX$,

$P_1: a < X : X \rightarrow a$,

$P_2: a \rightarrow X$

(если X расположено после a , подставить a вместо X , подставить X вместо a),

Результаты: $aXXXXX$; $XaXXXX$; $XXaXXX$; $XXXaXX$; $XXXXa$; $XXXXXX$.

5. Хаос и самоподобие в алгоритмической композиции

В контексте разнородной области теории хаоса алгоритмической композиции часто присваиваются разные подходы, связанные с музыкальной реализацией *дробного шума*, отображением фракталов и аттракторов, а также с различными аспектами самоподобия. Не рассматривая теорию хаоса в целом, самоподобные структуры в области алгоритмической композиции можно очень хорошо смоделировать с помощью систем Линденмайера, которые, аналогично генеративной грамматике, делают возможной реализацию сложных композиционных решений.

5.1. Дробный шум

Часто применяемая форма генерации музыкальной структуры из области теории хаоса использует различные формы того, что известно как дробный шум.²⁴ Данный термин описывает различные формы шума, различающиеся по своей *спектральной плотности*, выражая распределение мощности шума с частотой. *Белый шум* (рис. 10, сверху) характеризуется здесь отношением $1/f^0$ и описывает стохастический процесс *некоррелированных* случайных значений. Как и в случае с повторно бросаемыми костями, числа на сторонах костей никак не связаны друг с другом. Высоко *коррелированным* вариантом, означающим, что значения в последовательности сильно зависят друг от друга, является *броуновский шум* (рис. 10, в середине), показывающий спектральную плотность $1/f^2$. Здесь, например,

²⁴Термин «дробный шум» был введен Манделбротом и математиком Джоном Ван Нессом в 1968 г., см. [12]. «Дробный шум» часто называется также «фрактальным шумом».

только граничащие численные значения могут следовать друг за другом. Наиболее интересной формой, касающейся генезиса музыкальной структуры, является *розовый шум*, также называемый *1/f-шумом* (рис. 10, внизу), поведение которого находится где-то между вышеупомянутыми крайними значениями.

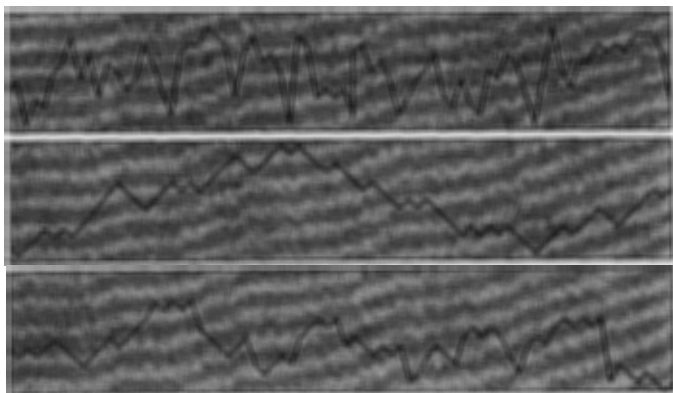


Рис. 10. Характеристики белого, броуновского и розового шума

При музыкальном отображении, например по высотам звука, характеристики розового шума представлены в виде прогрессии, в которой ступенчатое движение и мелодичные скачки находятся в сбалансированном соотношении.

Рихард Ф. Фосс и Джон Кларк описали характеристики спектральной плотности в записях различных музыкальных жанров и показали их параллели с особенностями $1/f$ -шума: «Наблюдения за музыкой указывают на то, что $1/f$ -шум является хорошим выбором для стохастической композиции. Композиции, в которых частота и длительность каждой ноты определялись источниками $1/f$ -шума, имели приятное звучание. Композиции, которые создавались источниками белого шума, звучали слишком беспорядочно и хаотично, в то время как те, что создавались $1/f^2$ -шумом, звучали слишком коррелированно» [13]. Фосс и Кларк распространили свою одномерную модель на двухголосную структуру, которая является частично коррелированной и ритмическая форма которой также может быть разработана с использованием $1/f$ -шума.²⁵ На основе трудов Фосса и Кларка Чарльз Додж и Томас А. Джерс [15, с. 368 и далее] описали генерацию

²⁵Что касается музыкального смысла $1/f$ -шума, см. также [4, с. 374–375]; распространение подхода Фосса и Кларка в отношении возможностей вмешательства см. также [14].

$1/f$ -последовательностей и привели примеры музыкальных отображений этих различных форм шума.

Додж [16] описал музыкальную структуру, состоящую из трех мелодических строк (голосов) на основе $1/f$ -шума. Для каждой строки определяется конкретное число разных классов высоты звука, которые должны быть произведены выходом $1/f$ -шума. Это означает, что новые классы высоты звука производятся до тех пор, пока не будет достигнуто требуемое количество разных значений. После того как таким образом будет генерирована первая строка, программа создаст вторую строку с помощью той же процедуры: для каждой ноты в первой строке производится последовательность нот второй строки, пока не будут генерированы все ноты второй строки. Этот процесс осуществляется также для генерации третьей строки путем создания последовательности нот третьей строки для каждой ноты во второй строке. Результатом является трехголосная структура возрастающей плотности. Для определения текущих длительностей создается четвертая строка, ноты которой, однако, не включены в партитуру, но определяют ритмическую длину для каждой ноты третьей строки. Если, например, первой ноте третьей строки будут присвоены четыре ноты четвертой строки, а второй ноте — восемь нот, то в результате мы получим двойную длительность второй ноты, и т. д. Следовательно, данный процесс будет продолжаться до первого голоса, пока не будут получены все ритмические значения. Результатом является самоподобная структура, ритмическая тонкая сегментация которой создается в зависимости от достижения конкретного «тонального разнообразия».²⁶

5.2. Хаотические системы

Джефф Прессинг [18] отобразил *орбиту* систем нелинейных уравнений (также называемых нелинейными отображениями) на музыкальные параметры. Вывод отображения используется для регулирования высоты звука, длительности, времени обработки входного воздействия, динамики, структурной плотности и времени между нотами отдельных событий синтезированных звуков. Так, например, объем совокупности (вывод) логистического уравнения преобразуется в соответствующий диапазон высот звука через $F = 2^{(cx+d)}$, где постоянная c равна диапазону в октавах, а 2^d — самой низкой высоте производимого звука (в Гц). Так как значение объема совокупности находится в диапазоне между 0 и 1, оно также непосредственно используется для выражения времени между нотами. Другие пара-

²⁶Исчерпывающий подход к самоподобным редукциям комбинаций интервалов можно найти в теоретической работе композитора Бернхарда Ланга, см. [17].

метры, такие как динамика и обработка входного воздействия, также вытекают из получающихся значений, подвергаясь различным арифметическим операциям. Чтобы получить разные, но тем не менее скоррелированные значения для музыкальных параметров, указываются сложные стратегии отображения для систем уравнений с размерами до четырех. На рисунке 11 показана музыкальная структура, получающаяся из четырехмерного отображения.

The image shows a musical score for piano, consisting of three systems of music. Each system has a right-hand part (treble clef) and a left-hand part (bass clef). The tempo is marked as quarter note = 90. The score includes various musical notations such as slurs, accents, and triplets. Dynamics are indicated by letters like *mf*, *f*, *p*, *pp*, and *ff*. The key signature changes from one flat to two flats across the systems.

Рис. 11. Музыкальное отображение системы четырех уравнений, созданное Пресингом [18, с. 43]

Рикк Бидлак [19] также отобразил орбиту систем двумерных, трехмерных и четырехмерных уравнений на музыкальные параметры. Музыкальные текстуры, которые, например, могут быть получены с помощью уравнения Эно, для Бидлака, однако, не представляют определенных музыкальных результатов²⁷: «Вместо того, чтобы рассматривать решения ха-

²⁷В этом контексте см. также работу Майкла Гогинса [20], который интерпретирует представления IFS как музыкальные партитуры.

отических систем как музыку в собственном смысле слова, вероятно, лучше всего полагать такой вывод сырым материалом определенной и потенциально полезной музыкальности. Конечно, будет столько же способов применить хаос к музыкальному решению, сколько есть композиторов, заинтересованных в том, чтобы делать это» [19, с. 2]. Такая интерпретация данных структурообразующего алгоритма делает возможным (не только при использовании теории хаоса) творческий подход к реализации отдельных композиционных решений.

Другой интересный подход, примененный Джереми Личем и Джоном Фитчем [21], позволяет вывести древовидную структуру из орбиты хаотической системы. Конструкция древовидной структуры, навеваемая работами Лердаля и Джэккендоффа, состоит из иерархической конфигурации масштабов, значений нот и результатов интерпретации значений орбиты как иерархических позиций узлов, как показано на рис. 12, а. Конкретные значения нот производятся путем интерпретации узлов более высокого иерархического порядка как высот звука, структурирующих мелодическую прогрессию. Эти высоты звука служат поворотными пунктами получающейся мелодической прогрессии. Кроме того, в зависимости от их расстояния до следующего сегмента (т.е. поддерева), они указывают разный размер для сегмента интервала (рис. 12, б).

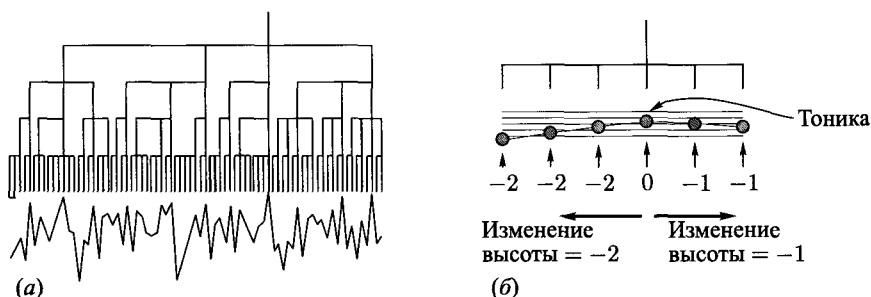


Рис. 12. Хаотическая последовательность с соответствующей древовидной структурой (а); мелодическая прогрессия в поддереве (б) [21, с. 31, 29]

6. Системы Линденмайера в алгоритмической композиции

В одной из своих ранних работ Пжемыслав Прусинкевич [22] описал простое отображение генерации значений нот от «черепашьей» интерпретации систем Линденмайера на примере кривой Гильберта. На графике но-

ты изображены следующими друг за другом горизонтальными линейными сегментами; длины сегментов интерпретируются как длительности тонов. Высоты звука проистекают из вертикальной позиции сегментов и отображаются на ступенях До-мажорной гаммы (рис. 13).²⁸

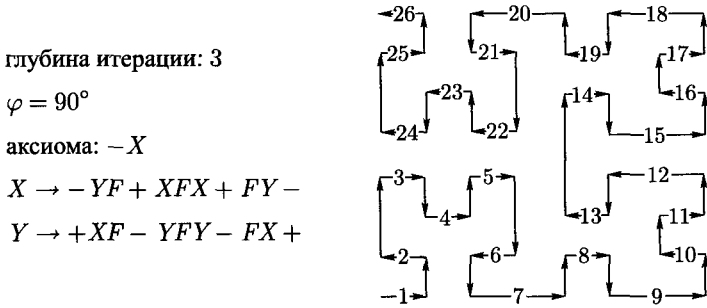


Рис. 13. Отображение кривой Гильберта на тонах гаммы

Джон Маккормак [23] сравнил стохастические подходы, модели Маркова, разные варианты генеративной грамматики и системы Линденмайера с точки зрения их пригодности для создания музыки. В конструкции растяжимой системы Маккормак вводит программную архитектуру для алгоритмической композиции. Система предусматривает возможность применения контекстно-независимых и параметрических L-систем; при использовании иерархически структурированных грамматик предусматриваются изменяющиеся возможности генезиса музыкальной структуры.

Иерархические грамматики построены подобно D0L-системам; однако целые грамматики могут использоваться для отдельных символов последующего элемента. Хотя каждая из различных грамматик расширяется независимо, можно установить структурные отношения между отдельными системами перезаписи посредством параметризации. Система Маккормака использует понятие «виртуальных игроков», модулей, ответственных за голос или инструмент и каждый из которых регулируется своей собственной системой перезаписи. Схема обработки показана на рис. 14: чтение и синтаксический анализ, применение аксиомы к текущей символьной цепочке,

²⁸ Фактически это представляет лишь музыкальное отображение графической интерпретации L-системы.

рекурсивное применение подстановок на текущей символьной цепочке и, наконец, вывод результатов как значений MIDI.



Рис. 14. Стадии обработки в системе Маккормака

В этой системе такие параметры, как высота звука, длительность, тембр и различные управляющие устройства могут регулироваться внутри полифонической структуры. Для этого определяются дополнительные символы в рамках правил перезаписи, которые, в зависимости от позиции, могут выражать контекстуальные зависимости, характерные для музыки. В этом смысле, например, выражение $\langle (CE)(GC) \rightarrow D(CE) \rangle$ означает: если текущая гармония состоит из нот G и C , проигрываемых одновременно, и им предшествовали C и E , проигрывавшиеся одновременно, то необходимо проиграть D текущей длительности, после чего следуют C и E , проигрываемые одновременно.

6.1. Методики отображения различных систем Линденмайера

В своей диссертации Роджер Лук Дюбуа [24] описал разные возможности отображения систем Линденмайера на музыкальные параметры и, следовательно, разработал прикладную систему реального времени, в которой музыкант выполняет ввод оперативных данных. Дюбуа проводит различие между своим подходом и методиками отображения, основанными на реализации «черепашьих» графиков. В этой системе «черепашьи» графики служат только для визуализации структуры L-системы; L-системы отображаются на музыкальные параметры с помощью символов отображения L-систем на музыкальные элементы. Пример такого представления приведен с помощью следующей системы перезаписи, в которой число конкретных музыкальных событий может быть присвоено каждому символу L-системы в отдельности:

Аксиома: X ,

Глубина итерации: 5,

$$P_1: X \rightarrow F - [[X] + cX] + F[+FcX] - X,$$

$$P_2: F \rightarrow FF.$$

Следующий раздел показывает символьную цепочку, возникающую в пятом шаге итерации:

$$\begin{aligned}
 & FFFFFFFFFFFFFFFFFF - [[FFFFFFFFF - [[FFFF - [[FF - [[F - \\
 & - [[X] + cX] + F[+FcX] - X] + cF - [[X] + cX] + F[+FcX] - X] + FF[+ \\
 & + FFFcF - [[X] + cX] + F[+FcX] - X] - F - [[X] + cX] + F[+FcX] - X] + \\
 & + cFF - [[F - [[X] + cX] + F[+FcX] - X] + cF - [[X] + cX] + F[+FcX] - \\
 & - X] + FF[+FFcF - [[X] + cX] + F[+FcX] - X] - F[[X] + cX] + F[+ \\
 & + FcX]X + FFFF[+FFFFcFF - [[F - [[X] + cX] + F[+FcX] - X] + cF - \\
 & - [[X] + cX] + F[+FcX] - X] + FF[+FFcF - [[X] + cX] + F[+FcX] - \\
 & - X] - F - [[X] + cX] + F[+FcX] - X] \dots].
 \end{aligned}$$

Последующий элемент правила перезаписи p_1 четко представлен в полученной символьной цепочке; по этой причине Дюбуа применяет изменяющееся отображение, которое в разных формальных сегментах композиции создает разные характерные последовательности высот звука, как показано в таблице 3. На рис. 15 показано музыкальное отображение цепочки $F - [[X] + cX] + F[+FcX] - X$; «X» интерпретируется как остаток в сегментах A и F (рис. 15, вверху), а также B и H (рис. 15, внизу). Хотя в результате этих различных представлений последовательная музыкальная интерпретация системы Линденмайера отменяется, тем не менее, можно вполне узнать характерные символьные цепочки в различных музыкальных сегментах через аналогичные мелодические контуры.



Рис. 15. Отображение на высоты тонов и остатки в различных сегментах

Другую форму символического отображения для генерации полифонической структуры Дюбуа демонстрирует с помощью контекстно-зависимой системы Линденмайера:

Аксиома: bab ,

$$P_1: A < B > B \rightarrow BA,$$

$$P_2: A < A > B \rightarrow AB,$$

$$P_3: A < B > B \rightarrow B,$$

$$P_4: B < A > \rightarrow AA.$$

Таблица 3. Отображение символов Линденмайера по высоте звука

Pitch Class	A	B	C	D	E	F	G	H	I
C0	F	[[-	(P)	F	c	[
C#/D♭ 1]]	
D2]			+	+]	[+
D#/E♭ 3	(P)	F]			(P)	F	
E4			-		-	(P)	F		-
F5	+	-	+		[+		-	[
F#/G♭ 6		+]	+	
G7	-		(P)	F	c	-	+		c
G#/A♭ 8		(P)	F	[
A9	c		c	(P)	F	c	-	(P)	F
A#/B♭ 10	[c]	c]	[c]
B11									

Для первых подстановок мы получаем следующие символьные цепочки:

BAB (аксиома),

BAAB,

BAAABB,

BAABABBA,

BAAABBAABAABA,

BAABABBAABAABAABAABA.

Дюбуа интерпретирует каждый символ как последующий шаг полутона через лежащий в основе корневой тон; но так как буква *B* представляет собой набор нот, а буква *A* выполняет функцию хроматического «промежутка», пропуская соответствующую ноту на этой позиции (рис. 16).

Генерированные аккорды могут мелодично отображаться на монофоническую ритмическую структуру (рис. 17), в то время как *B* определяет 1/16 ноту, а *A* указывает 1/16 фермату, например, *BA* от аксиомы *BAB* становится 1/16 нотой с 1/16 ферматой, как можно увидеть на иллюстрации, где первая нота *c* получает длительность 1/8.



Рис. 16. Отображение для полифонической структуры



Рис. 17. Отображение аккордов на монофоническую мелодию

Для другой формы музыкального представления применяется контекстно-зависимая L-система, создающая символные цепочки одинаковой длины во всех генерациях:

Аксиома: $39 * W, B, 40 * W,$

$P_1: B < B > B \rightarrow W,$

$P_2: B < B > W \rightarrow W,$

$P_3: B < W > B \rightarrow W,$

$P_4: B < W > W \rightarrow B,$

$P_5: W < B > B \rightarrow W,$

$P_6: W < B > W \rightarrow W,$

$P_7: W < W > B \rightarrow B,$

$P_8: W < W > W \rightarrow W.$

Очевидно, что эта структура также может быть представлена клеточным автоматом в форме:

состояния	111	110	101	100	011	010	001	000
следующие состояния	1	0	1	1	0	1	1	1

Вот почему система Линденмайера этого типа может равняться одномерному клеточному автомату. Эти порождающие правила генерируют форму «треугольника Серпинского».²⁹ В системе Дюбуа отображение производится с помощью представления системы Линденмайера в решетке

²⁹Треугольник, который делится на четыре других треугольника с помощью рекурсивной сегментации предшествующего треугольника. Эта самоподобная структура также может быть генерирована одномерным клеточным автоматом.

высоты тонов, повышающихся справа налево полутоновыми шагами, присваиваются клеткам оси X. На рис. 18 представлен фрагмент музыкального результата.



Рис. 18. Отображение «треугольника Серпинского» на полифонических структурах

Для отображения параметрических систем Линденмайера Дюбуа ставит последующие подстановки в контекст предшествующих музыкальных событий. Символы правил перезаписи отображаются соответственно на предшествующее событие, так что могут быть применены, например, такие правила, как «переместить следующую ноту на одну треть» или «уменьшить текущую длительность на конкретное значение». Представление высот звуков может быть основано на классах высот звуков или на шагах интервалов. Длительность каждого музыкального события представляет собой относительное значение, которое может быть пропорционально укорочено или удлинено за счет применения специальных правил. Это означает, что, например, если имеется текущее значение четверти, после конкретного символа, все следующие значения будут иметь длительность одной восьмой ноты. Следовательно, поскольку музыкальные параметры, такие как высота звука и длительность, всегда будут определяться в зависимости от предшествующих событий, одни и те же символы системы Линденмайера с течением времени будут также создавать разные музыкальные результаты.

Дюбуа указывает следующую систему Линденмайера в качестве интересного примера обработки высот тонов, которые в ходе подстановок сокращаются до нескольких тональных центров:

$$\begin{array}{llll}
 P1: 0 \rightarrow 0 & P4: 3 \rightarrow 3 & P7: 6 \rightarrow 3 & P10: 9 \rightarrow 2 \\
 P2: 1 \rightarrow 0 & P5: 4 \rightarrow 7 & P8: 7 \rightarrow 3 & P11: 10 \rightarrow 11 \\
 P3: 2 \rightarrow 8 & P6: 5 \rightarrow 5 & P9: 8 \rightarrow 11 & P12: 11 \rightarrow 5
 \end{array}$$

Применительно к хроматическому масштабу количество высот тонов сокращается до пяти значений после третьего процесса подстановки, как показано на рис. 19.



Рис. 19. Система Линденмайера, производящая тональные центры

7. Синописис

Структуры, которые могут быть присвоены области теории хаоса, в большинстве случаев музыкально представляются с помощью отображения траекторий фазового пространства на музыкальные параметры. Так как поведение хаотических систем трудно предвидеть и оно реагирует с высокой степенью чувствительности на происходящие изменения начальных условий, музыкальное отображение может обеспечить широкий диапазон результатов. Главная проблема при реализации отдельных композиционных намерений с помощью хаотических систем проистекает от недостатка возможностей вмешательства и структурирования — как только выбрана лежащая в основе система уравнений и заданы начальные значения, система непрерывно будет порождать новые события, последовательность которых не может больше регулироваться. Конечно, этот принцип можно найти также в большинстве других процедур алгоритмической композиции, генерирующих ту или иную музыкальную структуру на основе системы правил любого рода. Однако формулирование таких правил, например, в рамках системы перезаписи, обеспечивает высокую предсказуемость музыкальных результатов, а следовательно, и реализацию конкретных музыкальных концепций. Но именно это сложное поведение детерминированных хаотических систем может быть большим стимулом для их использования в задачах алгоритмической композиции: «Самая большая привлекательность нелинейных динамических систем для композиционных целей состоит в их естественном родстве с характером явлений в реальном мире наряду с механической эффективностью их вычисления и регулирования. Хаотические системы позволяют генерировать множество сырых материалов в условиях, которые в глобальном смысле являются единообразными. Хаотические последовательности олицетворяют процесс трансформации, внутренняя связь которых обеспечивается правилами, закодированными в уравнениях» [19].

Системы Линденмайера представляют собой системы перезаписи, подобные генеративным грамматикам, и генерируют символичные цепочки, применяя порождающие правила; первоначально они были разработаны

для моделирования процессов роста. В противоположность генеративным грамматикам, где в общем требуемый вывод производится только после выполнения всех подстановок, в традиционной системе Линденмайера отдельные терминалы заменяются большим числом терминалов. Следовательно, после каждого процесса подстановки имеются символы для музыкального отображения. Вследствие этого, с одной стороны, число произведенных символов обычно значительно увеличивается в каждой генерации³⁰; с другой стороны, система Линденмайера подвержена также развитию во времени и, следовательно, может отражать процессоподобные композиционные подходы. Благодаря этой главной особенности система Линденмайера также очень хорошо подходит для представления самоподобных структур и позволяет эффективно отображать фрактальные концепции на музыкальные параметры.

Представление музыкальной интерпретации результатов системы Линденмайера имеет большое значение. Однако стратегии, основанные на музыкальной интерпретации «черепашьих» графиков, т. е. на использовании уже выполненного отображения как отправной точки для дальнейшего отображения, в общем не способны полностью отражать специфичное поведение системы Линденмайера в музыкальном отображении. Работа Дюбуа показывает ряд альтернативных стратегий, в которых разные формализмы системы Линденмайера используются для музыкального отображения. Именно это разнообразие возможных форм системы Линденмайера открывает широкое поле генезиса музыкальной структуры для алгоритмической композиции. Генерация музыкальной структуры может применяться как для простого музыкального представления самоподобия, так и для создания сложных музыкальных структур в рамках современного музыкального творчества.³¹

Для большинства вышеупомянутых подходов понятие масштаба является важным аспектом генерации музыкальной структуры. Данный термин получает новое интересное измерение у Мандельброта, который проводит различие между скейлингом и структурами, связанными масштабированием [26]. Структуры, связанные масштабированием, независимо от того, являются ли они искусственными или естественными, характеризуются несколькими доминирующими элементами масштаба. Это различие также могло бы быть использовано при классификации музыкальной струк-

³⁰Это свойство может быть легко модифицировано соответствующими правилами перезаписи, ср. с представленной Дюбуа системой Линденмайера, порождающей символьные цепочки одной длины в каждой генерации и равной одномерному клеточному автомату.

³¹Так, например, современный композитор Ханспетер Кибурц разработал сложные формализмы системы Линденмайера для генезиса музыкальной структуры, см. [25].

туры, которая может быть создана с использованием нескольких доминирующих формальных принципов, таких, как строгий самоподобный принцип (по аналогии с объектом, связанном масштабированием), или возникает в результате различных решений, стохастических принципов и т. п. (по аналогии с объектом масштабирования). Часто характер композиции изменяется на различных стадиях создания: начинаясь как «объект, связанный масштабированием» с помощью формального принципа, возникшая структура меняется в соответствии с личными эстетическими предпочтениями и в силу этого постепенно трансформируется в «объект масштабирования». Помимо различных структурирующих элементов композиции, «успешное» музыкальное произведение всегда будет показывать феномен возникновения, и поэтому будет казаться, что оно преодолевает ограничения своих формальных принципов, или, как указывает Мандельброт, приводя пример из области визуального искусства: «Между прочим, в то время как максимальный размер картины равен размеру всего полотна, многим художникам удается производить такое впечатление, будто она изображает объекты большего размера. Аналогичным образом мазок кистью определяет минимальный размер, но многие шедевры портретной живописи как будто включают детали, которые физически невозможно изобразить при данном масштабе изображения» [26, с. 46, 47].

Литература

- [1] Gleick J. *Chaos: Making a new science*. New York: Penguin books, 1987.
- [2] Yorke J. A., Li T. Y. Period three implies chaos. *Amer. Math. Monthly* **82**, no. 10, 985 (1975).
- [3] Poincaré H. *Science and method*. New York: Dover, 1952.
- [4] Mandelbrot B. B. *The fractal geometry of nature*. New York: W. H. Freeman and Co., 1982. 480 p. Имеется перевод: Мандельброт Б. Б. *Фрактальная геометрия природы*. Москва–Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2002.
- [5] Peitgen H.-O., Richter P. H. *The beauty of fractals: Images of complex dynamical systems*. Berlin: Springer, 1986.
- [6] Lindenmayer A. Mathematical models for cellular interaction in development. *J. Theoret. Biol.* **18** 280 (1968).

- [7] Prusinkiewicz P., Lindenmayer A. *The algorithmic beauty of plants (The Virtual Laboratory)*. New York: Springer, 1990.
- [8] Hogeweg P., Hesper B. A model study on biomorphological description. *Pattern Recognition* **6**, nos. 3–4, 165 (1974).
- [9] Smith A. R. Plants, fractals, and formal languages. *Computer Graphics* **18** 1 (1984).
- [10] Prusinkiewicz P. *Algorithmic Botany*. <http://algorithmicbotany.org/>
- [11] Mech R. CPFG Version 4.0 User's Manual based on the CPFG Version 2.7 User's Manual by Mark James, Mark Hammel, Jim Hanan, Radomir Mech, Przemyslaw Prusinkiewicz with contributions by Radoslaw Karwowski. (Cited 11 Nov 2004)
<http://algorithmicbotany.org/1studio/CPFGman.pdf>
- [12] Mandelbrot B. B., van Ness J. W. Fractional brownian motions, fractional noises and applications. *SIAM Rev.* **10**, no. 4, 422 (1968).
- [13] Voss R. F., Clarke J. $1/f$ noise in music: music from $1/f$ noise. *J. Acoust. Soc. Am.* **63**, no. 1, 258 (1978).
- [14] Bolognesi T. Automatic composition: Experiments with self-similar music. *Computer Music Journal* **7**, no. 1, 25 (1983).
- [15] Dodge Ch., Jerse Th. A. *Computer music: Synthesis, composition, and performance*. 2nd ed. New York: Schirmer Books, 1997.
- [16] Dodge C. Profile: A musical fractal. *Computer Music Journal* **12**, no. 3, 10 (1988).
- [17] Lang B. Diminuendo: Über selbstähnliche Verkleinerungen. *Beiträge zur Elektronischen Musik: Vol. 7 / Institut für Elektronische Musik (IEM) an der Universität für Musik und darstellende Kunst in Graz*. Graz, 1996.
- [18] Pressing J. Nonlinear maps as generators of musical design. *Computer Music Journal* **12**, no. 2, 35 (1988).
- [19] Bidlack R. Chaotic systems as simple (but complex) compositional algorithms. *Computer Music Journal* **16**, no. 3, 33 (1992).
- [20] Gogins M. Iterated functions systems music. *Computer Music Journal* **15**, no. 1, 40 (1991).

- [21] Leach J., Fitch J. Nature, music, and algorithmic composition. *Computer Music Journal* **19**, no. 2, 23 (1995).
- [22] Prusinkiewicz P. *Score generation with L-systems*. Proc. of the International Computer Music Conference (1986) / Intern. Computer Music Ass. San Francisco, 1986.
- [23] McCormack J. *Grammar based music composition*. Complex systems'96: From local interactions to global phenomena / R. Stocker, H. Jelinek, B. Durnota, T. Bossomaier (Eds). Amsterdam: ISO Press, 1996. P. 321–336.
- [24] DuBois R. L. *Applications of generative string-substitution systems in computer music: Dissertation*. Columbia University, 2003.
- [25] Supper M. A few remarks on algorithmic composition. *Computer Music Journal* **25**, no. 1, 48 (2001).
- [26] Mandelbrot B. B. Scalebound or scaling shapes: A useful distinction in the visual arts and in the natural sciences. *Leonardo* **14**, 45 (1981).

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ И ФИЗИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ТЕОРИИ МУЗЫКИ

Под редакцией А. В. Борисова и Е. В. Овчинникова

Дизайнер А. А. Гурьянова

Технический редактор А. В. Бакиев

Компьютерный набор и верстка Н. С. Агафонова

Корректор А. В. Бекмачева

Подписано в печать 28.05.2013. Формат 60 × 84¹/₁₆.
Печать офсетная. Усл. печ. л. 25,11. Уч. изд. л. 26,78.
Гарнитура Таймс. Бумага офсетная № 1. Заказ № 13-42.

АНО «Институт компьютерных исследований»

426034, г. Ижевск, ул. Университетская, 1.

<http://shop.rcd.ru> E-mail: mail@rcd.ru Тел./факс: +7 (3412) 50-02-95



Полный ассортимент литературы издательства
«Институт компьютерных исследований»
и «Регулярная и хаотическая динамика»
по самым доступным ценам представлен
в отделах прямых продаж:

R&C
Dynamics

Россия, Москва

Институт машиноведения им. А. А. Благонравова РАН
ул. Бардина, д. 4, корп. 3, к. 415 (м. Ленинский пр-т)
тел.: +7 (925) 280-78-96, +7 (499) 135-54-37
e-mail: rhd-m@mail.ru

Россия, Ижевск

Удмуртский государственный университет
ул. Университетская, д. 1, корп. 4, оф. 201а/207
тел./факс: +7 (3412) 50-02-95
e-mail: subscribe@rcd.ru

Интернет-магазин

MAFFESIS

<http://shop.rcd.ru>

- Отправка заказов осуществляется почтой РФ из г. Ижевска
- Цены на сайте указаны без учета стоимости доставки

Книги можно приобрести также:

Книжные магазины и киоски:

Московский дом книги

Москва, ул. Новый Арбат, д. 8 (м. «Арбатская»)
Тел.: +7 (495) 789-35-91

Дом технической книги

Москва, Ленинский проспект, д. 40
(м. «Ленинский Проспект»)
Тел.: +7 (499) 137-60-19

Книжные киоски ООО «Аргумент»

Москва, Ленинский проспект, д. 65
(м. «Ленинский Проспект») Главное здание
РГУ нефти и газа им. И. М. Губкина

ООО «Санкт-Петербургская книготорговая компания»

Санкт-Петербург, ул. Капитана Воронина, д. 8
Тел.: +7 (812) 295-06-57

ООО «Киви»

Самара, ул. Ново-Садовая, д. 381, 4-й этаж —
«ТЦ на Ново-Садовой»
Тольятти, ул. Дзержинского, 21, минус 1-й этаж,
секция 803а — «ТЦ Капитал»

ООО «Пермкнига»

Пермь, ул. Лодыгина, д. 6
Тел.: +7 (342) 242-84-90, 242-72-74

ООО «Издательство «Инфра-Инженерия»

Вологда, ул. Машиностроительная, д. 19, оф. 238
Тел.: +7 (911) 512-48-48

ООО «ВЕЛЕС»

Омск
тел.: +7 (3812) 46-31-12, 46-31-41

На просторах интернета:



OZON.RU
<http://www.ozon.ru>



Московский дом книги
<http://www.mdk-arbat.ru>



Библион
<http://www.biblion.ru>



ЦентрЛитНефтеГаз
<http://centrlit.ru>

EAGE Геомодель
<http://www.eage.ru>



Инфра-Инженерия
<http://www.infra-e.ru>

Каталог изданий для предприятий
нефтегазового комплекса
<http://www.yagello.ru>



Вышли в свет:

- *В. Ковтун.* Авторские произведения и обработки. Выпуск первый. Представление о Париже
- *В. Ковтун.* Авторские произведения и обработки. Выпуск второй. Брызги шампанского
- *В. Ковтун.* Авторские произведения и обработки. Выпуск третий. Под небом Парижа
- *В. Ковтун.* Авторские произведения и обработки. Выпуск четвертый. Очи чёрные
- *В. Ковтун.* Авторские произведения и обработки. Выпуск пятый. Бесаме Мучо
- *А. Н. Кокорин.* Омский сувенир. Сборник авторских произведений
- *П. Ковьелло.* Новая альтернативная техника игры на аккордеоне
- *П. Дейро.* Школа виртуозной игры. Сборник упражнений и этюдов для аккордеона
- Современное танго. Виртуозные обработки П. Ковьелло
- Французский альбом. Сборник пьес современных французских композиторов для аккордеона (баяна) / Ред.-сост. Р. Жбанов
- *П. И. Чайковский.* Практическое пособие по гармонии
- *В. Гридин.* Концертные пьесы и обработки

Готовятся к печати:

- *М. Левайн.* Джазовое фортепиано
- *М. Шмитц.* Джазовый Парнас
- *Н. П. Римский-Корсаков.* Практический учебник гармонии
- *Ю. Мозер.* Быстрые пальцы



ISBN 978-5-4344-0132-6



9 785434 401326